

物理学の幾つかの問題について

蔵 研 也 蔵 琢 也

現在の物理学は十分に発達しており、基本的な謎は、素粒子や宇宙論に関連する問題を除いてないように宣伝されている。しかしながら、物理学は数学と異なり、公理から作られた体系というよりも、経験的に現実とうまくあった数式の運用規則の集まりという側面が強い。そのため、法則や原理、運用規則が完全に整合がとれて無矛盾であるとは限らなくなっている。このようなことから、多くの研究者が集中的に研究する流行の問題以外にも、色々な種類の基礎的な問題がある。本論文では、そのようなものの中から幾つかの問題を示す。この中には一見初等的に見えるもの、解決済みに見えるもの、色々な意見がありながら店晒しになっているものなどが含まれている。それは以下の六つである。

- ①因果率とトンネル時間
- ②観測と保存則
- ③重力と制動放射
- ④重力と角運動量の転移
- ⑤特殊相対性理論とポテンシャル
- ⑥ホーキング輻射

各問題は理解しやすさと言う目的のため、具体的な思考実験の形式をとっており、十分に抽象化・一般化されているとは限らない。抽象化や一般化の方向については一部述べた。また、各問題にはわれわれの解説や意見、あるいは暫定的な解答が述べられているが、必ずしも同意を求めているわけではないし、重要でもない。むしろ、これらの問題は、読者の各自が自分自身で考えて、答えを出していただきたいと思う。なお、問題の順番は、基本的に我々が考え出した順番に並んでおり、あまり意味がない。また、多くの問題には我々より先に類似した問題を提唱し論じた研究者がいるが、それについても不十分ながら知る限りで論じている。

1. 因果率とトンネル時間

(問題 1. A)

量子力学では古典力学と異なり、空間的に限定されたエネルギー障壁なら、低い確率にせよ乗り越えて行くことができる。これがトンネル効果である。この時、ある粒子が十分に長い障壁をトンネルしたときに要した時間はどうなるのだろうか。

(解説)

トンネル効果の存在や、トンネル確率の研究は数多く行われており、計算と実証が合っている。しかしながら、これは定常状態を仮定して計算されており、個々の粒子が障壁を通過する時間や速度の問題には、多くの議論と実験がある(武内, 1987; Steinberg, 1998)。たとえば古典的に計算するとエネルギーが負の領域だから、速度が虚数になる。もちろん、これでは意味がないが、実部だけをとって、無時間で瞬間的に超えるという見解もある。媒質に粒子やエネルギー運動量の一部が吸収され、残った一部が障壁を抜ける場合も、トンネル効果と似たような問題が起こる。

実証研究を見てみると、超光速という結果を出した研究も少なくない。Chu & Wong (1982)は部分吸収される媒質に光子を通して通過時間を計ったが、明確に超光速の結果を得ている。これに対して Chiao たちは前の方の光子だけが抜けてきたので、そう見えただけという可能性を指摘している。さらに、Kwiat, Steinberg & Chiao (1993)は同時に一つの光子のみが存在する条件で、やはり光速を越える速度を見いだしている。この実験では、トンネルするのは単独の光子であり、最初のほうの光子だけが通過すると言うことはありえない。また特殊な状態で光子の群速度が光速を超えるどころかマイナスになる(つまり時間を逆行する)ことは、Wang, Kuznich & Dogariu (2000)の最近有名になった実験でも示されている。だが、多くの研究者は情報が超光速になってしまうことは、様々な要因で阻害されると考えている。事実、超光速に見えても実はそうでなかったり、情報をそれに載せられなかったりする例はよく知られているので、これらの実験もそれにあたりと考えるのである。

議論が難しいのは、まず第一に、古典的な粒子と違って波動関数では「速度」が簡単に定義できないことだ。位相速度、群速度、先端移動速度、エネルギー移動速度、平均位置の移動速度など異なったものが定義できる。そして情報の超光速の伝達にもっとも関連しているのは先端移動速度なのであり、理論的によく研究されている位相速度や群速度ではないのだ(註1)。たとえば、Wigner (1955)は粒子が散乱される時、位相変化が超光速になる場合があるという結果を出しているし、プラズマ中の電磁波の位相速度が超光速になる場合があるのは有名な話である。位相速度は粒子の位置の変化と直接には関係しない。だから、位相速度が超光速になってもそれが直ちに超光

速通信や超光速移動に繋がるわけではない。群速度は直感的には粒子の移動速度のように見えるが、厳密には異なっており、群速度が超光速になっても、それが直ちに超光速で情報が伝わっていることを意味しない(Steinberg and Chiao, 1994; Bolda, et al., 1994)。

それだけでなく、障壁がある場合の方程式は数理解析も難しい。障壁をトンネルでできるのは部分波であり、障壁が厚い場合、ほとんどの部分は跳ね返ってしまう。吸収の場合も一部しか通過しない。つまり、考察の対象とするのは通過した部分波束のみなのだ。また、通過すると波束の形が変わってしまう。単一のピークを持つ関数は、多くの周波数の重ね合わせであり、かなり高い周波数成分も持っている。その高周波数成分はエネルギー的に高いので「古典的」に障壁を越えてしまうのに対し、低い周波数成分はエネルギー的に低いのでトンネル効果でしか越えない。つまり、低い成分は跳ね返りやすいのに対し、高い成分は通過しやすいのだ。またトンネル中の位相速度も周波数によって変わる。このような理由でトンネル通過後の波束は必然的に変形するのである。これが障壁の通過速度を定義しづらくしている。そのうえ、静止質量を持つ粒子では波長の短い成分の方が位相速度が早く、波長の長い成分と同期して伝播するわけではない。また、先端の光子が増幅され、後の光子が吸収されれば、ピークが見かけのうえで前にずれたように見える。すると、ピークの色が超光速になったように見える場合もある。とはいえ、これは単一の粒子を使った実験については成り立ち得ない。

例として、Kwiat, Steinberg & Chiao (1993)の実験を検討してみよう。彼らは光子を一個づつ障壁に向け放出して、通過した光子の通過に要した時間を、空気中を通過してきた光子の経路との干渉によって測定した。その結果、超光速の結果を得たのである。この研究者たちはサイエンティフィック・アメリカン(日経サイエンス)に一見して光速を越えるように見える現象の総説を書いているが、彼らはトンネルの間に波束が変形して先頭だけが盛り上がるから、見かけ上で超光速になっただけだと論じている(註2)。これは因果率に矛盾しないというまい説明だが、もう少し考えてみよう。

彼らは、トンネルしてきた光子だけを計っている。壁にはじかれた光子については実験から無視している。そして、このような実験の一般的な方法にならって、彼らは空気中を通ってきた光子との干渉によって速度を計算しているが、トンネルしてきた光子だけを計っているので、壁から抜けてきた波束は、もう一つの空気中のみ進んできた波束と同じ振幅のはずであり、決して波束(の全測度)が小さくなっているわけではない。壁を抜けてきた波束が全体的に小さくなるという解釈は成り立たないことを、まず指摘しておこう。また、トンネルすると波束が変形し先頭だけが盛り上がるというのも、論理的解析的な必然と言うよりも、因果率と整合させるための言い訳じみている。基本的な波動方程式は線形であり、重ね合わせの原理が成り立つ。これは

波動関数の時間発展に極めて強い拘束をもたらす。たとえば、入射する波動関数を前後二つの適当な関数の和として表した場合、トンネルしたあとの波束もそれぞれの関数の和として表される。たとえ周波数によってトンネル速度が変わっても、先端だけ盛り上がるというのは、波動関数の初期値に強い条件が必要ではないだろうか。特に光子の場合は、障壁の外側ではどの周波数も光速で伝播するので、外部では波形は変形しない。よって、条件がより明確にできるだろう。たとえば正規分布に近い形の光子で、先端だけが盛り上がるということが、本当に起こるのだろうか。とはいえ、前述のような難しさがあるので、数理解析から結論を下すことは容易ではない。

そのうえ、彼らの実験が実際に何を測っているかも問題である。彼らの主張は、要するに群速度が光速を越えてもアインシュタイン因果率と矛盾しないということである。だが測定法は、両方からきた粒子の存在確率の一致度で障壁を通過した時間を計っている。厳密な意味での群速度ではなく、むしろ重心の移動速度に近いものに見える。そのうえ、障壁を越えてきた波束の形を測定しているわけではないので、本当に先端が盛り上がる変形が起こっているかどうかは分からないのだ。

しかしながら、ここで我々は「先端が盛り上がる」という仮説と「トンネル速度が超光速である」という二つの仮説で、障壁の長さを長くして行った場合の予測が全く違っていることを指摘しておきたい。トンネルした後に先端が盛り上がるだけなら、光速と比べて速くなった時間は、障壁の長さを長くしていても、波動関数の初期値の先端の形状に依存するとはいえ、そのうちほとんど変わらなくなる。つまり頭打ちになるはずだ。それに対して、トンネル速度が超光速の場合、障壁が長くなればそれだけ超光速の時間が長くなるので、光に比べて速くなった時間はほぼ単調に増大する。いつまでも頭打ちにはならないのだ。このトンネル速度の問題は、方程式が正確に解けず近似法に頼らざるをえないから、もともと水掛け論に陥りやすい性質の問題である。むしろ、より詳しい実験、あるいは緻密な数値計算などで決着をつけるべきであろう。

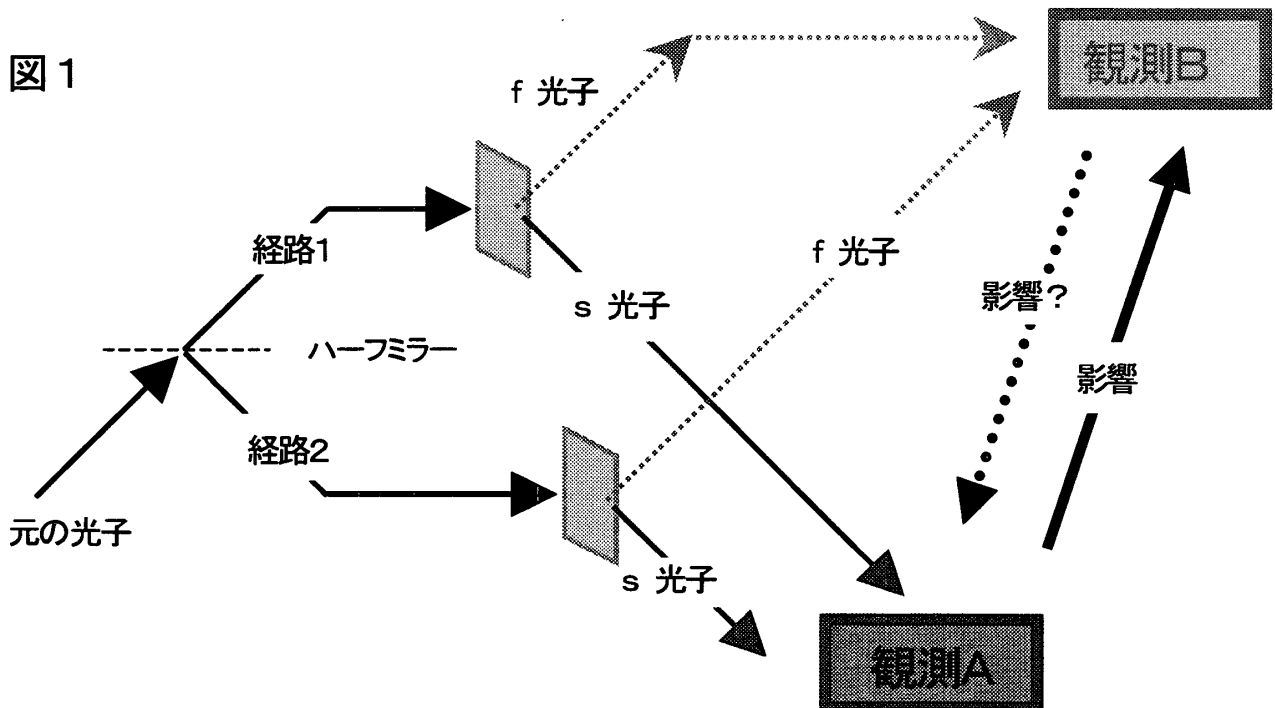
そもそも、各種波動方程式とアインシュタイン因果率の数理論理的な関係はどのようなのだろうか。良く引用されるクラマース・クローニツヒ関係式は因果率が成立しているための必要条件であり、それが満たされれば、波束の先端速度が光速を越えないということを証明しているわけではないだろう。はたして因果率が各種方程式から不等式として導き出せるのだろうか。シュレディンガー方程式では初めから矛盾しているが、これは非相対論的近似だからに過ぎない。さらにクライン・ゴルトン、ディラック、マクスウェルなどの方程式でも、自由場の場合は因果率が導き出せるだろう。だが障壁ポテンシャルのような余分な項がついた場合には、難しいのではないだろうか。つまり、アインシュタインの因果率は、各種の波動方程式に内在しているわけではなく、全く別の公理だろうということだ。それなら、数学基礎論で選択公理や連続体仮

説が他の基礎公理から独立であるように、因果率もそれらの基礎方程式から独立なのだろうか。もしそうなら、それはそれで数学基礎論的に興味深いことだが、形式から見てまずありえない。すると、どうしても波動方程式の解の中で、因果率に矛盾してしまう反例が起りうるのではないだろうか。

もともと、粒子と粒子、粒子と場といった素過程がすべて光速以下で起こるのなら、その合成で超光速が出るはずもないのだが。ともかく、未だにはっきりしない問題である (註3)。

(問題 1. B)

現実に行われた Zou, et al. (1991) の実験にほぼ習って、次のような実験を考えよう。図 1 のように、単一の光子をハーフミラーで分割し、二つの経路 1 と 2 に分ける。それぞれの経路には、光子が入射すると二つの光子を別方向に放出する性質の物質がある。一方の光子を f 光子、もう一方を s 光子とする。さて、放出されるはずの f 光子の経路に工夫して、経路 1 からの f 光子と経路 2 からの f 光子どうしの干渉を観測するとする。これを観測 B とよぶ。一方、s 光子の経路も最終的に重ね合わせるのだが、その前に観測器をおいて、どちらの経路を s 光子が通ったかを観測できるとする。これを観測 A とする。観測 A をするかしないかは、実験者が決めるとする。そして、観測 A をしない場合、s 光子がどちらの経路からきたかの情報は消失するものとする。



これが実験の設定である。結果はどうなるだろうか。もし観測Aをしたとしよう。s光子の経路は確定するので、最初の光子の経路も確定し、従ってf光子の経路も確定するから、異なる経路を通ったf光子どうしの干渉は見られない。逆に観測Aをしなかったとしよう。この時、最初の光子の経路は不確定になる。よって両方の経路からのf光子が干渉するようになるのである(Zou, et al., 1991)。これは量子力学の論理からみて常識的なものだ。しかし注目すべき点は、観測Aの行う時刻と観測Bの行う時刻の間には、原則として何の制限もないはずだということだ。s光子が観測器Aに行くまでの経路をずっと長くして、観測Bの後に観測Aを行うように設定してもいいのである。もちろん、現実的には時刻を遅らすと観測Aの精度が落ちるだろうが、それは技術的な問題である。とはいえ、この実験の設定のままでは、現在数多く知られている量子力学の非局所的な相関の一例にすぎない。

そこで、もっと工夫をしよう。測定Aを行った時の非干渉パターンと測定Aを行わなかった時の干渉パターンとの違いを考えるのである。もし観測Aをするかしないかが、観測Bと独立でかつ確率的に決定されている場合、観測Bの結果とそのパターンの違いから計算される期待値を付き合わせれば、観測Aをしたかしないかの期待値を観測Bの結果から計算できることになる。例えば、干渉のパターンが典型的な干渉縞だったとし、観測Aをするかしないかが半々だとしよう。もし、干渉縞の谷の部分で粒子が観察された場合、観測Aをした可能性が高いと考えられる。逆に干渉縞の山の部分で粒子が観測された場合、観測Aをしない可能性が高くなる。山でも谷でもないところは期待値 $1/2$ から区別がつかない。このような期待値の計算は、干渉パターンが干渉縞ではなく、最終経路とそこに置かれた観測器への入射確率の変化でも、まったく同じことである。

観測Bの後に観測Aを行っていいのだから、観測Bの結果で観測Aを行うかどうかを決めよう。観測Bにおいて、ある位置の観測器で粒子を見つけた場合、観測Aを行うのだ。観測Bで、たとえば干渉縞の谷に当たる部分に粒子が検出されたとき、観測Aを行うことにする。観測Aを観測Bの後に行うことができるなら、それは可能なはずだ。こうすると確率的にしる因果がループをなしてしまわないか。その場合、頻度はどうなるのだろうか。

(考察)

まず、実験の設定自体に無理があるという疑念が起こるのが当然だ。しかし、これは基本的に Zou, et al. (1991)の実験を改造した思考実験である。観測Bを行った後でも観測Aをおこなうかどうか決めることができるのは、数々の論文や解説に書かれており、今や何の不思議もない。この思考実験で注目すべき事は、観測Bの干渉と非干渉の確率の違いから確率的に観測Aが起きたかどうかの期待値が計算できるが、そ

の結果を人為的な操作として、Aにフィードバックできる点である。

古典的因果を用いて厳密に定式化してみよう。因果の閉回路を設定しない場合の「自由な」因果状態において、経路測定Aをしたときに観測Bにおいて観測器に粒子が入る古典確率を $1-p$ 、経路測定しないときの確率を q とする。因果回路の設定は、もっとも簡単なケースを仮定する。つまり観測Bにおいて観測器に粒子がかかったときに、経路測定Aをして、かからなかった時に経路測定をしないとしよう。これは因果をたすき掛け状に記述したものになっていて、 $p=1, q=1$ の場合が、タイムマシンの祖父殺しパラドックスなどでよく知られた因果矛盾の例になっている。このような設定が仮にできたとすれば、結果はどのようなになるのだろうか。

因果閉回路の問題はタイムマシンを研究をしている「少数」の物理学者が必ず遭遇する深刻な問題である。多世界解釈の宣伝者である D・ドイチェ、ワームホールを使った独特のタイムマシンを考案したキップ・ソーンなどは、この問題に果敢に取り組んで、どちらかといえば概念的かつ不十分にしろ、さまざまな解答を出している。ここで細かい計算と、各異なった答えに対する論考はしないが、少なくとも何らかの計算はできるのである。

(註1) 群速度は異なる二つの周波数を重ね合わせたときにできる「うなり」の移動速度に例示される概念である。しかしながら、一般の波動関数で定義しようとすると、それほど簡単な概念ではない。それに対して、一般の波動関数で部分波束の重心の移動速度を定義するのは容易であり、粒子の位置の移動という直感的な感覚では、この方が合っている。だが、両者は数学的に異なっている。

位相速度は、それぞれの空間周波数成分の移動速度の平均値とすれば、明確に定義できる。さらに都合のいいことに虚数速度を解釈できるのである。ある周波数に注目すると、その空間周波数成分は移動するだけでなく、増幅や減衰をすることも可能かもしれない。周波数成分の移動は、複素空間での回転に等しい。つまり速度を v として、 $e^{2\pi i v t}$ をかけることなのだ。すると増幅・減衰率は速度 v の虚数成分になり、屈折率などの数式が統一的に記述できるのである。これを安直に適用すると、トンネル速度が純虚数になるということは、減衰のみであり、位相速度は0ということになる。

位相速度だけでなく、群速度も重心速度や先端速度とは異なっているので、群速度が光速を越えても、それが直ちに超光速でエネルギーや情報を伝えられることにはならない。関数型を工夫すれば、因果率を保ったままで群速度が光速を越えることも可能だろう。だが、超光速を出した多くの実験でこの条件を満たしていたかは自明ではない事にも注意すべきである。

(註2) ちなみに、彼らはこの解説論文の最後の部分で、多世界解釈では因果率を壊さず自然に解釈される非局所的長距離相関と、多世界解釈であろうがコペンハーゲン解釈であろうが因果率を壊しかねないトンネル速度の問題を同列、あるいは混同して論じているが、何とも賛成できない。

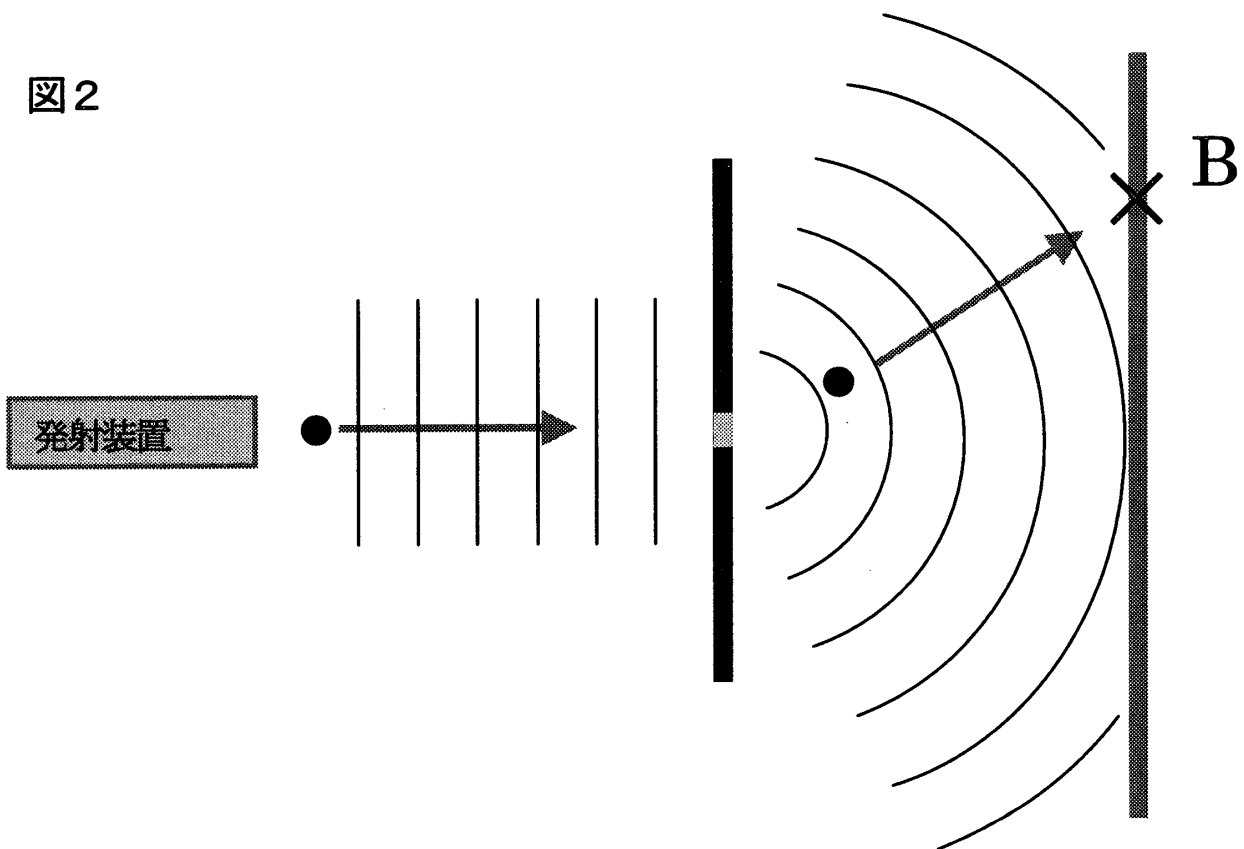
(註3) このような難問は幾らでも考えられる。例えば(問題1. C) 両側に十分長い障壁があって、その間の空間Sに、ある周波数の定常波の粒子が一つあるとしよう。それは極めて低い確率で障壁を抜ける。定常波の解は簡単によく知られている。だが、観察過程を加えてみよう。ある時刻の観察で空間Sに粒子を確認した後、その粒子が障壁の外部で観察される時間の下限はどうなるのだろうか。観察が波動関数に擾乱を起こして、超高周波成分が抜けてきたのなら、光速以下になるはずだ。それに対して、超光速で抜けていくのなら、それ以前の事例も観察されるはずだ。障壁内部で波動方程式を解けば、タキオン類似の解になる。また不確定性原理を安直に適用すると、障壁と粒子のエネルギーの差が大きいほど、早くその借りを返さなければならず、障壁内に居られる時間が短くなるという議論もある。

2. 観測と保存則

(問題2)

左側に粒子の発射装置があり、右側にスクリーンとその各部に付随した測定器がある。そして真ん中に小さな一つの穴の開いたスリット板があるという単純な実験を考えてみよう。そのスリットは穴の開いているところ以外、その粒子を通さないものとする(図2)。

図2



ある粒子が穴を通ったとき、それは位置を決めることになるので、運動量はそれだけ不確定になる。粒子の波動関数の変形だけを見れば、単なる古典的な波での回析が起こったのと変わりはない。さらに、後ろの測定器で運動量を計ったとしよう。当然、個々の観測値は穴が小さくなるほど分散する。よほど変な形に穴が開いていない限り、検出された運動量の方向は、発射装置と穴を結んだ方向を中心にしてばらつくことになる。

ここで、ある一つの粒子だけに注目してみよう。穴を通った後の粒子は回析して多かれ少なかれ曲がった後、測定器にかかる。そのとき波束の収縮が起こるので、粒子の状態は、穴を通る前と異なっている。粒子が「スリット板と相互作用して」運動量が変わってしまったのだ。しかしながら、いったい変わってしまった分の運動量はどこに行ってしまったのだろうか。

このような問題は古典的な波では起こらない問題だが、波動性と粒子性を同時に考える量子力学では不可避である。可能な答えをざっと考えてみよう。

- (1) スリット板に移った
- (2) 発射装置に移った
- (3) スクリーンや測定器に移った
- (4) 不確定性原理のせいで、その効果は測定できない
- (5) 運動量保存則が破れている

もちろん、これらの答えは必ずしも排反ではなく、複数の複合もあり得る。

(考察)

伝統的な解釈では、まず穴を抜ける段階でスリット板と粒子が相互作用して、スリット板にぶつかるか、その穴を抜けるかのどちらかに、波束が収縮する。だから、この「相互作用」を考えると、答え(1)「スリット板に行った」と考えるのは安直で自然な答えである。粒子の波束が収縮した瞬間に、スリット板が粒子と反対方向に「運動量キック」されると考えるのである。ハイゼンベルグのガンマ顕微鏡の思考実験(1927)がこのような「相互作用」の典型例である。我々も最近までずっと、この答えが正しいと思っていた。だが、よく考えれば数々の疑問が生じる。

そもそも粒子は穴を通り抜けているので、スリット板との相互作用は「否定的な観測」にあたり、スリット板は何も影響を受けないように思える。これが仮に間違いであり、スリット板が影響を受けると仮定してみよう。この場合、スリット板を小さな多くの部分に分割して考えてみよう。スリット板が小さなプレートの集まりで、それぞれに検知器がついているとするのである。この時、いったいどの部分がどのくらい運動量を引き受けたことになるのか不明である。たとえば、穴の周りだけ受けるとい

うのは何の根拠もない。

ここで多世界解釈 (Everett, 1957) から考えてみよう。多世界解釈と、コペンハーゲン解釈を含む他の主要な解釈との間の予測の違いは現在まったく知られていない。よって、この解釈を採用しても、実証可能な現象での予測は変わらないはずだ。この解釈では、スリットと粒子との「相互作用」とは、粒子がスリット板のどこかに当って抜けていかない (多くの) 世界と、粒子がスリットの穴を通して抜けていく世界に分岐することである。すると粒子が穴を抜けた場合は、粒子の波束がスリットの穴の位置に収縮した世界に相当し、粒子がスリット板とは古典的な意味での相互作用は行っていない世界である。さらに、運動量は右へ回折する部分と左へ回折する部分が等しくそろっている。粒子を古典的な波と見なした場合、スリットを抜けた部分の運動量がスリット板に移るはずがない。最終的にスクリーンに衝突した段階で、どの方向に曲がったかという、変化した運動量が観測されるのである。よって、粒子がスリット板に当たらず、スリットを抜けた世界では、粒子の運動量の変化分がスリット板に移るはずはない。(逆に言えば、仮に (1) が正しいとすれば、多世界解釈は誤っていることになると思う。)

つまり (1) の答えの意味するところは、否定的な観測でも運動量に移るという驚くべき結論である。なぜなら、スリット板の側から見れば、何の粒子がぶつかったわけでもないのに、とつぜん運動量をどこかから受け取るのだから。

また、この (1) の答えに加えて (4) の不確定性原理による曖昧さを加えた答えも考えられるかもしれない。不確定性原理による運動量の変化は小さすぎるので、一度の観察では実験装置に独立に影響する雑多な要因の不確定性の陰に隠れて、事実上、測定できないと考えるのである。だがよく考えれば、これも通用しないことが分かる。確かに一度の測定では不確定性の陰に隠れてしまうことは間違いない。しかしながら、粒子が同じ方向 (つまり同じ運動量に) に回折した時の結果だけを数多く集めて総和すればいい。その場合のスリット板を構成するプレート各部の運動量の変化の平均値は、たった一度きりの観察に不可避な不確定性原理の影響が中心極限定理によって徐々に消えていって、平均値として確定するはずだからだ。

この不確定性原理による逃げ道が成り立たないことは、次のような改訂版の実験、N粒子実験を考えてみればよりはっきり分かる。粒子を一つづつN個射出して、スリットを抜け、かつ大きく解析した位置Bに、全ての粒子がぶつかった場合のみを成功とし、その前後で実験装置を構成する各要素 (発射機、スリット板の各部、スクリーン上の検知器など) の運動量の変化を測るのである。うまくいかなかったときは実験失敗として設定し直す。確率はどんどん下がるが、Nは原理的にどれだけでも大きくできる。そうすると全体の変化における、実験装置の各部の運動量の不確定性の割合はどれだけでも小さくできる。

だからといって、(2)の発射装置に運動量が伝わるというのもおかしい。発射装置にも運動量の変化を測る装置を付けておき、粒子を発射した後すぐに測定すれば、発射装置の運動量は確定し、その後、粒子がスリットを通っても変化するはずがない。そもそも射出する粒子の運動量が一定の誤差に入るような装置は(位置の不確定さを犠牲にすれば)理論的にどんな精度でも設定できるはずだ。そのような装置を使って実験すれば、装置が受ける反作用の誤差がいくらでも小さくでき、粒子が回析によって変化した後で測定された運動量に釣り合わないことが起こる。(さらに、この場合は角運動量保存則ともぶつかる可能性がある。)

背後のスクリーンとそれに付随する測定器に移ったと言う(3)の答えもおかしい。測定器は観測する以前の粒子の運動量の確率振幅を知るはずはないからである。つまり、測定器は測定対象の粒子の波束が収縮した観測値だけしか知らないはずであり、消失した波束がどうだったかについては知るはずがない。もし知っているとするなら、それはそれで極めて変なことが起こる。たとえば、粒子が遠距離の空間を飛んできて物体に当たったとき、その飛んできた方向からの運動量だけではなく、その粒子が潜在的に収縮し得た波束の分の運動量も受け取るということの意味するからだ。

(4)「不確定性原理のせいで、その効果は測定できない」という答えについては、先に述べたとおりである。最終的な粒子の運動量について同じ結果が出たときの観測結果を数多く集めて平均すればいいのである。すると、一回の観察で生じる観測装置由来の不確定性の影響は徐々に打ち消されて、粒子からの影響の平均値だけが残る。

結局、粒子の運動量の変化と打ち消し合う変化は、どこにもないのだ。残ったのは(5)の運動量保存則が破れているという答えしかない。このような問題はいくらでも考えられる。

(一般化)

この問題は、不確定性原理で結びついた一般の観測可能共役量についての問題へ、より一般化、抽象化できる。ある系の状態 ϕ に対して、ある観測量 X に対する観測を行って、その量を確定したとき、それと共役な量 Y は不確定になるが、続いてその共役量 Y を測定したとき、波束が収縮して新たな確定値が生じる。だがそれは、系の元の状態 ϕ の量 Y を直接観測した時の観測値の分布とは一般的に異なる。このとき、量 Y が古典的な「保存量」だったとしても、この系の変化のすべてが、はたして観測装置の変化に吸収されているのだろうかという問題である。もっと簡単に言えば、ある系を観測すると、その系の波動関数が変化し、その系の保存量の分布や期待値が変化してしまうことがあるが、その変化が測定装置の状態の変化で、いつも完全に打ち消されるのだろうかということである。

もちろん、系のユニタリー発展を仮定すると、各種保存則が成立することが数学的

に示される。これは各種の教科書に書いてあり、たとえば『ファインマン物理学、量子力学』では「古典力学では一運動量、エネルギーおよび角運動量のような多くの保存される量が存在する。それらに対応する量子力学的な量についての保存則は、量子力学においても保存する」と述べている。だが、これはあくまで観測をしないという条件がついているのである。確定的な観測をすると、コペンハーゲン解釈では波束が収縮し、ユニタリー発展が破壊される。また、多世界解釈 (Everett, 1957) では観測によって、観測結果に応じた世界に分岐するが、その場合でも世界全体ではユニタリー性が保存される。しかし分岐世界のそれぞれから見ればユニタリー発展がやはり破壊されている。そして、我々が最終的に認識できるのはどれか一つの世界であり、世界全体の重ね合わせではないのだ。つまり、通常形式の量子力学が主張することは、多くのアンサンブルで平均すれば全体として「保存量」は保存されるということだけなのであり、個々の観察結果ではないのだ。

ハイゼンベルグ (Heisenberg, 1927) は、粒子の位置や運動量は、別の粒子を使って観測しなければならぬから、必然的に不確定性原理が出てくるという素朴な説明をした。電子を光子で測る、いわゆるハイゼンベルグのガンマ顕微鏡の思考実験である。この説明においては、必ず粒子どうしが保存則を満たしつつ相互作用をするので、保存則は全体として保たれる。だが、これは否定観測の場合やその他いろいろと当てはまらない場合があり、極めて特殊な観測の場合を説明しているだけに過ぎない。そもそも、これでは細い穴を通った粒子の運動量がばらつくことを全く説明できていない。これは否定的な観測に当たるので、ハイゼンベルグの説明では全くダメなのだ。

このような思考実験の結果の考察や理論計算は、通常量子力学の枠組みでは非常に難しい。なぜなら、現在の量子力学では測定が巨視的な測定器によってのみ起こり、粒子が測定器に与える影響を「測定結果」にのみに限定するという、場当たりの抽象化を行っているからである。例えば、通常量子力学において状態 ϕ の粒子の位置を測ることは、 $\langle \phi | x | \phi \rangle$ というように波動関数の複素共役との間に位置演算子を挟むことによって記述する。これを見れば明白なように、測定によって測定装置がどのような影響を受けるかをまったく記述していないのである。エヴェレットの多世界解釈 (Everett, 1957) でも、事情は余り変わっていない。エヴェレットの理論では、基本的に観測装置に観測量を格納するメモリを付加しているだけだからである。こういう意味で、現在の量子力学は少なくとも、これらの問題を厳密に扱えるように拡張すべきである。観測の前後において、観察装置を含めれば、古典力学での保存量が量子力学でも保存されるという考えは、決して量子力学自体の諸過程から出てくるものではなく、むしろ古典力学から暗黙の内に引き継いだ保存則を無条件に当てはめることからきている。

さて、このような思考実験が示唆することは、運動量やエネルギーなどの保存則が

統計的にしか成り立たない可能性である。もっと一般化して言えば、ある系を外部から観測したとき、その系のある保存量にかんする確率振幅が変化する場合があるが、その変化のすべてを観測装置が吸収しない場合があるのではないかということだ。

別の面から述べるなら、ファインマンの経路積分量子化やネルソンの確率過程量子化では、個々の経路や軌跡は全然保存則を満たしていない。しかし、それらの確率振幅の総和をとると保存則が成り立っている。だがその中に観測、特に否定的な観測が入ると、経路の一部が消失してしまい、全体として保存則を満たさなくなるということだ。

勘違いしないように幾つかの留意点を述べておこう。まず第一に、この破れは回復されない場合がありうるということだ。この点で不確定性原理の範囲内で一時的に真空からエネルギーを借りてくるような、量子力学で良く知られている一時的な保存則の破れとは異なる。また、前述のようにシュレディンガーなどの波動方程式から、各種の保存量が保存されるという定理が導出される場合がある。しかし、それは波束の収縮や世界分岐を取り入れていないからで、ただ単に不完全な記述だからに過ぎない。保存量の存在を一般化した、変換群に対する不変性からある物理量の保存則の存在を主張するネーターの定理も同様である。ネーターの定理はそもそも古典物理学を前提に造られた定理であり、非連続的な波束の収縮や世界分岐があり、かつ現実に観察される世界が、観察される以前に可能性のあった世界の一部に過ぎなくなると言う量子力学の特性を全く考慮していないのである。

このことはコペンハーゲン解釈のみならず、シュレディンガーの方程式をそのまま解釈する多世界解釈でも結果は変わらない。多世界解釈であっても観察を終えた後で、個々の観測者が現存している「分岐世界」のみを考えてみれば、やはり保存則は破れている。破れていないのはすべての「分岐世界」での平均の値に過ぎず、個々の観測者はすべての世界に同時には存在できないことを忘れてはならない。だが、先に見たように多世界解釈の方がコペンハーゲン解釈より、ここでの思考実験の答えは理解しやすい。方程式とその解の時間発展をそのまま見れば、運動量がスリット板や発射装置に吸収されるはずはないのだ。なぜなら、世界分岐を考えなければ、あるいは全ての世界分岐を考えれば、粒子の挙動は古典的な波動と変わらないからだ。

さて、微視的に保存則が破れていることを仮定すると、統計的な浮動効果によって巨視的な保存則の破れが観察される可能性が直ちに出てくる。一つ一つの粒子が保存則を破る度合いはプランク定数によって制限されているが、数多く集めて集計すれば、標本数の平方根に比例して、浮動の効果は大きくなるはずである。たとえ、そのうちの一部が複素振幅の重なり合いによって打ち消しあうとしても、余程の変った設定にしない限り、全体として必ず、統計的な浮動の効果は観察されるはずである。これは、コペンハーゲン解釈であろうと多世界解釈であろうと違いはない。

ちなみに、保存則が微視的に破れていたからといって、第一種永久機関が成立するわけではない。なぜなら、統計的には保存則が成り立っているうえ、波束の収縮や世界分岐は観測者が制御できないからだ。(とはいえ、絶対成立しないことが証明できているわけでもない。)

以上のような理由から我々は(5)が妥当だと考えている。しかしながら、他の答え、特に(1)「スリット板に移る」や(3)「最終的なスクリーンと観測器に移る」が真実である可能性もある。特に、伝統的に暗黙のうちに正しいと考えられてきた(1)が正しい場合、否定的な観測でも運動量に移るといふ、やはり驚くべき答えになってしまう。たとえば宇宙空間におかれたプレートは、アンドロメダ星雲から放出して銀河間を渡ってきた光子に直接ぶつからなくとも、プレートの面積に応じた部分的な「否定的」収縮のお陰で、その光子から運動量を受け取ることになる。(3)の場合も同様で、観測装置は粒子が飛んできた方向だけでなく、その粒子が行きえた分の運動量も受け取るということなのだから、やはり驚くべき結論である。これらの「パラドックス」は、やはり理屈であれこれ議論するよりも実験で確かめるべきことだろう。

3. 重力と制動放射

(問題 3. A) 星の表面に固定された電荷

電荷は加速を受けるときに電磁波を放射する。古典電磁力学のポインティングの定理によれば、エネルギーを W 、電荷を e 、加速度を a 、光速を c 、比例常数を k とすれば、古典近似で

$$dW/dt = ke^2 a^2 / c^3 \quad (\text{式 1})$$

だけのエネルギーを放射する。これはリング状加速器で電子を加速するときの加速限界などに関係しており、シンクロトロン放射として知られている。あるいは荷電粒子が物質にぶつかったときに電磁波を発する制動放射の現象としても知られている。

「シンクロトロン放射」という用語は電荷が磁場で曲げられる際の放射にだけ使われる場合があるので、ここでは電荷の加速時の放射を「制動放射」と呼ぶことにする。

電荷 Q が平坦な宇宙空間を直線的に等加速度運動をしているとしよう。この時、同じ方向に等しく加速度運動をしている観測者 X には制動放射はどう見えるのだろうか。電荷と観測者の位置関係と加速方向とで強度が変わるとしても、電荷の周りで観測者が放射を見ることのできる位置が存在すると予想される。

さて今度は星の表面に固定された電荷 Q を考えてみよう。このとき、この固定された電荷の制動放射はどのように見えるだろうか。とりわけ、電荷の周りにあって電荷と同様に星の表面に対して固定された観測者 Y にとってはどうだろうか。等価原理からすれば、この観測者 Y は前述の電荷 Q ともに平坦な宇宙空間を等加速度運動をして

いる観測者Xと全く区別できないはずだ。つまり、観測者YはXと同様、電荷が放射しているのを見るはずである。

だが、ここで問題が起こる。電荷や観測者は星とその重力ポテンシャルに対して止まっているのだから、電荷の制動放射が観測者に観測されるとすると、いったいどこから放射のエネルギーは来るのかという疑問である。

これに関連する問題は、電磁力学と相対性理論が成立して以来、いくつかの文献で論じられていて、いくつもの相異なる答えが存在する。中心的な論点になるのは、第一に「等加速運動で電荷は放射するのか」、もし放射するとすると、第二に「等価原理によって、星の表面でもするのか」、それもするととなると、第三に「そのエネルギーはどこから来るのか」の3つの問題である。これに対する答えの違いで、解答の候補を大きくまとめるなら、以下のものがありうる。

- (1) 電荷の放射は加速度の時間変化率の関数であり、等加速度運動では放射しない。
- (2) 星の引力に対して自由落下している物体（座標系）から見れば、制動放射は見えるが、星に対して止まっている観測者（座標系）からは見えない。
- (3) 等価原理が破れている。
- (4) 重力場に静止している電荷は、常に放射を出している。

仮に(4)が正しいとするなら、その放射のエネルギーはどこから来ているのか、あるいは「(5) エネルギー保存則が破れている」のかという問題が出てくる。

加速された電子の放射は、古典電磁力学から存在すべきものとして導かれる。それに対して一般相対性理論はあくまで重力の理論として作られた。よって、必ずしも電磁力学と一般相対性理論は完全整合するように創られていないのではないかという疑問を、この思考実験は象徴している。

(考察)

解答(1)は昔から多くの研究者が採用している。例えばファインマンが『重力の理論』の中で採用している。ファインマン曰く、

「この法則は通常、ポインティングの定理によって遠方のエネルギーの流れを計算することによって導かれ、周期的な運動、あるいは少なくとも時間とともに限りなく加速されることはない運動（等価速度運動などは除外される）に対してのみ当てはまる。エネルギーが「いつ」放出されるのかを述べる法則ではない。」

つまり、等加速度運動では光子は放出されないというのである。周期運動を含む特殊な運動の場合では総エネルギー放出量は、放射が加速するときに出るとしても、加速度が変化するときに出るとしても変わらない。そこで多くの物理学者は、加速度が変化するときに出るといふ風に読み替えている。

しかし、これは本当だろうか。次のような運動系列Sを考えてみよう。強力な電荷が光速よりずっと遅い速度で等加速度運動する過程を α 、十分長く慣性運動する過程を β 、逆方向に α と同じだけ等加速度運動する過程を $\underline{\alpha}$ としよう。

$$\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \underline{\alpha} \rightarrow \underline{\alpha} \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \rightarrow \alpha \rightarrow \beta \rightarrow \underline{\alpha} \rightarrow \underline{\alpha} \rightarrow \beta \rightarrow \alpha \rightarrow \dots$$

というサイクルを繰り返す運動を考えてみれば、どうだろうか。この運動は同じところを行ったり来たりする運動である。もし、等加速度運動では放出されず、加速度の変化によって光子を放出するのなら、加速運動の α や $\underline{\alpha}$ の過程と慣性運動 β の過程の移り目、 $\alpha \rightarrow \beta$ 、 $\beta \rightarrow \underline{\alpha}$ 、 $\beta \rightarrow \alpha$ 、 $\underline{\alpha} \rightarrow \beta$ の瞬間に放出されるはずである。反対に、加速の時に出るとすると α や $\underline{\alpha}$ の過程で出るはずである。つまり、この二つの仮説は予測が明確に異なるのだが、多くの教科書や著作では、この点が無視あるいは曖昧にされている。実際、 α 、 $\underline{\alpha}$ 、 β の時間を十分長くとったり、電荷を十分大きくとれば、逆に同じ総放射量に必要な加速度を小さくとれるので、放射がいつ出たか十分に弁別可能な実験が設定できるはずである。確かにポインティングの定理自体は無限遠の近似をとっているが、より緻密に電磁力学の式を検討することによって、有限の地点でも放射上限を評価することはできるだろう。

このような理由で、我々は制動放射が加速度ではなく、加速度の変化率によって生じるという見解に納得できない。先の運動系列Sでは、ポインティングの定理は明確に等加速度運動の α や $\underline{\alpha}$ の過程で出ることを示しており、 $\alpha \rightarrow \beta$ の瞬間や $\beta \rightarrow \alpha$ の瞬間に放出されると考えると遠隔作用的にならざるをえない。そのうえ、ポインティングの定理ははっきりと放射エネルギーが加速度の二乗に依存することを示しており、その微分という形にはなっていない。近接作用の考えからすれば、電荷の放射抵抗は近傍の電場が変形するとき生じる局所的な反作用と見なすべきである。また、電荷が放射抵抗を受ける代わりに電磁波を放射するという過程は、電荷に隣接した電磁場の変形が順に遠方に伝わるという近接作用の連鎖で説明されるべきだ。それに対して、ファインマンの見解は仕組みの不明な遠隔作用である。

当然ながら、等加速度運動でも放射されるという意見も多くある(Fulton & Rohrlich, 1960)。実はファインマンなど、多くの物理学者が電荷が加速するときではなく、加速度が変化する時に放射するという読替えを行ったのには訳がある。電荷が加速するときに放射するとすると、加速抵抗があるはずだが、それが計算できないのだ。Fulton &

Rohrlich (1960)の計算では0になってしまい、放射があるにもかかわらず、放射抵抗がないことになる。それに対して加速度の変化の時に放出されるとした場合、部分積分によって簡単に求められる。これは多くの教科書に書いてある「放射抵抗」の導出法である。しかし、これでは本来の意味が変わってしまう、つまり物理的な予測が変化することは先に述べた。シンクロトロンやサイクロトロンのように円軌道を電荷が周回する場合、数学的な偶然によってどちらでも同じ結果になるので、この問題は見過ごされてきたのだろう。

放射抵抗が計算できない原因は、ポインティングの定理等から遠距離に放射されるエネルギーを計算して、それが直ちに電荷に跳ね返ると考えることにあるのかもしれない。このような問題は近接作用から考えるべきだ。電場が大域的ローレンツ共変の形式から歪むと、各所の電磁場に元に戻るような応力がかかり、それが電荷にも周辺の電磁場を通じて力をもたらしていると考えられるだろう(註1)。この方向で計算すれば、古典力学や電磁力学の範囲内ではっきりとした無矛盾な答えがでる可能性がある(註2)。

仮に「放射は加速度の変化率に比例して放出される」という答え(1)が正しいとして運動方程式を立てた場合、質量に加速度をかけた次元をもつ放射抵抗が加速度の微分に比例するわけだから、必然的に暴走解が出るということが知られている(Jackson, 1975; カンパニエーツ, 1980)。これは何もしないのに勝手に電荷が加速していく解である。この矛盾に対して、カンパニエーツは、このような奇怪な解は量子電磁力学で行えば解決するだろうと述べているが、具体的にどう解決するのだろうか。それだけではなく、この答え(1)では数々の奇妙な事が起こる。例えば、外力によって等加速運動をしている電荷に対して、その外力を止めたときに、電荷がなお等加速運動を続けようとする逆抵抗が生じることになる。なぜなら、その時の加速度の時間微分は負になるからだ。

初期条件を工夫して、このような暴走解を捨ててしまっても、なお問題が残る。この仮定の下で微積分方程式を解いた場合、解は過去の力だけでなく**未来の力**にも対応して加速することになるのだ(Plass, 1961)。これについてはJ・D・ジャクソンの『電磁気学』(Jackson, 1975)やP.C.W. デイビスの『時間の物理学』(Davies, 1974)に解説がある。この解は先駆加速(preacceleration)と呼ばれ、因果率を破っているように見える。この奇妙な結論に対してジャクソンは、この非因果的な現象は電子の電荷を考えると極めて短い時間、 10^{-24} 秒程度でしか有効でないから、事実上観測できず、意味がないと言い訳をしている(Jackson, 1975)。しかしこの時間は、現在の物理学で時間の長さが意味を失うと考えられているブランク時間、約 10^{-43} 秒に比べて大変に長く、やはりこの立場では因果率を破っていると結論せざるをえない。一方、デイビスはこの先駆加速の結論に対して「何か納得できない感じが残る。…この説明は完全に

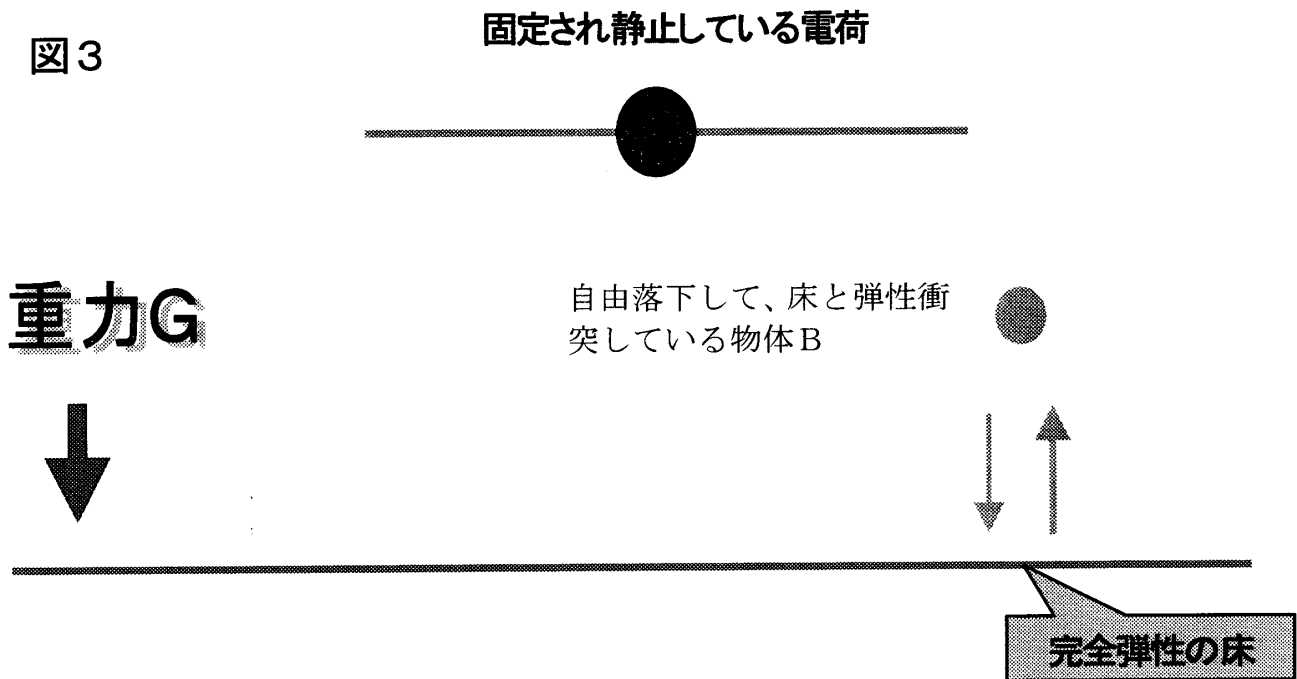
は納得できない」と述べている (註3)。

このように電荷の等加速運動で放射があるかどうかについては見解が別れるのだが、予測が異なるのだから議論であれこれ言うよりも、可能なら実験で決着をつけるべきだろう。もちろん、現在の技術で直ぐに実験が可能かは分からないが。

(2) 「星の引力に対して自由落下している物体 (座標系) から見れば、制動放射は見えるが、星に対して止まっている観測者 (座標系) からは見えない。」

この答えはエネルギー保存則からみると合格である。だが、もしこの (2) が成り立っているとしよう。再び、等価原理からすると、これは等加速度運動をしている電荷と平行に等しい加速度運動をしている観測者には放射は見えないということになる。

これが起こるためには、電荷と同じように等加速度運動をしている観測者には、光子の波長の打ち消しあいが起こるように見える必要がある。だが、一般座標変換のゲージ粒子でもない光子が等加速運動で打ち消されるということはありそうもない。また、電荷の脇で自由落下して地表に弾性衝突し、また上へ跳ね上がって落ちてくることを繰り返す物体Bを考えてみよう (図3)。



答え (2) では、この物体から見れば、弾性衝突しているわずかな時間以外は自由落下しているのだから、ほぼ常に放射光子が見えることになる。このエネルギーはどこから来るのだろうか。等価原理からすれば、この光子のエネルギーは跳ねている物体Bの運動からは生じない。なぜなら、再び等加速度運動をしている場合を考えてみ

れば、光子のエネルギーは電荷を加速するエネルギーから生じているのであって、脇の物体の運動からは生じるはずはないからである。そのうえ、電荷の放射抵抗による反作用についても矛盾を生じる。

なお、この問題について私が調べた文献中では、この(2)や次の(3)が正しいと結論した研究者はいない。

(3)「等価原理が破れている」

純論理的には、このような可能性も考えられよう。もしそうなら、超弦理論などで予測されるよりずっと大きな規模で破れていることになるだろう。これもやはり最終的には実験で判定すべきだ。だが、我々はこの可能性は低いと考えている。少なくとも、そう考える必然性は薄い。理由は以下の通りである。

電荷、例えば電子の見かけ上の質量のいくらかは、それをとりまく電磁場にも存在する。つまり、電子が静止していた場合でも、それをとりまく静電場自体がエネルギーをもっており、従って正の重さを持ち重力を発しているし、重力に引っ張られると考える必要がある。(そう考えないと多くの矛盾が出る。)これは電荷の見かけ上の慣性抵抗の一部は、自分自身から生じるものも含めた近傍の電磁場との相互作用と見なすべきである。さて、電荷は地表に固定されているが、電荷の周りの電磁場は固定されているわけではない。そして、周りの電磁場は質量を持つがゆえに星の引力に引っ張られて変形する。電磁力学はローレンツ変換には共変だが、一般座標変換には共変ではない。慣性系から加速度系への座標変換はローレンツ変換ではないのだ。すると電磁場の縦波光子やスカラー光子といった仮想光子がこの座標変換によって変形し、実在の横波光子になってもおかしくはない。それは放射となって見えてもいい。つまり加速度系で電荷からの放射があってもおかしくないのである。

加速される電荷は放射をすることを認め、それと等価原理とを単純に考え合わせると、(4)「重力場に静止している電荷は、常に放射を出している」という結論が出る。

現在、電荷の加速放射の中でもっとも確認されている現象の一つは、シンクロトロンやサイクロトロン放射である(Schwinger, 1942; Sokolov & Ternov, 1968)。遠心力と重力の等価原理に従えば、円上を周回する電荷から放射が出ることも、星の表面に静止している電荷が放射することの証拠になる。それとも遠心力と重力では等価原理がなりたないのだろうか。

ここまで論じてきた(1)から(4)までの答えは、原理的に実験で検証可能な予測である。この放射は大変に小さいが、電荷の自乗に比例しているので、大きな電荷を集めれば現在でも検証可能かもしれない。

(問題 3. B) 星の表面を回る電荷

電荷の加速に付随する放射のうちでもっとも実証されているものは、シンクロトロン放射である。これがポインティングの定理など古典電磁力学による計算と一致していることは、現在何の疑いもない。そこで、上記の問題を別の角度から考えるために、次のような別の思考実験を考えよう。

回転も帯電もせずに静止している球状の星の赤道の円軌道を、荷電物質が等速 v_1 で運動しているとしよう。星の質量が無視できて、電荷の速度が光速に近い場合はシンクロトロン放射と同じになり、加速度に垂直方向に光子の放射が起こるのは明らかだ。

次に星の重力が無視できない場合を考えてみよう。等価原理をあてはめれば、電荷の速度がちょうど円軌道を回るための軌道速度 v_2 と等しくなった場合は無重力状態なのだから制動放射はなくなる (註4)。その中間の段階、軌道速度が実際の電荷の速度よりもずっと遅い場合から、徐々に等しくなってゆく場合を考えてみれば、制動放射は徐々に弱くなっていくと推測できる (これは重力が徐々に強くなっていくことに相当する)。

しかし、さらに星の重力が大きく、軌道速度 v_2 のほうが実際の電荷の速度 v_1 より大きい場合は、どうなるのだろうか。もっと一般的に、総放射エネルギーを v_1 と v_2 との関数 $E(v_1, v_2)$ で表した場合、どのようなものになるだろうか。その $v_1 \rightarrow 0$ の極限が、電荷が止まっている場合である。

シンクロトロン放射の放射抵抗は動いている電荷にかかり、その速度を減速させている。そして運動量の一部が装置に転化するか、あるいは外部に放出されている。

(考察)

$v_1 < v_2$ の時には放射がないという回答もありうる。だが、これは関数 $E(v_1, v_2)$ に不自然性をもたらす。一見、何もなさそうな v_1 と v_2 の定義域平面の真ん中 $v_1 = v_2$ の直線上で解析関数でなくなり、解析関数と見たときの特異点をもつという結論になるからだ。それに対して、もし電荷が遠心力だけでなく、重力によっても放射すると考えると、波動関数の合成法が使える。両者の重ね合わせで光子の放射が決まると考えるのであり、重力と遠心力が釣り合っているときは、光子のパリティは奇だから、ちょうど遠心力による放射と重力による放射の位相が打ち消し合い、結果として放射は見られないと結論できる。どちらかが優勢な場合、その優勢な度合いだけが残って放射になる。この場合は二つの波動関数の合成になるので、解析性は全く問題がない (註5)。

そもそも、シンクロトロン放射は遠心力を電荷が感じることによって放射すると見なすことができるが、遠心力と重力との等価性に従えば、重力下でも放射しないはずがない。

一般相対性理論から帰結される空間の歪みは、この放射に本質的な影響を与えない。なぜなら、電荷×重力を一定にする条件を設定すれば、ほぼ同じ放射エネルギーが出るからだ。つまり、電荷を大きくして、それに反比例して速度と星の重力を小さくした場合、放射エネルギーがほぼ一定にできる。この場合、空間の歪みがどれだけでも小さく設定できるが、放射は（周波数変化はするが）似た強度で観察できるので、低重力近似の考察でも意味を持ち、一般相対性理論の非線形的で複雑な効果は放射にとって本質的ではないと結論できる。もちろん、放射エネルギー関数の解析性などの微妙な問題では、ニュートン力学と相対性理論の間の微細な修正項が本質的な場合もあり得るが、低重力下の量的な問題では大きな差はでない。

このように「重力場に静止している電荷は、常に放射を出している」という答え(4)が正しいとすれば、その放射のエネルギーはどこからくるのだろうか。

(5)「エネルギー保存則が破れている」のだろうか。

もしかすると、以下のような反論もあるかもしれない。

(6)「不確定性原理を考慮したり、電磁量子力学によるもっと正確な計算を行えば、このような放射がないことが示せるはずだ。」

だが、答え(6)は言い逃れにすぎない。不確定性原理による不定性は、多くの電荷の効果を集めれば、中心極限定理によりならされてしまうので、やはり巨視的な放射を観察できるはずだ。また、電磁量子力学による補正で放射が消せるとも思えない。もともと、量子電磁力学は特殊相対性理論とは合うように創られているが、一般相対性理論と合うようには創られていないのである。

その他の見解として、Fulton & Rohrlich (1960) は星の表面は完全に平坦でないので、その意味で平坦な宇宙空間の加速運動と異なるため、放射しないのかもしれないと述べているが、そんなはずはない。そもそも電荷の制動放射は4次元擬リーマン時空で測地線を通らない電荷に対して生じるので、計量に対して一次的な放射であり、そのような意味で局所的に起こる放射であるはずだ。つまり、曲率などの2次以上の項は放射強度に余り関係しないはずである。

この問題を考えるヒントとして、再び、平坦な宇宙空間で加速された電荷による放射の場合を考えてみよう。(式1) から制動放射は加速度の二乗に比例する。よって、電荷をある速度まで加速するだけのためなら、十分にゆっくり加速すれば、制動放射によるエネルギー損失はどれだけでも小さくできる。つまり、自明のことだが敢えて言う、放射のエネルギーと電荷の運動によるエネルギーは分離可能なのだ。

さて、この制動放射のエネルギーはどこからくるのだろうか。それは、ロケットなり装置なりが電荷を加速する際に、電荷の質量を加速する以上のエネルギーを必要とすることから生み出されている。放射のエネルギーは、電荷を加速しようとするロケ

ットなり、装置なりが供給しているのだ。それに対して、重力場の場合は、それにあたるものは重力源の他にはないのである。だから仮に(5)が間違っている、つまりエネルギー保存則が成り立っているなら、次の考えがあり得る。重力場でこのような輻射が起こると、重力源になっている素粒子が、そのエネルギーの分だけ重力子に崩壊する。すべての粒子が重力子に崩壊するのである。そして、それがエネルギーを供給する。近接作用の立場からすれば、このことは放射が起こると、その分だけ重力場が変形し、それが重力源に伝わることによって起こると考えざるを得ない。しかしながら別の考えとして、重力源ではなく、電荷を固定している床なり装置なりを構成している粒子が崩壊してエネルギーを供給するのかもしれない。

電荷を加速しようとする装置は、電荷の慣性質量による抵抗とは別に、何らかの放射抵抗によって加速方向と逆向きに反作用を受ける。再び等価原理によれば、星の表面ではこの反作用は電荷が電荷の重さとは別に、それを固定している地面を下向きに押すことを意味している。放射は電荷から出るが、電荷がその分、地面を押して電荷と星を下向きに移動させる。この結果、星と電荷はちょうど放射による重心の移動を打ち消すことになる。このように何の矛盾もない。

この「重力源が崩壊する」という解答は珍奇きわまりない意見に見えるが、エネルギー保存則、等価原理、ポインティングの定理のどれにも矛盾しない、もっとも自然な解答である。ほとんどの大統一理論の候補では核子の崩壊が予言されている。特に陽子が崩壊して、電子と組み合わせれば、大量の光子を生成する。この解答も重力源である物質が崩壊して、最終的に光子の輻射に転化している。これらの間には直接的な関係はないが、物質が光子に転化しようということとは、力の統一理論の思想と矛盾しないのだ。よって、この可能性は一概に否定すべきではなく十分に検討の余地がある。やはり「理屈」ではなく、実験で決着をつけるべきだろう。

(逆過程)

熱統計力学と関連しない限り、ミクロの物理法則はほぼ可逆である。よって、上記の考察は、電荷に位相、強度、スピンなどをうまく調整した光子を周囲から当てると、電荷が加速されることを示している。これは電荷の新たな加速手段として何かの工学的な応用が見いださせるかもしれない。

そこでこれを詳しく検討してみよう。荷電粒子に光子を当てると、一部または全部の光子を吸収し、その結果として加速されると考えられる。しかし常識的には重力に関連した現象などを考える必要はなく、ただ単に床を押すだけか、電荷が一時的に軽くなるだけだということが考えられる。これは本当だろうか。

無重力の真空中で電荷に光子を、適切に調節して当てることにしよう。シンクロトロン放射の際の座標系を局所平坦に取り替えたような、あるいは電荷の加速座標系で

放射される光子を逆にした状態で当てるのである。電荷の加速方向を前方と呼ぶことにする。重力の中で静止する電荷の系に変換すれば、重力方向と反対方向が前方になる。さて制動放射の公式を見れば、電荷の加速の方向を軸として、光子の放射強度はその軸の向きの反転について対称、かつ軸に対して円対称である。また、遠心力と重力による光子の位相が反対になって打ち消し合うという先の議論でも、軸の反転に対して位相は逆転するが強度は等しい必要があることがわかる。つまり逆過程では、運動量保存則から考えて電荷がどの方向にも加速されようがないのである。結局「常識的な」電荷の加速は起こるはずがない。したがって、別の仮説を考える必要がある。

そこで等価原理を反対に考えてみて、先の思考実験を可逆にした過程では、前後に重力の局所的な勾配が生じると考えることは可能だろう。もしそうなら、エネルギー保存則から考えても、この局所勾配は二重極放射に似た形で、重力波を周囲に発散するだろう。この重力勾配の副次的過程として、電子が加速される。重力勾配があれば、ポテンシャルの高い方向の粒子のエネルギーが高くなるので、軸の前方と後方で重力波の運動量はバランスしない。電荷の加速の反対方向に放出される重力子の方が重くなるのである。

もっとも弱い相互作用が関係した場合、時間反転の対称性が破れている場合があることが知られている。しかし、重力と電磁力のみに関してはそのような事実は知られていないし、もし非対称があったとしても重力波の放出が完全になくなるとは考えにくい。逆に容易になるかもしれないのだ。少なくとも何らかの痕跡は残すであろう。つまり荷電粒子は光子と重力子の変換装置になりうることになる。電磁気に関連した現象の中で重力異常が発生している可能性を示しているのだ。これも最終的には確認あるいは否定の実験や観察が待たれる。しかし、今まで既に「発見」されているのだが、別の説明を与えられるか、あるいは無視されてきたのかもしれない(註6、7)。

我々は余り賛成しないが、仮に加速度の微分に比例して放射するという説(1)が正しい場合でも、重力が変動する環境におかれた電荷は放射を出すことになる。たとえば、鉄アレイのように両端が重い物体(Mと呼ぼう)が回転する空間のすぐ外部に固定された電荷があるとする。回転する大質量物体Mは電荷を持たない物なら何でも良い。たとえば超対称物質でもいいのである。この場合、大質量部分が近づいたり離れたりとすると、電荷の受ける重力が変わるので、やはり電磁波が放射されることになる。この放射のエネルギーは物体Mの回転のエネルギーが転化され、その結果、回転が減速すると考えるしかない(角運動量はどこに行くのだろうか)。これは、電場(あるいは磁場)は重力場の変化に対して光子を発して抵抗を示すということの意味する。結論として等価原理に従えば、変動する重力場に置かれた電荷からは、加速度自体によるにせよ、加速度の変化率によるにせよ、何らかの電磁放射が生じることは疑いない。

この問題は長く注目もされず、多くの議論もされずに、ほとんど無視されてきた。しかし、どの答えが正しいにせよ、重力と電磁力の関係の根幹にかかわる何かを示していることだけは間違いない。この稿を含めれば、主な考えは出尽くしており、将来の実験が待たれるだろう。

(註1) 電磁場の変形が近接的にエネルギーや運動量を伝えざるをえないことを理解するために、別の例を考えてみよう。屈折率の高い透明な媒体の中を亜光速の電荷が通ると、チェレンコフ放射が出る。電磁場の伝達速度が電荷の速度より遅いと、マッハ円錐のような電磁場の不連続衝撃面ができて、それが放射になって見えるのである。反作用として電荷は減速する。だが、ここで、屈折率の高い媒質には、真空の細い直線のトンネルがあって、その中を電荷が亜光速で通過するとしよう。電荷の近傍の空間は真空だが、少し離れると媒質になるのである。この場合でも、ほとんど同じようにチェレンコフ放射が出て、電荷は減速する。この現象を近接作用から理解するためには、媒質中での放射がそれと接続している真空中の電磁場にも反作用として伝わって、さらに電荷に伝わると考えざるをえない。

ちなみにこのチェレンコフ放射でも難しい問題がある。詳しく検討すると、電荷から媒質へ運動量の転化が起こればと考えざるをえないが、どのように転化が起これるか、どの部分にどの時間に起これるか理解することは簡単ではない。

(註2) もう一つの可能性として、ニュートン力学的な放射抵抗、つまり力と距離の積がエネルギーであると考えるところに困難があるのかもしれない。非古典的ではあるが、距離にかかわらず、電荷の加速に対して直接エネルギーが消費されると考えれば良い。そもそも、保存量でもない「力」の概念は二次的・副次的な概念かもしれず、場合によってはうまく定義できなくても、それほど困らないのではないだろうか。

(註3) このようなどっちつかずの見解は、デイビスの著作に一貫してみられる傾向である。

(註4) 星の重力により空間が大域的に歪んでいる効果は、電荷の電場を大域的に歪ませることになる。だから、その影響が電場に跳ね返ってきて、影響を受ける可能性がある。だが、それは2次以上の修正項に過ぎず、無視できるだろう。さらに遠距離では、軌道を一周する周期の弱い電磁波を放射しているはずだ。しかし、これはシンクロトロンを電荷が周回する場合でも同じであり、重力による空間の歪みとは直接関係がない。遠距離から見れば、シンクロトロン放射以外には軌道周回による電磁波しか観察されない。

(註5) この考えは原子のように正と負の電荷がほぼ併走して加速される場合にも適用できる。正の電荷の放射と負の電荷の放射の位相が反対のために打ち消し合うのである。

(註6) あるロシアの科学者が、時計を電磁的な装置に入れて変化をみるという実験を行い、電磁気的作用で時間の進み方が変化すると主張した。しかし、大方の常識的な見方は、電磁気の影響で時計自体が狂ったため、物理的な時間には影響などあるはずはない(あるいはでっち上げ)というものである。この実験の適切さや、その科学者の説明の説得力はともかく、このような奇怪な実験結果は結構あるものだ。もちろん、大多数は本当に不適切な実験や観察だろうが。

(註7) もしも、この論文での結論が本当なら、アインシュタイン、ワイル、カルツァー、クラインなどが果たせなかった重力と電磁力の統合が、比較的低いエネルギーレベルで可能になるかもしれないが、さらなる検討が必要だ。

4. 重力と角運動量の転移

漸近平坦な宇宙では、局所的な空間の歪みあったとしても、遠距離極限から見た角運動量が定義できる。そこで、次のような思考実験を試みよう。巨大なブラックホールのような極めて重い星がある。そこに下方少し右から、ほぼ光速で慣性飛行をするロケットと、そのすぐ後ろから光が入射するとしよう。それらは星の重力によって引っ張られた結果、ぐるっとほぼ半周し、下方少し左に脱出するとする。さらに、その間のロケット内部の時間は、ちょうど光子がロケットを追い越すだけの時間がかかるとする(図4.1)。そこで

(問題4A) 脱出したときのロケットの向きはどちらだろうか？

答え(1.1) 上向き、つまり入射したときと等しい。

答え(1.2) 下向き、つまり入射したときと反対になる。

答え(1.1) はニュートン力学の答えである。この場合、ロケットのすぐ後ろから入射した光子の動きが、ロケットの内部にいる人間からどう見えるかを考えてみよう。慣性飛行をしているはずのロケットの内部で光が後ろから入射してきて、途中で向きを変え、また後ろから出て行くように見えるはずだ。これは等価原理に反する。下向き以外の方向になった場合にも同様な問題が起こる。つまり、等価原理に合う答えは(1.2)である。さらに次の問題を考えてみよう。

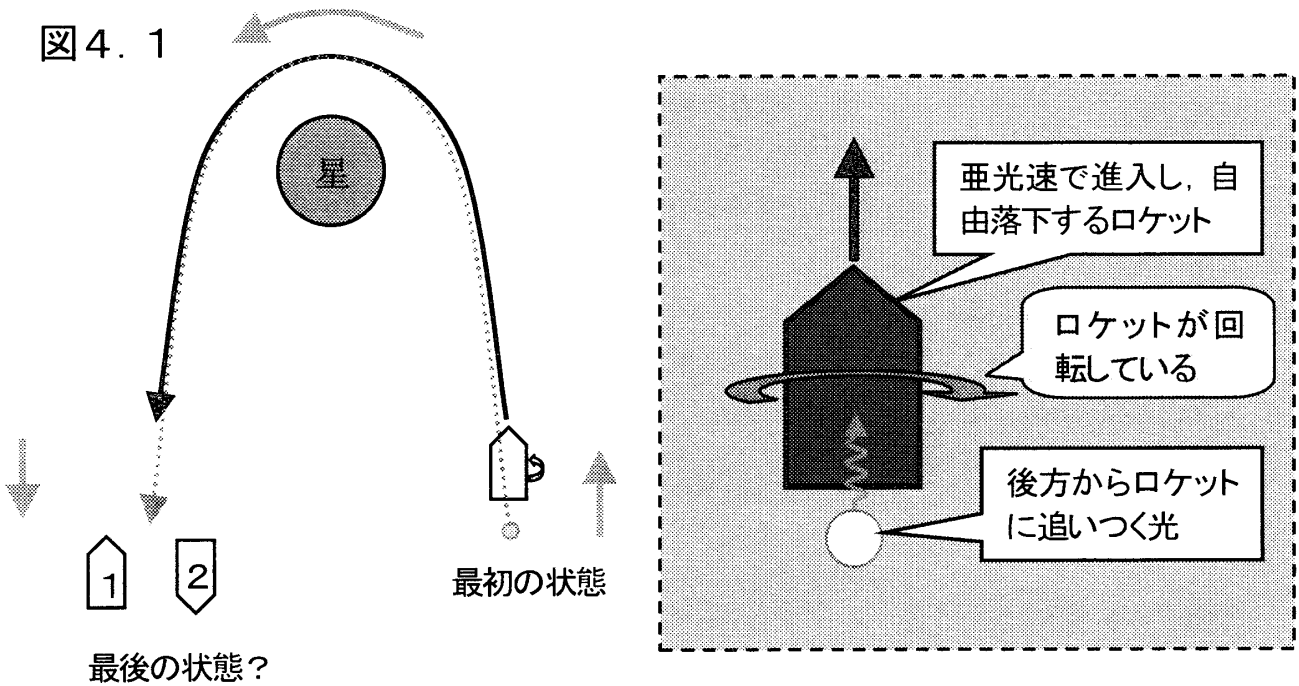
(問題4B) ロケットが進行方向を軸として回転していたとしよう。この時、入射前と脱出後のロケットの角運動量を考えてよう。もし答え(1.1)が正しいのなら、ロケット自体の角運動量は入射後と脱出後で保存される。だが、上で見たようにこれは等価原理と相容れず、一般相対性理論では成り立たない。それに対して答え(1.2)では

上下方向を軸としたロケットの角運動量が保存されていない。この角運動量はどこへ行ったのだろうか。この問題はロケットではなく、光子のスピンを考えてもいい。答えの候補は以下である。

答え (2.1) 角運動量は重力源の星に転移した。

答え (2.2) 角運動量は一般相対性理論では保存されない。

答え (2.3) 角運動量の定義を少し変えれば、保存則が成立する。



(考察)

まず答え (2.1) を飛ばして、他の答えの意味することを考えよう。純論理的には (2.2) と (2.3) は排反ではない。(2.2) は古典的な定義で角運動量が保存しないことを主張するが、(2.3) は定義を変えれば、それが保存することを言っているからである。

そもそも、曲がった時空を主張する一般相対性理論では、エネルギーや運動量の保存則が定義しづらく、特殊で理想的な場合にしか保存するようにならないことはよく知られている。たとえば、ゲーデル解などのような非ユークリッド的な位相を持つ空間の場合にはどう定義できるのか全く不明である。しかしながら、理想化した特殊な場合には巧く定義できて、かつ保存するようになれるので、ニュートン以来の保存則は、厳密には証明はされていないけれども、巧く定義すれば成り立つものと暗黙のうちに思われてきた。これを否定することになる答えが (2.2) である。

そこで (2.2) が正しいとしよう。この思考実験は、大重力星を重力源として扱ってい

るが、全く本質的ではない。重力相互作用を伴う場合、角運動量は完全には保存されないことになってしまうのだ。たとえば、断熱された箱の中に平衡状態にある気体があるとしよう。粒子間には当然重力が働くので、超長期にわたって積み重なれば、角運動量が保存しないということになる。

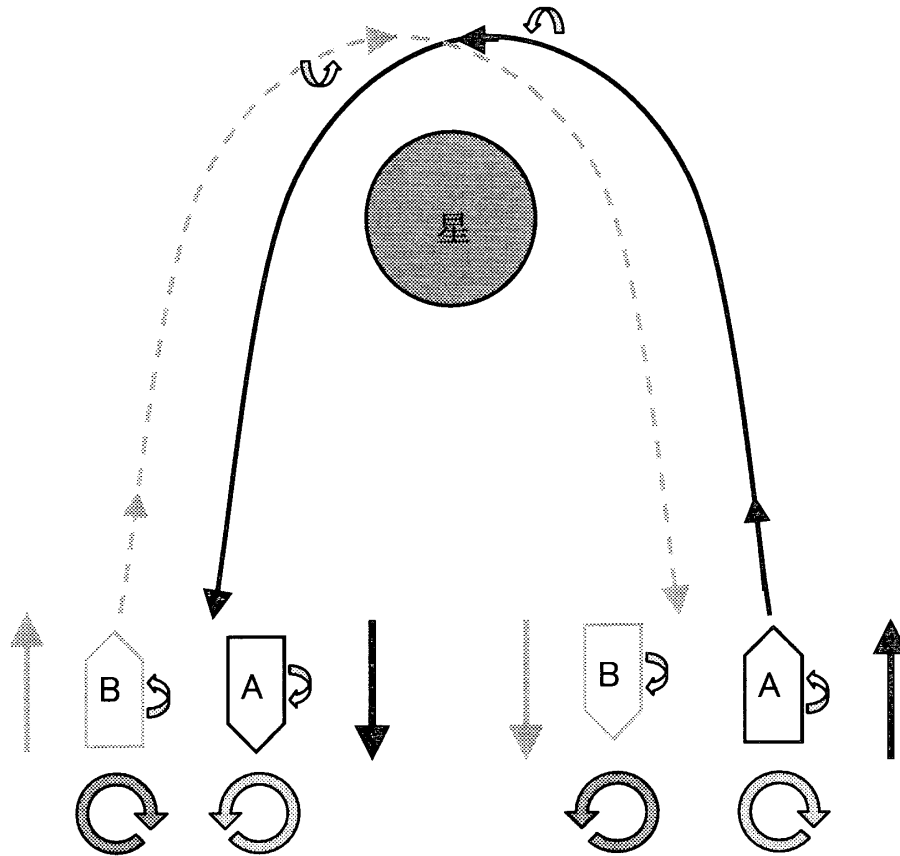
一方(2.3)の答えの場合は、いったいどんな「角運動量」を定義すれば、保存則が成り立つようになるかを具体的に構成する必要がある。また、この新定義の「角運動量」は、低重力近似で「ニュートン力学の角運動量」にならなければならない。これは容易ではないだろう。

ちなみに多くの教科書に書いてあるとおり、簡単な場合、たとえば漸近平坦で軸対称な場合など、遠距離から見た角運動量が保存されることが証明されている。よって、今検討した(2.2)(2.3)は、ありそうもないように思える。

さて、伝統的な角運動量保存則に合っている答え(2.1)は、ニュートン力学のみならず、一般相対性理論でも角運動量が保存されることを前提とした答えである。そこで、より詳しく検討してみよう。

回転する小物体が図 4.1 のように半周したとき、そのことが星に及ぼす影響は大きく分けて二つある。一つは星が重力によって上向きに引っ張られる効果だが、これは運動量保存則にしか関係しないので無視して良い。もう一つは、物体が回転している事によって、周りの時空を引きずる効果である。この効果も弱すぎて無視できるだろうが、カー解などから具体的に面倒な計算をする前に(註1)、図 4.2 のような思考実験を考えてみよう。星の左下方から、同じ向きで回るもう一つのロケットが反対の経路を通って逆に右下から出ていったとしよう。すると、時空引き込みの一部が消しあうようになることがわかる。この場合、上下の軸に対しての対称性があるので星への影響は、上下方向への運動量転移と角運動量の転移以外にはありえない。つまりは回転する物体に対する引力は、その反作用としてその引力源に角運動量の転移をもたらすと結論できる。

図 4. 2



(計算と応用)

ここで、答え (2.1) が正しいとして、回転する物体から重力源 (質量 M) に角運動量の転移が、どの程度起こるかを概算してみよう。光子の集団 (角運動量 S) の場合、転移する角運動量は時間あたりニュートン近似で、 $\frac{S}{c} \times \frac{MG}{r^2}$ になる。非光速の物体 (速度 v) の場合は $\frac{Sv}{c^2} \times \frac{MG}{r^2}$ になる。ここで c は光速、 r は距離、 G は万有引力定数、積 \times は r と v の外積である。これはエネルギーと同じ次元を持っている。この式では重力源と角運動量源がほぼ対等なものになっている。

もっと具体的に計算してみよう。1t の質量の物体の 1m のところを、物体に対する方向とはちょうど垂直な方向に 1m/s で通過する回転体があるとする。その回転体は進行方向に $1\text{g}\cdot\text{m}^2/\text{s}$ の角運動量を持つとする。その時、角運動量の回転体から質点への運動量の転移率は

$$\begin{aligned} & 1\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \times 1\text{g}\cdot\text{m}^2\text{s}^{-1} \times 10^6\text{g} \times (6.67 \times 10^{-14}\text{m}^3\text{g}^{-1}\text{s}^{-2}) / (1\text{m})^2 (3.00 \times 10^8\cdot\text{s}^{-1})^2 \\ & = 7.42 \times 10^{-25}\text{g}\cdot\text{m}^2\text{s}^{-2} = 7.42 \times 10^{-21}\text{erg} \end{aligned}$$

になる。プランク定数は $\hbar = 1.0545 \times 10^{-27}\text{erg}\cdot\text{sec}$ だから、一秒間に約 7 百万に相当するスピンが重力源である 1t の物体に転移することになる。

今までは、場の主役は重力源であり、回転する物質がその中で動くという描象をとってきた。しかし逆に、回転する物体が引力源に影響を与えるという見方もできる。高速回転し、大きな角運動量をもつ物体を回転軸の方向に動かすと、周囲に角運動量を転移する場が生じるとも考えられるのである。角運動量は、原則的に正の値しかとらない質量とは異なり、ある向きに対して正にも負にもなれる。これは電荷の二重極に類似している。そこで、角運動量 S で回転していてかつ質量が無視できる物体を、回転軸方向に周波数 ω 、振幅 l で振動させることによって発生する重力場の変化と、それを検知する方法を考えるのも面白いかもしれない。物質の質量の大部分は核子が担っているので、角運動量の転移は、まず質量が集中している原子核に伝達される。極低温にして原子核のスピンの統計的な変化を計れば、感度よく検出できる可能性があるだろう。

(疑問点)

しかしながら、以上の考察の仮定としてきた、角運動量の重力源への転化が正しいとすると、次の問題に代表されるような奇妙な現象が起こる。

(問題 4 C) 進行方向を軸として右向きに回転する物体が、二つの平行な板の間を通過するとしよう。この物体の質量や運動量は小さく無視できるが、角運動量は大変大きく、無視できないとする。逆に板は非常に重いとす。このとき物体や両側の板に、どのような影響がでるのだろうか。

回転する小物体は両方の板から引っ張られている。逆に進行方向に回転する小物体は両側の重力源に影響を与える。よって上の議論で星が角運動量を得たように、両側の板は反対の板を正面に考えて右側の向きに角運動量の転化を受けることになる。両側の板が反対方向に回転し始めるのである。回転体への引力は両側から等しくかかるから、回転体がどちらかの方向へぶれるということはない。両側の板への角運動量の転移は、両方の板で逆向きのため、物体の角運動量の変化は起こらないはずだ。それでは速度に変化は起こるのだろうか？

そのうえ、幾つかの細かい疑問点が生まれる。まず、この相互作用は角運動量しか運ばないように見えるが、そんな場や波が存在しうるのか。しかし、これはあまり問題がないだろう。例えば光子の場合を考えてみよう。今のところ、光子の波長の最大値を制限する法則は知られていない。銀河や銀河団より長い波長の光子でも存在し得るのだ。波長の逆数にエネルギーは比例するので、これは超低エネルギー光子を意味する。こんな光子でも、超高エネルギー γ 線でも同じように、スピン 1 を運ぶ。これ

が意味するところは、スピンを運ぶのに必要な最低エネルギーは存在しないということだ。つまり、物質の間の相互作用の結果、スピンだけが運ばれることはあり得る。とはいえ軌道角運動量を変化させるには、副次的にエネルギーが変化せざるを得ないはずだが、その変化分はどこからやってくるのかという問題は残る。

それ以上に問題なのは「スピンの飽和」である。素粒子の多くの理論は、どれだけでも重い粒子の存在を予測しているが、素粒子のスピンの値には制限があり、2より大きな物は構成しにくいことが知られている。だが、星のように重い素粒子が存在したとすると、その周りをほぼ双曲型の軌道で移動した亜光速の物体の角運動量が十分に転移できない。この場合は、どうなるのであろうか。保存則から考えて、軌道はそのまま角運動量だけ転移できないか、あるいは重力が働かないように見えるかのどちらかである。どちらにせよ、等価原理は破れてしまう。

そもそもアインシュタインの一般相対性理論は、回転する物体に対しての等価原理を十分に反映しているのだろうか。特に角運動量の転移を記述できているのか。たぶん、反映しているし記述できているとは思いますが、そうでない可能性も現時点では完全に否定できない。その場合、もっとも簡単でありそうな拡張として、計量などの対称テンソルを非対称にする試みが、アインシュタイン自身の提案を初めいくつもある。林(1976)は、非対称テンソルを使った形式は素粒子のスピンを一般相対性理論より旨く記述すると主張しているが、どうだろうか。さらにこのスピンを運ぶ場の粒子は重力子として記述できるのだろうか。それとも重力子の超対称粒子である重力微子など、まだよく知られていない場が必要なのだろうか。

ところで、この問題では一方は重力源であり、もう一方は角運動量の源になっている。これは今までの一般相対性理論で、ほとんど研究されていないタイプの二体問題の一種であり、シュバルツシルド・カー計量などの単純な一体問題からよく理解できるとは限らない。相対性理論にはこのような問題がなお存在することの一例である。また、ニュートン力学においては、角運動量は位置、質量、速度から派生する物理量だが、量子力学において、スピンはもっと独立した物理量である。しかし、一般相対性理論においても、角運動量は位置、質量、速度から、かなり独立した性質をもっていることをこの問題は示しているのかもしれない。

(註1) 実際、カー解を計算してみても、よく分からない。角運動量 J 、質量 M 、半径 r 、 $a = J/M$ とし、軸対称で回転する物体の周囲の真空を記述するカー計量の $M \rightarrow 0$ 極限は、

$$\begin{aligned}\Delta &= r^2 + a^2 \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2 \theta \\ ds^2 &= -dt^2 + \frac{\rho^2}{\Delta} dr^2 + \Delta \sin^2 \theta d\phi^2 + \rho^2 d\theta^2\end{aligned}$$

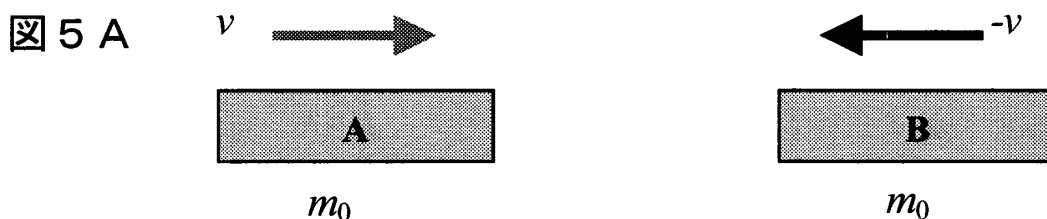
だが、これから直接的な予測を引き出すことは困難だ。

5. 特殊相対性理論とポテンシャル

光速に近い運動をしている物体がローレンツ・フィツジェラルド (Lorentz - Fitzgerald) 収縮をすることから、様々な派生的な帰結が導き出されている。たとえば、車庫に車庫より長い車が亜光速で入庫するパラドックス (Rindler, 1961, 1977) は、どんな物体でも変形し、理想的な剛体 (ideal rigid body) が存在できないことを端的に示している。以下の問題は、物体の圧縮に必要なエネルギー、ひいては物質の間に働く力や物質を加速するときに必要なエネルギーと、ローレンツ・フィツジェラルド収縮との関連についてのものである。なお、単位系は自然単位系を採用する。つまり光速 $c = 1$ とする。

(思考実験 5 A)

長さ l_0 静止質量 m_0 の二つの同じ物体 A と B が相対論的速度 v と $-v$ で互いに近づいてきたとしよう (図 5 A)。静止状態でこの物体を長さ l に断熱圧縮した時の総エネルギーを $\phi(l)$ とする。当然、 $\phi(l_0) = m_0$ である。また、 $d\phi(x)/dx < 0$, ($x < l_0$) とする。つまり、この物体は l_0 より縮めれば縮めるほどエネルギーが必要だとしよう。さらに平均的な圧縮はむらのある圧縮より、必要なエネルギーが小さいとしよう (これは常識的な仮定である)。



(考察)

運動している状態での総エネルギーを計算すると、 $2m_0/\sqrt{1-v^2}$ である。ローレンツ・フィツジェラルド収縮により、静止している状態に比べて進行方向に $\sqrt{1-v^2}$ 倍に縮んでいる。先頭がぶつかっても、物体の後ろには光速を越えて伝わらないので、後端は衝突点から $\frac{l_0\sqrt{1-v^2}}{1+v} = l_0\sqrt{\frac{1-v}{1+v}}$ に来たとき以降に、やっと先頭がぶつかったことを知ることになる。この時、まだ後端は前端方向に動いているのに対して、先端は反射によ

って後端方向に動いている。つまり、少なくとも $l_0\sqrt{1-v/1+v}$ 以下には物体は縮むことになる。よって、この時のエネルギーは両方で、 $2\phi\left(l_0\sqrt{1-v^2}/1+v\right)$ より大きくなる。つまり、両辺を2で割って、

$$\phi\left(l_0\sqrt{1-v^2}/1+v\right) < m_0/\sqrt{1-v^2}。$$

l_0 の係数 $\sqrt{1-v/1+v}$ は、物体の運動方向への圧縮率と見なせる。 v は任意であり、圧縮率 $r = \sqrt{1-v/1+v}$ とすると、 $0 < v < 1$ の時、 $0 < r < 1$ で単調減少である。逆関数を $v = g(r)$ と書く。これは、特殊相対性理論では物質をどこまでも圧縮できる運動（これを相対論的圧縮と呼ぼう）が存在することを意味し、その圧縮時のエネルギーには

$$\phi(l_0 r) < m_0/\sqrt{1-g(r)^2}$$

で規定される上限が存在することになる。静止時の物体の断面積を S 、体積を V 、密度を ρ とすれば、 $l_0 S = V$ 、 $m_0 = V\rho$ なので、物質を r 倍に圧縮する時に必要なエネルギーの上限は静止時の質量エネルギー密度 ρ のみに依存し、それは $B(r) \equiv \rho/\sqrt{1-g(r)^2}$ である。とりわけ、十分小さい圧縮を考えると

$$\left. \frac{dB(r)}{dr} \right|_{r=1} = \frac{-\rho g(l)}{(1-g(l)^2)^{3/2}} = -\rho$$

が成り立つ。これは物質が持つ圧力の上限は、その物質の質量エネルギー密度 ρ に等しいことを意味している。そして、微少体積 $\Delta \rho$ だけ圧縮する時に必要なエネルギーの最大限も、やはり $\Delta \rho$ である。自然単位系 ($\hbar=1$) では光子の運動量もエネルギーも周波数 ω なので、これは光子の入った袋を圧縮するときを生じる最大圧力（これは光子の方向が、全て圧縮される方向を向いているという余り自然でない状況になるが）に等しい。

一般相対性理論では、高密度の星において重力崩壊が知られている。しかしながら、上記の考察は特殊相対性理論においても、すでに圧縮抵抗には密度に依存する上限があることを示している。

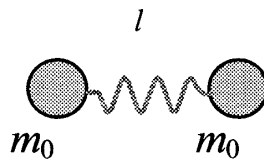
この思考実験Aでは、圧縮時のエネルギー損失などの計算がはっきりしない。そこで、より単純化した（思考実験B）を考えてみよう。

（思考実験5B）

① 2つの物質の間には（線形とは限らない）バネがあり、そのポテンシャルエネルギーは両者の距離が l のとき、 $\Psi(l)$ とする。付属する物質の質量は m_0 とする（図5B1）。バネの質量はバネの持つポテンシャルに起因するもののみとし、それ以外は無視

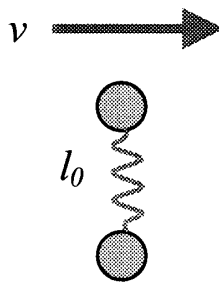
するとしよう。

図5 B 1



②静止系 α を固定して、観察者の座標系とする。まず、両物体の距離を l_0 にして、速度 0 から v まで横向きで加速する(図5 B 2)。横向きなのは、縦向きで加速した場合、進行方向に対して前と後ろでは同時刻が変わるので、複雑な修正が必要だからだ。

図5 B 2



静止質量 (エネルギー) は、 $\Psi(l_0) + 2m_0$ なので、速度が v の時の総エネルギーは、

$$\frac{\Psi(l_0) + 2m_0}{\sqrt{1-v^2}}$$

である。

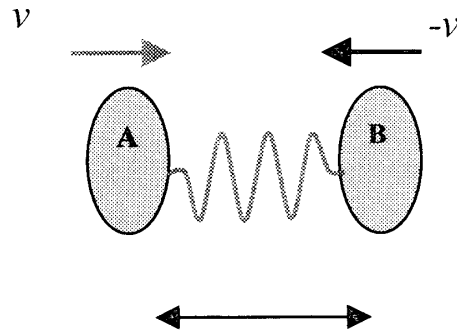
③加速し終わった後、慣性運動状態で90度回転させ、進行方向に向くようにする。十分にゆっくりと回転させれば、エネルギーは変わらない。(このように横向きを縦向きに変える操作すれば問題が単純になる。)するとローレンツ・フィツジェラルド収縮により、静止している状態に比べて進行方向に $\sqrt{1-v^2}$ 倍縮む。

さて、このような物体が、きわめて重い壁か、反対からまったく同じようにやってくるに物体にぶつかり、ばねで結ばれている両方の物体のうち、ぶつかった方の物体が完全弾性衝突したとしよう(図5 B 3)。

図5 B 3



図 5 B 4



このとき、両端の物体の距離は $l_0\sqrt{1-v^2}$ になっている (図 5 B 4)。物体 A と B の総エネルギーは、どちらも $m_0/\sqrt{1-v^2}$ である。ここで、バネのポテンシャルが、ポテンシャルを発生させる物体の速度に依存しないという最も簡単な場合 (分離性) を仮定しよう。すると、静止系 α から見たこの時のエネルギーは

$$\Psi(l_0\sqrt{1-v^2}) + \frac{2m_0}{\sqrt{1-v^2}}$$

と考えるのが妥当である。エネルギー保存則を仮定し、両式を比べてみると、

$$\Psi(l_0\sqrt{1-v^2}) = \frac{\Psi(l_0)}{\sqrt{1-v^2}}$$

が成り立たねばならない。これがすべての v について成り立つので、 $x = l_0\sqrt{1-v^2}$ とおいて、すべての $0 < x < l_0$ について、 $\Psi(x) = \Psi(l_0)l_0/x$ が成り立たねばならない。加えて l_0 にも任意性があることにも注意すべきである。つまりポテンシャル $\Psi(x)$ は、 C をある乗数として C/x の形でなければならない。これはクーロン型のような距離の逆二乗型の力を意味している。

(考察)

この思考実験ではポテンシャルはバネであったが、ポテンシャルを生み出しているメカニズムはまったく本質的ではない。原則として何でも同じように成り立つはずだ。電磁力のような力の場合は、電荷の運動エネルギーとポテンシャルの分離性や、衝突の際の荷価の場の変形に伴う制動放射などの細かい問題が出てくるが、本質的な影響はない (註 1)。また、衝突の際の配位を適当に調節すれば、引力の場合でも、ぼぼ似たような考察ができる (問題 C 参照)。つまり、エネルギー保存則と特殊相対性理論は、

距離の逆二乗に比例する力とのみ調和すると予想する。三次元では逆二乗の法則は半径と表面積との関係として容易に理解されるが、空間の次元がそれ以外では、このような理解が不可能になることを指摘しておきたい。

もちろん、自然界では逆二乗型ではないポテンシャルが数多くある。しかしながら、基本的な力が逆自乗でも、多くの粒子を間に挟んで媒介された力の場合、マクロでは逆自乗に従わないように見えるだろう。例えば、調和振動子のバネのような力は、多くの原子核や電子を介した合成力である。もっと複雑な場合、たとえばクォーク閉じ込めを記述している量子色力学の場合でも、短い距離ではやはり $1/r^2$ の強さになると推測されている。

しかしながら、物質間の距離によって見かけの静止質量が変わる場合は、このポテンシャルの形が変わってもいい。逆に、ポテンシャルの形が $1/r$ と異なれば、それが媒介粒子を介在させた複雑な物でない限り、見かけの質量が変わらざるをえない。例えば、コンパクト化された次元などの影響で、近距離において力が逆自乗に比例しないとしよう。典型的には r^n に比例する力になっているような場合である。この時、もし n が 2 より大きいならば、そのポテンシャルは $1/r$ より急になるので、その分だけ単純なローレンツ変換からのズレが生じる。(思考実験 5 A) で示した相対論的な圧縮は、要するに距離を縮めるということなので、物体の加速には余分なエネルギーが必要になるだろう (註 2)。

ともかく、この問題の意味するところは、ローレンツ・フィツジェラルド収縮は、ポテンシャルや力に何か強い制約を与えるらしいということである。

(参考、思考実験 C)

球形の形態をした物質間には、ある力が働いているとする。物質は、十分軽くかつ力との相互作用が無視できる支え棒で距離 l_0 に保持されている。そして、物質と支え棒を速度 v まで加速する (図 5 C. 1)。

図 5 C. 1

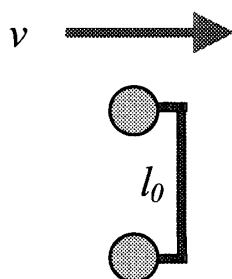


図 5 C. 2

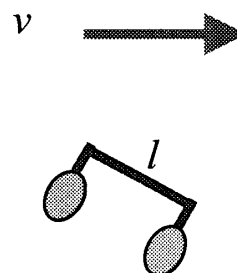
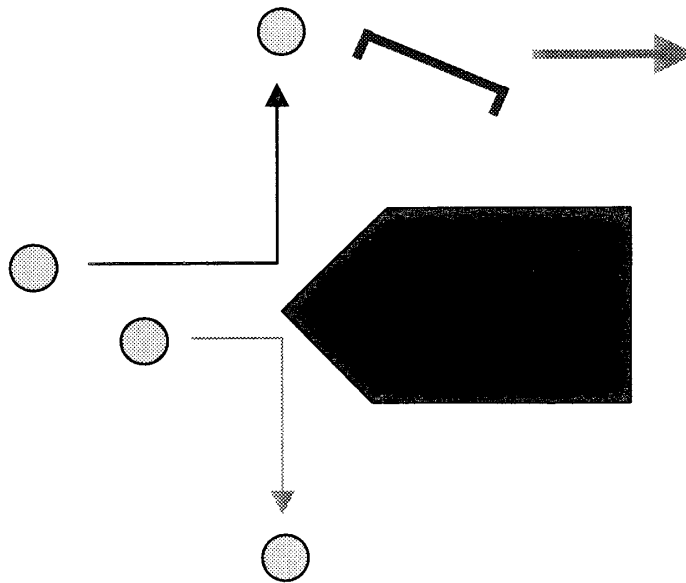


図 5 C. 3



これをゆっくりと回転させて、ほとんど水平にする (図 5 C. 2)。その時の両物体の距離は、ほぼ $l = l_0 \sqrt{1 - v^2}$ に収縮している。さらに、図 5 C. 3 のようなくさび形の物体にぶつけるとしよう。くさび形物体は実験者の系から見て静止しており、かつ十分に硬くて極めて重く、かつ弾性衝突をとする。さらに、上の物体と下の物体が上下反対方向に反射するように、物体の先端の角度と位置を調節しておく。また、ぶつかる直前で支えを外すとしよう。

すると二つの物体は今までの方向と垂直で、互いに反対方向に跳ねてゆくが (図 5 C. 3)、後の物体が向きを変えたときの速度はそれぞれ v で、距離はほぼ $l = l_0 \sqrt{1 - v^2}$ である。よって力が引力の場合でも、思考実験 5 B とほぼ同じ結論がでる。

(註 1) 制動放射は加速度か、あるいは加速度の時間微分に依存するので、粒子の方向転換の量と、制動放射の総量は本質的に関連していない。どれだけでも制動放射の総量が少ない方向転換が存在するのである。運動エネルギーと場のエネルギーのポテンシャルの分離性は自明ではないし、物質の運動方向とポテンシャルの関連もありうるが、その場合でも、ここでの考察は強い制約を与えるだろう。

(註 2) 高次元コンパクト空間の影響は、光速に極めて近い速度の粒子の質量が特殊相対性理論の予測よりも遙かに重くなることなのである。陽子のような粒子の場合、ポテンシャルと $1/r$ の比に比例して、質量はローレンツ係数 $1/\sqrt{1 - v^2}$ からずれてきて、重くなる可能性がある。これは、G Z K 限界を超える高エネルギー陽子の存在を説明するかもしれない。しかしながら、これは数々の矛盾 (例えば、 γ 線の運動量が $\omega \hbar c$ より小さくなるなど) を含むので、詳細な検討が必要だろう。

6. ホーキング輻射

ブラックホールが輻射をするというのは、ホーキングの論文(Hawking, 1974)以来、常識になっている(註1)。それに対して、ブラックホールに潰れる前の状態の星は、放射をしないと思われている。ブラックホールの事象の地平が放射を行うように見えると考えられているからだ。すると、星はブラックホールになると突然、放射するようになるのだろうか。そこで以下の問題を考えてみよう。

(問題6 A) 薄い表面が理想的黒体になっていて、内部に広い空間があり、中心に「物質」がある球対称の天体があるとしよう。内部の物質は可能な限り冷えているとする。また、その表面の黒体はどんな放射も内側から外側へ直接通過させないとする。つまり、この天体の内部空間にある物質の状態は、黒体の表面を通じてしか分からないとする。そのとき、中心にブラックホールがあるのか、それともそうでないのかが、外部から判別できるのだろうか。

(考察)

漸近平坦で球対称の真空解はシュバルツシルド解しかないので、内部の状態は外部空間の曲率や計量からは分からない。表面の黒体放射から推察するしかないのである。もし内部の「物質」がブラックホールなら、ホーキング輻射をするので、それが表面の黒体を暖めることになる。しかし、物体がブラックホールになる前の状態では放射をしないとすると、表面の黒体の温度を見ることによりブラックホールになっているかどうか判別できることになる。これは本当だろうか。

重力の量子力学が未完成なこともあり、ホーキング輻射の説明の仕方は複数ある。その一つが加速輻射から説明する見方(Davies, 1975; Unruh, 1976; Unruh & Wald, 1982, 1984)である。そもそも重力が存在する系では、カシミール効果などに重要な零点輻射のレベルが上がって見えるため絶対零度が実現せず、正の値の最低温度が存在する(Davies, 1975; Unruh, 1976; Boyer, 1984)。この値は加速度に比例する。これを加速輻射とよぶ。ブラックホールのホーキング輻射を、この加速輻射から説明する見方では、その局所座標系での物体の感じる加速度だけが問題で、付近に事象の地平や特異点があろうがなかろうが、まったく関係ないはずだ。つまり、星の表面に黒体があったなら、それは特別なエネルギーを供給しなくても、その温度に応じた黒体放射し、その放射は無限遠まで到達する。もし、加速輻射をホーキング輻射と同一視する説明を採用するなら、物質がブラックホールであろうとなかろうと、同じようにホーキング輻射をするということになる(註2)。

それでは仮にブラックホールになる前の星もホーキング輻射をとするなら、この輻射のエネルギーはどこから来るのだろうか。先にも触れたが、加速する系では真空の零点輻射が慣性系と違って見えると計算されている。加速度の関数である最低温度に対応する黒体放射が、零点輻射に加わって見えるのである(Boyer, 1984)。

そこで「遠く離れた空間から天体の重力に引かれて落ちてきた零点輻射と、このホーキング輻射がちょうど相殺している」という仮説が思いつくかもしれない。これは一見ありそうな答えだが、よく考えると疑問点が出てくる。これではブラックホールからのエネルギーの寄与は全く必要ではなくなり、ブラックホールの蒸発が起こらないのだ。(計算もまったく合わないだろう。軽い星は重い星を圧縮した場合より、ポテンシャルに比べて表面重力加速度の増大が大きいから、簡単には整合しない。)

よって、エネルギー保存則を仮定すると、それはホーキング輻射がブラックホール自体のエネルギーから来るように、重力源のエネルギー以外には考えられない。やはり重力源が崩壊して輻射に変わると考えざるをえないだろう。それとも、どこかが間違っているのだろうか。

まとめるなら以下の仮説とそれから派生する問題がありうる。

(仮説0) ホーキング輻射自体が間違いである。

ホーキング輻射とブラックホールの蒸発は、実証研究で証明されているわけではない。とはいえ、この仮説は論外だろう。

(仮説1) 普通の星はホーキング輻射をしない。

この場合はホーキング輻射を加速輻射から説明する立場とぶつかる。

(仮説2) 普通の星、そして全ての物質もホーキング輻射をする。

この場合は、前にも述べたようにエネルギーの問題が出てくる。

(註1) ブラックホールの蒸発仮説が認知されているのは、その説明が十分に納得できるものだからではない。結局、古典的なブラックホール像より熱統計力学と整合しているからに尽きる。事実、最初に学会で発表されたときに、ペンローズやホイーラーなどは間違いだと感じたという話は有名だ。

例えば、次のような問題が起こる。ブラックホールに自由落下している観察者Xを考えてみよう。(古典的)一般相対性理論によれば、十分離れた観測者Yから見れば、Xはシュヴァルツシルドの地平に近づくにつれて限りなく時間が遅くなり、Xがシュヴァルツシルドの地平を越えるのには無限の時間がかかるように見える。ところが、外部の観測者Yは有限の時間で、Xが落ちてゆくはずのブラックホール自体が蒸発するのを観察する。いったいこれはどういうことなのだろうか。

もしかすると次のような解答も思いつくかもしれない。

自由落下する観察者Xはシュバルツシルドの地平に近づくにつれて、ブラックホールからの放射が激しくなるを感じる。シュヴァルツシルドの地平に近づく前に、ブラックホールが蒸発し、その大爆発に巻き込まれて、観察者Xは蒸発する。

しかしながら、これは結局、自由落下する観測者がブラックホールに入れないことを意味しており、伝統的な解釈「自由落下する観測者Xは（クルスカール座標における）彼の感じる時間で有限の時間内にシュバルツシルドの地平を越えられる (Kruskal, 1960)」というものに反する。結局、ブラックホールの内部には観測者は行けないことを意味しているからだ。そのうえ、座標系をクルスカール座標に取り直せば、観測者Xにとって、シュバルツシルドの地平には何も変わったところはないという古典理論と真っ向から矛盾する。それだけではない。ブラックホールに自由落下する観測者には、このホーキング輻射が見えないらしいのだ (e. g., Davies, 1975; Unruh, 1976; Unruh & Wald, 1982; Unruh & Wald, 1984)。

ブラックホールの中心には特異点が避けられないことが知られているが、ブラックホールが蒸発した後、その特異点は必ずしも消失せず、むき出しになってしまう場合がある可能性が指摘されている。このようにブラックホールの蒸発理論は矛盾の宝庫である。これに類する難点は、量子力学と一般相対性理論を統合した未来の力学で解消されるという希望的な見解によってうやむやにされている。

もうひとつ面白い論点を指摘したい。フェルミオンとボソンとの超対称性が正しいと仮定しよう。すると超対称物質が存在することになるが、ブラックホールは我々のよく知っている通常物質のみならず、超対称物質も同じように吸い込んで増大する。しかし、ノーヘアの命題から、ブラックホールの性質は吸い込んだ物質の性質に関係せず、したがってホーキング輻射も同様であり、ブラックホールの質量にのみ依存する。吸い込んだのが通常物質だろうと、超対称物質だろうと、何を輻射するかとは関係ないのだ。それどころか、重力子を吸い込んで同じなのだ。

(註2) 別の面から考察してみよう。ここに重力崩壊を起こして、ブラックホールになりつつある中性子星があったとしよう。だが遠距離の外部時間から見ると、事象の地平が現実に生じるには無限の時間がかかるように見える（少なくとももっとも簡単な場合はそうである (Oppenheimer & Snyder, 1939)）。するとこの場合、外部から見ていつからホーキング輻射を始めるのだろうか。ホーキング輻射を十分に行わなければ、ブラックホールの蒸発もありえない。この場合も、ブラックホールになる前からホーキング輻射を行うと考えれば、すべてが整合する。

7. 最後に

以上に我々が考えてきた初等的に思えるが変わった問題を提示してきた。この問題は著者の一人、蔵琢也が1999年秋から、2000年の夏にかけて思いついた問題である。さらに考えた順番に正確に並んでいる。本稿で述べられた我々の暫定的な解答は、物理学の漠然とした常識と異なっているかもしれない。よって、我々の解答を押しつけるつもりは全くない。各自がそれぞれ自分の頭で考えて欲しい。われわれ自身も、幾つかの問題で、もっともありそうな解答の候補を変えたのだから。さらに困ったことは、本稿で述べられた一部の「奇妙な解答」が正しいとすると、それが物理

学の体系でどんな意味があるのかが、はっきり分からない点である。その意味を十分に理解した上で論文にしようと思っていたが、諸所の都合で今回公開することにした。才能ある諸氏の知恵とご意見を、ぜひお借りしたい。この稿は試論の一種であり、色々な意味で完全なものとは言い難い。特に参考引用文献や厳密な計算において不十分である。存在を聞いてはいるが、見つけられなかったため引用できなかった文献も多数存在する。また多くの問題については、定量的に正確な答えを出すための計算はほとんど行っていない。だが、これは余り本質的ではないし、計算に興味を持つ読者は少ないと感じたためでもある。

引用文献

- Bolda, E. L., J. C. Garrison and R. Y. Chiao (1994) "Optical pulse propagation at negative group velocities due to a nearby gain line", *Physical Review A*, Vol. 49, pp. 2938-2947.
- Boyer, T.H. (1984) "Derivation of the blackbody radiation spectrum from the equivalence principle in the classical physics with classical electromagnetic zero-point radiation", *Physical Review D*, Vol. 29, pp. 1096-1098.
- Chu, S. and S. Wong (1982) "Linear pulse propagation in an absorbing medium", *Physical Review Letters*, Vol. 48, pp. 738-741.
- Davies, P. C. W. (1974) *The Physics of Time Asymmetry*, Berkeley: University of California Press. (戸田盛和, 田中裕 訳 (1979) 『時間の物理学：その非対称性』 東京：培風館。)
- (1975) "Scalar particle production in Schwarzschild and Rindler metric", *Journal of Physics A*, Vol. 8, pp. 609-616.
- Everett III, H. (1957) "'Relative State" formulation of quantum mechanics", *Reviews of modern physics*, Vol. 29, pp. 454-462.
- Feynman, R. P. (1995) "Feynman lectures on gravitation" [based on notes by] F. B. Morinigo, W. G. Wagner; edited by B. Hatfield; with a foreword by J. Preskill and K. S. Thorne. Reading, Mass.; Tokyo: Addison-Wesley. (和田純夫 訳 (1999) 『ファインマン講義重力の理論』 岩波書店)
- Fulton, T. and F. Rohrlich (1960) "Classical radiation from a uniformly accelerated charge", *Annals of Physics*, Vol. 9, pp. 499-517.
- Hawking, S.W. (1974) "Black hole explosions?", *Nature*, Vol. 248, pp.30-31.
- 林憲二 (1976) 「一般相対論—現状と展望」『科学』, Vol. 46 pp. 593-599.
- Heisenberg, W. (1927) "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik", *Zeitschrift für Physik*, Vol. 43, pp. 172-198.
- Jackson, J. D. (1975) *Classical electrodynamics 2nd ed.*, New York: John Wiley & Sons.
- ア・エス・カンパニエーツ [Kompaneets, A. S.] (1980) 『相対論と電磁力学』 東京図書。

- Kruskal, M. (1960) "Maximal extension of the Schwarzschild metric", *Physical Review*, Vol. 119, pp. 1743-1745.
- Kwiat, P.G., A.M. Steinberg and R.Y. Chiao (1991) "Observation of a "quantum eraser": A revival of coherence in a two-photon interference experiment", *Physical Review A*, Vol. 45, pp. 7729-7739.
- , —— and —— (1993) "The single-photon tunneling time", in J. T. Thanh ed., *Proceedings of the XXVIIIth Rencontre de Moriond*. Gif-sur-Yvette, France, pp.365-371.
- Maxwell, N. (1972) "A new look at the quantum mechanical problem of measurement", *American Journal of Physics*, Vol. 40, pp. 1431-1435.
- Oppenheimer, J.R. and Snyder, H. (1939) "On continued gravitational contraction", *Physical Review*, Vol. 56, pp. 455-459.
- Plass, G.N. (1961) "Classical electrodynamic equations of motion with radiative reaction", *Reviews of modern physics*, Vol. 33, pp. 37-62.
- Rindler, W. (1961) "Length contraction paradox", *American Journal of Physics*, Vol. 29, pp. 365-366.
- (1977) *Essential Relativity: Special, General, and cosmological 2nd ed*, New York: Springer-Verlag.
- Schwinger, J. (1949) "On the classical radiation of accelerated electrons", *Physical Review*, Vol. 75, pp. 1912-1925.
- Sokolov, A. A. and Ternov, I.M. (1968) "Synchrotron radiation", New York : Pergamon Press.
- Steinberg, A. M. (1998) "Time and history in quantum tunneling", *Superlattices and Microstructures*, Vol. 23, No. 3-4, pp. 823-832.
- and R. Y. Chiao (1994) "Dispersionless, highly superluminal propagation in a medium with a gain doublet", *Physical Review A*, Vol. 49, pp. 2071-2075
- 武内義尚 (1987) 「トンネル現象の基本概念」武内義尚, 御子柴宣夫 編『トンネル現象の物理と応用』, pp. 11-30. 東京 : 培風館.
- Unruh, W.G. (1976) "Notes on black-hole evaporation", *Physical Review D*, Vol. 14, pp. 870- 892.
- and R.M. Wald (1982) "Acceleration radiation and the generalized second law of thermodynamics", *Physical Review D*, Vol. 25, pp. 942- 958.
- and —— (1984) "What happens when an accelerating observer detects a Rindler particles", *Physical Review D*, Vol. 29, pp. 1047- 1056.
- Wang, L.J., A. Kuznich and A. Dogariu (2000) "Gain-assisted superluminal light propagation", *Nature*, Vol. 406, p. 277.
- Wigner, E. P. (1955) "Lower limit for the energy derivative of the scattering phase shift", *Physical Review*, Vol. 98, pp. 145-147.
- Zou, X.Y., L.J. Wang and L. Mandel (1991) "Induced coherence and indistinguishability in optical interference", *Physical Review Letters*, Vol. 67, pp. 318-321.