

数学教育における「言語活動」についての研究

鈴木 明 裕

A Study on “Gengokatudou” in Mathematics Education

Akihiro SUZUKI

Abstract

As for the problem of “Reading Literacy” and “Gengokatudou” which begin with “the PISA shock”, it considered from the view of the math education. Based on the result about the regular test which was conscious for “Reading Literacy”, the term which was used for the short time and was changed, the Central Council for Education report in 2008 and the mathematics teaching now, it clarified the role of “Gengokatudou” about the math education.

As a result, the fullness of “Gengokatudou” is not to guide new contents so-called. However, the thing that to reconsider the guide of the math teaching from the viewpoint “Gengokatudou”, and to improve making-up are important became in the clarifying. And, the three points were pointed out as an insufficient point in present methods and techniques of instruction, and the improvement idea was shown.

Key words

Mathematics education, “Gengokatudou”, Reading literacy, OECD-PISA

1. はじめに

2004年にPISA調査⁽¹⁾の結果が発表されると、教育界のみならず、マスコミにおいてもいわゆる『PISAショック』が広がり、「すべての教科において、読解力を指導しなければならない」ということが言われるに至った。そして「数学の授業でも、本読みをさせなければいけないのか」と真剣に口にする教師の姿さえ現れた。

その後、幾つかの答申、研究発表により、「数学の授業でも、本読みをさせなければいけないのか」という誤解や混乱は少なくなったが、逆に熱が冷めてしまったごとくであり、今後の数学教育を考えると危惧されることである。またこの極めて短期間の間に、使用される用語は「読解力」、「国語力」、「言語活動」と変化し、「何が問題とされているか」「何をすべきか」に対する曖昧さが広がる結果となったと推測する。

このような現状を鑑み、本研究では、

- ① 用語の整理から数学教育として言語活動をどのように捉えるか
- ② 中学校における「読解力」に対する実験的試験問題より問題点はなにか
- ③ 数学教育における「言語活動」の充実に向けて、現行の学習指導で不足している点と改善案を考える。

2. 用語の確認とその変容

数学教育の言語活動を考えるにあたり、幾つかの用語の整理をしておく。その多くは2008年1月に出された中央教育審議会答申において多く用いられたものであり、これからの数学教育を考える上での社会的基盤となるものである。

ここでは、そのなかでも次の用語をとりあげることにする。

(1)生きる力 (2)知識基盤社会 (3)PISA型「読解力」 (4)国語力 (5)言語活動

(1) 生きる力

現行の学習指導要領から新学習指導要領へと移行するまでの10年間において、教育現場において大きな変化として、「生きる力」の導入、教育基本法の改定をあげることができる。この二者の関係について、2008年1月 中央教育審議会 答申（以下「H20答申」と示す）において、

○このように、改定教育基本法及び学校教育法の一部改正によって明確に示された教育の基本理念は、現行学習指導要領が重視している「生きる力」の育成にほかならない⁽²⁾。

と示している。

このように、現在の教育を考える上で「生きる力」は極めて重要なキーワードとなっている。その内容は、教師用パンフレットにおいては、

「生きる力」：

- 基礎・基本を確実に身に付け、いかに社会が変化しようと、自ら課題を見つけ、自ら学び、自ら考え、主体的に判断し、行動し、よりよく問題を解決する資質や能力
- 自らを律しつつ、他人とともに強調し、他人を思いやる心や感動する心などの豊かな人間性
- たくましく生きるための健康や体力など⁽³⁾

と示されている。

保護者用パンフレットでは、2番目、3番目の○はまったく同じであるが、1番目の○の内容については、

「生きる力」とは

一知・徳・体のバランスのとれた力

変化の激しいこれからの社会を生きるために、確かな学力、豊かな人間性、健康・体力の知・徳・体をバランスよく育てることが大切です⁽⁴⁾。

と前文を付け「変化の激しいこれからの社会」への対応と「知・徳・体のバランス」を強調している。

「生きる力」に対する記述としてH20答申において着目すべきは、学習指導要領の理念を実現するための具体的な手だてが必ずしも十分でなかったとしている点である。そして、「生きる力」の理念の共有を明確に位置付け、特に次の3点を重視したいとしている。

第一は、変化が激しく、新しい未知の課題に試行錯誤しながらも対応することが求められる複雑で難しい時代を担う子どもたちにとって、将来の職業や生活を見通して、社会において自立的に生きるために必要とされる力が「生きる力」であるということである。これからの学校は、進学や就職について子どもたちの希望を成就させるだけではその責任を果たしたことになる。

第二は、このような変化の激しい社会で自立的に生きる上で重要な能力であるものの、我が国の子どもたちにとって課題となっている思考力・判断力・表現力等をはぐくむためには、各教科において、基礎的・基本的な知識・技能をしっかりと習得するとともに観察・実験やレポートの作成、論述といった知識・技能を活用する学習活動を行う必要があることである。

したがって、特に、教科担任制の中・高等学校の教師には、レポートの作成・推敲や論述といった学習活動を行うのはすべて国語科の役割だと考えるのではなく、必要に応じ国語科の教師と連携して、これらの学習活動を自らが担当する教科において行うことを求めたい。このような活動を行うことは、学校の教育活動全体で子どもたちの思考力・判断力・表現力等をはぐくむとともに、その教科の知識・技能の確実な定着にも結び付くものである。

第三は、自分に自信がもてず、自らの将来や人間関係に不安を抱えているといった子どもたちの現状を踏まえると、コミュニケーションや感性・情緒、知的活動の基盤である国語をはじめとした言語の能力の重視や体験活動の充実を図ることにより、子どもたちに、他者、社会、自然・環境とのかかわりの中で、これらと共に生きる自分に自信をもたせる必要があることである⁵⁾。

ここで着目すべきは、「生きる力」の共通概念の中に言語活動に関する内容が盛り込まれたことである。言語活動を国語科の役割とせず、各教科の中で取り組むこと、そしてその役割は、判断力・表現力をはぐくむこと、知識・技能の確実な定着に結びつけることとしている。さらに、言語活動はコミュニケーションや感情・情緒、知的活動の基盤としている。そしてこれらの考え方はH20答申では随所に見られる。

(2) 知識基盤社会 (knowledge-based society)

子どもたちが生活していくこれからの社会をどのように捉えるか。このことを表す用語として近年いろいろな場面で用いられているのが知識基盤社会 (knowledge-based society) である。知識基盤社会の特質の例としてH20答申では、次の4点を挙げている。

- ① 知識に国境がなく、グローバル化が一層進む
- ② 知識は日進月歩であり、競争と技術革新が絶え間なく生まれる
- ③ 知識の進展は旧来のパラダイムの転換を伴うことが多く、幅広い知識と柔軟な思考力に基づく判断が一層重要になる
- ④ 性別や年齢を問わず参画することが促進される⁶⁾

数学教育における言語活動を考える上で、これから子どもたちがどのような社会で、どのようなことが要求されるかの前提となる。

(3) PISA 型「読解力」

現在課題とされている言語活動、「読解力」が大きく取り上げられるきっかけとなったのがPISA調査である。PISA調査における「読解力」を整理しておく。

まずPISA調査の目的は、子どもたちが将来生活していく上で必要とされる知識や技能が、義務教育修了段階において、どの程度身に付いているかを測定することにあるとしている。カリキュラムの習得状況を調査するIEA調査とは主旨が異なる。そのため、学校の教科で扱われている

ようなある一定範囲の知識の習得を超えた部分まで評価しようとするものであり、生徒がそれぞれ持っている知識や経験をもとに、自ら将来の生活に関係する課題を積極的に考え、知識や技能を活用する能力があるかを見るものとなっている。

PISA 調査の内容は、「読解力」(Reading Literacy)、数学的リテラシー (Mathematical Literacy)、科学的リテラシー (Scientific Literacy) という概念を用いた3つの主要分野と、2003年より付け加えられた主要分野にとらわれない問題解決能力 (Problem Solving) の4分野からなる。

ここでの「読解力」の定義は、

読解力とは、自らの目標を達成し、自らの知識と可能性を発達させ、効果的に社会に参加するために、書かれたテキストを理解し、利用し、熟考する能力である⁽⁷⁾。

とされているが、次の文が分かりやすい。

文部科学省は、読解力という用語が、日本ではある程度固定的なイメージで受け取られがちであることを顧慮して、また、意味内容がPISA型「読解力」と重なる部分があることを前提として、PISA型「読解力」の特徴を次のように説明している。

① 理解するだけではない

⇒ テキストに書かれた情報を理解するだけでなく、「解釈」し、「熟考」することを含んでいる。

② 読むだけではない

⇒ テキストを単に読むだけでなく、テキストに基づいて自分の意見を論じたりすることが求められる。

③ 内容だけではない

⇒ テキストの内容だけでなく、構造・形式や表現方法も、評価すべき対象となる。

④ 文章だけではない

⇒ テキストには、文学的な文章や説明的文章などの「連続型テキスト」だけでなく、図、グラフ、表などの「非連続型テキスト」を含んでいる⁽⁸⁾。

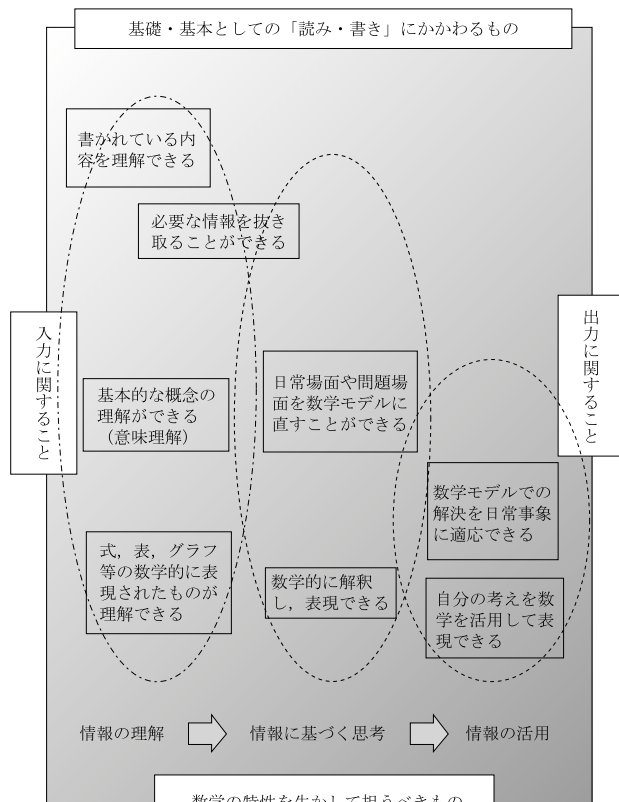
このPISA型「読解力」の考えを数学教育の立場から整理しモデル化を試みたのが右図である⁽⁹⁾。

数学で担うべき「読解力」として

① 数学科の特性を生かして担うべきもの

② 基礎・基本としての「読み・書き」にかかわるもの

を縦軸として、整理することを考えた。つまり、①と②は連続しているもので、はっきりとした区別はできない



中学校数学における「読解力」モデル

が、色の濃さはあるという考え方である。

次に、PISA 型「読解力」には、自分の表現やコミュニケーション能力に代表される出力に関することが含まれる。そこで、入力に関すること、出力に関することを横軸とし、その内容は情報の理解から、情報に基づく思考、情報の活用へと進むとした。

そして、この枠組みの中で数学学習の中で子どもたちが身に付けるべき内容を項目として具体化した。

このように整理し、具体化をしていくことで、次のことが問題となった。項目として示すべき内容に、従前の指導と異なるもの、変更を求められるものはあるか。今までに指導されていない内容や手法といった従前の指導に新たに加えるべきものがあるか。

PISA 型「読解力」として数学教育において指導すべきことを、具体化した項目という形で整理していくと、その内容は既に数学的な見方・考え方、モデリング、問題解決、コミュニケーション等々において示されているものばかりである。したがって、「読解力」の指導には、全く新しい指導すべき内容はないといえる。

しかし、だからといって「読解力」の指導は必要ないといえるかが問題となる。それらについては、言語活動としてまとめ後述する。

一方「連続型テキスト」「非連続型テキスト」という区別についてである。この区分は「読解力」が新聞等で話題となったときには明示されていなかった。そのために「数学の授業でも、本読みをさせなければいけないのか」という誤解も生じたと考えられる。

「連続型テキスト」「非連続型テキスト」という用語によって、PISA 型「読解力」において対象となるテキストが分類されたことにより、より数学教育で役割を担って育成すべき「読解力」が明確となった。つまり、「非連続型」という用語により文章として書かれたものばかりでなく、図、表、グラフといった数学的に表現されたものも「読み解くべきもの」の対象とされた。逆に、図、表、グラフといった数学的に表現されたものについては、算数・数学科が責任をもって指導すべきものであり、すでに今までにも行われてきたことである。さらに、「連続型テキスト」についても、単に文章を考えるのではなく、文字式を用いた表現も「連続型テキスト」の範疇となった⁽¹⁰⁾。そして、モデル化した図では、どちらも『① 数学科の特性と生かして担うべきもの』の中に入る。

ここで、参考のために PISA 調査における数学リテラシーについても示しておく。

数学的リテラシーとは、数学が世界で果たす役割を見つけ、理解し、現在および将来の個人の生活、職業生活、友人や家族との社会生活、建設的で関心を持った思慮深い市民としての生活において、確実な数学的根拠に基づき判断を行い、数学に携わる能力である⁽¹¹⁾。この考え方は、後述する H20 答申における数学教育への言語活動の期待にも影響を与えている。

(4) 国語力

「国語力」は2006年2月13日発表の中央教育審議会初等中等教育分科会教育課程部会「審議経過報告」（以下「H16審議経過報告」と示す）において用いられた言葉であり、目次のタイトルの中にも「国語力」を見出すことができる。ここでは「言語活動」や単独による「読解力」は用いられていない。

H16審議経過報告では、「国語力」について、『2 教育内容等の改善の方向（1）人間力の向上を図る教育内容の改善 ①基本的な考え方』において、

ア 言葉や体験などの学習や生活の基盤づくりの重視

- 義務教育答申においては、学習指導要領全体の見直しについて、例えば、次のような点を重視する必要があるとしている。
 - ・「読み・書き・計算」などの基礎・基本を確実に定着させ、教えて考えさせる教育を基本として、自ら学び自ら考え行動する力を育成すること
- 言葉は、「確かな学力」を形成するための基盤であり、生活にも不可欠である。言葉は、他者を理解し、自分を表現し、社会と対話するための手段であり、家族、友だち、学校、社会と子どもをつなぐ役割を担っている。言葉は、思考力や感受性を支え、知的活動、感性・情緒、コミュニケーション能力の基盤となる。国語力の育成は、すべての教育活動を通じて重視することが求められる⁽¹²⁾。

と述べている。ここにおける『国語力の育成は、すべての教育活動を通じて重視する』がすべての教科において読解力の育成を図らなければならないということへとつながった。また、ここで述べられた言葉についての考え方は、H20答申における言語活動へと引き継がれている。

さらに『② 具体的な教育内容の改善方向』において、

- 文部科学大臣からは、教育内容の改善の観点として、「社会の形成者としての資質の育成」、「豊かな人間性と感性の育成」、「健やかな体の育成」、「国語力の育成」、「理数教育の改善充実」、「外国語教育の改善充実」という六つの観点が示された。
- これらの観点については、各教科等ごとの専門部会において専門的な議論を行っている。

2) 国語力、理数教育、外国語教育の改善⁽¹³⁾

とその重要性を強調している。

(5) 言語活動

「言語活動」はH20答申において用いられた用語である。答申の前段階であるH16審議経過報告では用いられていないことは先に述べた。

この「言語活動」についてH20答申においては、いろいろな場面で繰り返し述べられている。H20答申における「言語活動」としてまず『7. 教育内容に関する主な改善事項』における(1)が『言語活動の充実』であり、改善事項の1番目に取り上げ、

- 各教科等における言語活動の充実は、今回の学習指導要領の改訂において各教科等を貫く重要な改善の視点である。

それぞれの教科等で具体的にどのような言語活動に取り組むかは8. で示しているが、国語をはじめとする言語は、知的活動（論理と思考）だけではなく、5.(7)の第一で示した通り、コミュニケーションや感性・情緒の基盤でもある⁽¹⁴⁾。

と示している。

そして、知識基盤という言語の役割について、各教科を意識した例示がされ、算数・数学については、

- 各教科においては、このような国語科で培った能力を基本に、知的活動の基盤という言語の役割の観点からは、例えば、
 - ・比較や分類、関連付けといった考えるための技法、帰納的な考え方や演繹的な考え方などを活用して説明する（算数・数学、理科等）

など、それぞれの教科等の知識・技能を活用する学習活動を充実することが重要であると示されている。

また、コミュニケーションや感性・情緒の基盤という言葉の役割に関しては、音楽、図画工作、美術、体育、家庭、技術・家庭、生活、特別活動、道徳、総合的な学習の時間等の例が示されている。

さらに、『7. 教育内容に関する主な改善事項 (2) 理数教育の充実』においても言語活動について言及し、

○ また、今回の学習指導要領改訂においては、思考力・判断力・表現力等の育成の観点から知識・技能の活用を重視し、各教科等における言語活動の充実を図ることとしている。上記(1)のとおり、論理と思考といった知的活動の基盤という言葉の役割に着目した場合、

- ・比較や分類、関連付けといった考えるための技法、帰納的な考え方や演繹な考え方を活用して説明する、
- ・仮説を立てて観察を行い、その結果を評価し、まとめ表現する、

といった言語活動が重要であり、これらの活動を行う算数・数学や理科の役割は大きい⁽¹⁵⁾。と算数・数学、理科に期待される言語活動が示されている。

次に、『8. 各教科・科目等の内容 (2) 小学校、中学校及び高等学校 ③ 算数、数学』において言語活動は、『(i) 改善の基本方針』の中で、

- 算数科、数学科については、その課題を踏まえ、小・中・高等学校を通じて、発達段階に応じ、算数的活動・数学的活動を一層充実させ、基礎的・基本的な知識・技能を確実に身に付け、数学的な思考力・表現力を育て、学ぶ意欲を高めるようにする。
- 数学的な思考力・表現力は、合理的、論理的に考えを進めるとともに、互いの知的なコミュニケーションを図るために重要な役割を果たすものである。このため、数学的な思考力・表現力を育成するための指導内容や活動を具体的に示すようにする。特に、根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えることや、言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関係を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすることなどの指導を充実する⁽¹⁶⁾。

このようにH20答申における「言語活動」は、H16審議経過報告における「国語力」を発展させた考えといえるが、より具体的であり、それぞれの教育活動に期待される言語活動が明示されているという特徴をもつ。そして、『(ii) 改善の具体的事項』において示された

(中学校：数学)

- (ウ) 数学的活動を今後も一層重視していくため、各学年の内容において、数学的活動についての記述を位置付けるようにする。その際、小学校と中学校の接続に配慮する。例えば、数学を生み出す活動、数学を利用する活動、数学的に伝え合う活動、数学的に実感する活動など、数学的活動を具体的に示す⁽¹⁷⁾。

が、学習指導要領においては、

[数学的活動]

- (1) 「A数と式」、「B図形」、「C関数」及び「D資料の活用」の学習やそれらを相互に関連付けた学習において、次のような数学的活動に取り組む機会を設けるものとする

る。

ア 既習の数学を基にして、数や図形の性質などを見だし、発展させる活動

イ 日常生活や社会で数学を利用する活動

ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道を立てて説明し伝え合う活動⁽¹⁸⁾

という形で表された。

算数・数学的活動は、現行の学習指導要領（1998年）より、小・中・高等学校すべての校種において教科の目標に示されているが、そこにおいては「ウ 数学的な表現を用いて、根拠を明らかにし筋道を立てて説明し伝え合う活動」のように言語活動の柱はない。今回の改訂における大きな特徴といえることができる。

3. 数学教育における言語活動の役割

「2. 用語の確認とその変容」において概観したことをもとに、言語活動自体について整理する。まず「言語活動」全体として、

- 「言語活動」が目指すものは、「生きる力」の育成である
- 「言語活動」は、H16審議経過報告における「国語力」を発展させたものである
- 「言語活動」は、PISA型「読解力」を念頭においた考えであるが、より大きな意味をもつものである
- 「言語活動」は、思考力、感受性を支え、知的活動（論理と思考）、コミュニケーション、感性・情緒の基盤となるものである

ことが明らかとなった。

そして、特に算数・数学教育に期待されている「言語活動」は、

- 比較や分類、関連付けといった考えるための技法、帰納的な考え方や演繹な考え方を活用して説明すること
- 仮説を立てて観察を行い、その結果を評価し、まとめ表現すること
- 根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えること
- 言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関係を理解し、それらを適切に用いて問題を解決したり、自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすること

である。

このように考えたとき、数学教育で取り組むべき言語活動、つまり新たに主張されている「言語活動」、PISA型「読解力」を念頭に入れた指導というのは、今まで数学教育で行なわれてきた指導と異なるだろうか？ 新たなことがあるだろうか？ ということが問題となる。

まず、従前の指導と異なるか、新たなことがあるかと言えば否となると考える。数学教育に期待される言語活動として示されたそれぞれの内容は、既に数学的な見方・考え方、モデリング、問題解決、コミュニケーション等々において示されているものと変わるものではない。特に強調されている内容も、今までも指導に取り組んできている数学的な見方・考え方の論理的思考とその表現である。

では、数学教育における「言語活動」の指導について、新たに考えるべき必要はないかと言えば否である。「言語活動」という視点を得ることによって、いままでの学習指導を強化すること

ができると考える。つまり、「言語活動」という視点から学習指導を振り返り、足りないところを補い、改善していくことが重要であると考ええる。

さらに言えば、今回「言語活動」の充実がどのように強調されるということは、論理的思考とその表現についての学習指導が現行のままでは、これからの知識基盤社会において要求される「生きる力」の育成に対して十分満足な結果を出せないと示されているのではないだろうか。

現行の問題点を考えるために、中学校2年生に対し、定期考査において PISA 型「読解力」(H20 答申発表前のため)を意識した問題に取り組んだ。その結果には「言語活動」という視点を明確に意識すべきという示唆があると考ええる。次の『4. 定期考査における PISA 型「読解力」を意識した問題の試行』において示す。

4. 定期考査における PISA 型「読解力」を意識した問題の試行

PISA 型「読解力」を意識した問題の試行を

時期：2006年度 定期考査 (前期中間, 前期末, 後期中間, 後期末の4回)

対象：国立大学附属中学校2年生 (筆者が教科担当)

においておこなった。

(1) 方程式の立式と式を読むこと (前期中間考査)

《試行問題》

【1】 A, B 2つの真ちゅうの塊がある。銅と亜鉛の重量比はAでは5 : 3, Bでは5 : 7である。A, B 2つの塊から、それぞれいくらかとって、銅と亜鉛の重量比が13 : 11になる真ちゅうを200gつくる。A, Bをそれぞれどれだけ混ぜればよいか。

という問題に対して、ミッチャンは次の連立方程式を
もとに考えました。

$$\begin{cases} \frac{5}{8}x + \frac{5}{12}y = \frac{13}{24} \times 200 \cdots \cdots \text{ア} \\ \frac{3}{8}x + \frac{7}{12}y = \frac{11}{24} \times 200 \end{cases}$$

下の問いに答えなさい。

- ① ミッチャンは、何を x , y としたか答えなさい。
- ② アの式は何を等しいもととして方程式をつくっているか答えなさい。

【2】 マコちゃんは、茗荷谷駅から学校まで来るのに、いつもは10分でできていますが、今日は寝坊をしたため初めは分速60mで歩いていましたが、途中で予鈴遅刻になりそうなことに気付き、分速120mで走ったところ7分で茗荷谷駅から学校まで来ることができました。

ここで、マコちゃんは、どれだけ走ったのかなと考えました。

次の問いに答えなさい。

- ① 数量関係を表もしくは図に表して整理しなさい。
- ② 何を x , y とするとよいか答えなさい。
- ③ ②の x , y をもとに連立方程式をつくりなさい。

《結果と考察》

【2】 ①は「必要な情報を抜き取ることができるか」を問うたものである。②, ③は通常の出題と同じである。それに対して【1】は「式という書かれた内容を読んで理解できるか」を問うたものであり、「読解力」を強く意識して出題したものである。

クラス全員分のデータを残していなかったので正確なことはいえないが、次表は14名中の正答

人数を示したものである。興味深い点も多く条件を整備して再調査を試みるに値する内容であると考えが、まずはここから次の示唆を得ることができた。

【1】②と【2】③の正答人数が同じとなった。出題前の「立式できなくても式から内容を判断できる」という予想を覆し、「読解力」(情報を読み取る力)の不足があった。また【2】②では全員が何を x , y とするとよいか判断できているのに対し、【1】①では4名が読めていない。今までの方程式の学習指導においては、問題解決のためには自分で立式することが重要であり、人の式を読むこと、式の意味を理解することは重視されてこなかった。逆に、立式ができれば数量関係が把握されており式を読むことはできるものだと考えられていたが、そうはいえないのではないかということを決意の結果は示している。つまり、立式と同じように式を読むこと、式の意味を理解することも指導されなければならない。

また、方程式の学習指導において、何を x , y とするかを明示するよう指導するが徹底できないことがあるが、このように「読解力」の「情報の理解」という視点から子どもたちに問うことで、何を x , y とするかを明示することの重要性を体感させることができると考える。これは、「言葉や数、式、図、表、グラフなどの相互の関係を理解」することへとつながる。

問題	正答人数
【1】—①	10
—②	9
【2】—①	12
—②	14
—③	9

(2) 文章から図をかくこと 〈後期中間考査〉〈後期末考査〉

《試行問題》

【3】 $\angle A = 90^\circ$ である $\triangle ABC$ で、辺 BC 上に $AB = BD$ となる点 D をとり、 D を通る辺 BC の垂線と辺 AC との交点を E とします。このとき、 $EA = ED$ です。

このことについて、次の問いに答えなさい。

- ① A, B, C, D, E の位置関係がわかるように、図に表しなさい。(作図のような正確さは必要ありません)
- ② 結論を導くには、どの三角形とどの三角形が合同であること示すとよいですか。

〈後期中間考査〉

【4】 $\triangle ABC$ の $\angle B$ の二等分線と辺 AC との交点を D とし、二等分線 BD 上に、 $AE = AD$ となる点 E をとる。このとき次の問いに答えなさい。

- ① 問題文の関係を表す図をかきなさい。このとき、点 A, B, C, D, E を明確に示すとともに、仮定として分かっている等しい関係には印を付けなさい。
- ② $\triangle ABE$ の $\triangle CBD$ を証明しなさい。

〈後期末考査〉

《結果と考察》

最近の教科書は非常に親切で、丁寧であるため、図形領域のすべての問題に対してとってよいくらい図が示されている。そのため、子ども自身が問題文を読んで自分で図をかく場が極めて少なくなっている。

後期中間考査【3】①は、この問題点について確認したものである。問題文は、教科書に掲載されているものと同じである(記号のみ変更)。この問題において、図がきちんとかけていなかったものは、1クラス41名中12名であった。予想以上の悪さに自分の指導を反省させた。

ところが、同様の問題を後期末考査【4】①において出題したところ図がきちんとかけないも

のは7名と5名減った。これは定期考査において、文章を読んで図を自分でかくことを課したことで、日常の学習においても文章を読んで自分で図をかくことを意識するようになったからである。つまり、指導をすれば子どもたちはできるようになるということである。このことは極めて重要である。これは「言語活動」という視点を得ることによって、いままでの学習指導を強化することができるよい事例であると考えられる。

さらに、【4】については、図がかけていたが証明がまったくかけなかった、まったく間違っていた者は3名(34名中)と極めて少なかった。指導の中で教師はよく「図がきちんとかければ、問題は半分以上解けたも同然だよ」といろいろな場面で図をかくことの大切さを訴えるが、そのことをよく表す結果となったといっていよいだろう。

あたりまえの繰り返しになるが、指導しなければできるようにならないが、指導すればできるようになる。さらに、指導したことは評価をすることにより、強化されることがこのテスト問題の試行により確認できた。

(3) 授業の再現を意図した問題 〈後期中間考査〉〈後期末考査〉

《試行問題》

【5】アッチャンが「『2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形である』ことの証明を聞いたんだけど、どうも間違っている気がするんだけど」と相談にきました。

問題点と改善方法を明らかにして、アッチャンにアドバイスをしなさい。(正しい証明を示すだけでは、アドバイスにはなりません)

〈後期中間考査〉

【6】平行四辺形 ABCD (以下 $\square ABCD$ と表示)をもとに、作図をする課題に対して、アッチャンとイッチャンは、次のようにそれぞれ別な方法でかきました。下の問いに答えなさい。

- (1) $\square ABCD$ と作図してできた平行四辺形の相似比を答えなさい。
- (2) $\square ABCD$ と作図してできた平行四辺形は相似の位置にあります。相似の中心はどこと考えられるか答えなさい。
- (3) アッチャンとイッチャンの作図方法について、相違点ならびにそれぞれのよさについて述べなさい。

〈アッチャンの証明〉
 $\angle A$ の垂直二等分線と BC の交点を D とする。
 $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ で、
 仮定より $\angle B = \angle C \dots\dots ①$
 AD は垂直二等分線だから、
 $BD = CD \dots\dots ②$
 共通だから、
 $AD = AD \dots\dots ③$
 ①②③より、2組の辺とその間の角が等しいから、
 $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$

アッチャンの方法 (手順)

- ① 辺 CD の中点を作図し、 P とする。
- ② 頂点 A と点 P を結び、 $\square ABCD$ の対角線 BD との交点を Q とする
- ③ 点 Q を通り、辺 AD に平行な直線をかき、辺 AB との交点を R とする
- ④ 点 Q を通り、辺 AB に平行な直線をかき、辺 BC との交点を S とする
- ⑤ 点 B, S, Q, R を頂点とする四角形をかく

イッチャンの方法（手順）

- ① 辺 AB を延長した，直線 AB をかく
- ② コンパスを用いて，直線 AB 上に $BP=PQ=QR$ となる点 P, Q, R をとる
- ③ 点 R と頂点 C を結ぶ直線 CR をかく
- ④ 直線 CR に平行で，点 Q を通る直線をかき，辺 BC との交点を S とする
- ⑤ 点 S を通り，辺 AB に平行な直線をかき， $\square ABCD$ の対角線 BD との交点を T とする
- ⑥ 点 T を通り，辺 AD に平行な直線をかき，辺 AB との交点を U とする
- ⑦ 点 B, S, T, U を頂点とする四角形をかく

〈後期末考査〉

《結果と考察》

【5】【6】の問題については，残念ながら正答数など具体的値を示すことができない。それは定期考査における問題量と時間の関係において大きな問題があり，無解答（時間が足りないの）が多く，子どもたちの実態を示す数値ではないと判断したからである。そのため以下の考察においては，問題の意図，考え方を示すに留める。

後期中間考査【5】は証明を読んで理解することができるかを問うた問題である。

誤りを訂正させる問題については，記述問題として既にいろいろな場面で取り組んできているが，意図するところを質問しやすい方法である。「読解力」を意識した問題についても利用することができる。

人の考えを注意深く聞き，それに対して自分の意見を言うということは，数学の授業場面では日常的に行われていることである。しかし，そのことは定期考査において問われていたのだろうか。この問題はそういう場面を明確に意識できるものである。

「読解力」の育成という視点から問題を作成することで，通常の授業において強化したい部分を正面から問う問題作成の機会を得たと考えている。

後期末考査【6】は，授業場面を再現しようとしたものである。

いろいろな考えを発表し合い，その内容を相互に理解し，それぞれの考え方のよさ，まずさを検討し，よりよい解決を求めていく。問題解決を主体とした授業では大切な活動である。その活動を，「読解力」という視点を利用して，「テキストを読んで，理解し，解釈し，熟考する」「テキストに基づいて自分の意見を論じたりする」活動とみて出題したものである。

このような問題を繰り返し出題すれば，子どもたちは自然と授業の中での話し合い・練り上げに参加し，人の考えを注意深く聞いたり，自分の考えを正確に伝えようとしたりするようになる。これは PISA 型「読解力」の課題を越え，中学校数学における指導の本質に迫るものであると考える。

この定期考査における PISA 型「読解力」を意識した問題の試行により，「言語活動」という視点を得ることは，現行の学習指導をよりよく改善していく手だてとなるという示唆を得ることができたと考える。

よって，数学教育における「言語活動」の指導は，まったく新しいことに取り組むというものではないが，既に行っているから充分であるというのではない。よりよく実践されているかを再考

し、学習指導の改善を行っていくことが課題であると考ええる。

5. 数学教育において言語活動を充実させていくために

数学教育における「言語活動」の充実は、新しい内容を指導するというものではないが、「言語活動」という視点から学習指導を振り返り、足りないところを補い、改善していくことが重要であるという結論を得た。

そこで、現在の学習指導として不足し、今後改善すべき点として

- (1) テスト問題の改善
- (2) 数学の研究レポートの作成
- (3) 帰納と演繹を明確に意識した学習指導

の3つを提案する。

(1) は評価の問題である。評価をすることにより指導が強化できることは、テスト問題の試行の結果においても示したことである。逆に、評価がされないままであったがゆえに、指導はされているが期待される成果があがっていないという結果を招いていると考えるからである。

(2) (3) はH20答申において、「言語活動」として新たに強調された点であり、今後重視されるべき点と考える。しかし、(2)の数学の研究レポートについては、子どもたちに研究レポートに取り組みせたいと考えても、何をどのように指導したらよいか指導の手だてを得ていないというのが指導現場の状況であると捉えている。そういう現状を踏まえて、指導の手がかりを提示できればと考えた。(3)は、数学に期待されながら、十分指導されていない、できていないという指導現場の状況があると捉えている。問題点を明らかにすることで、改善へと進めていきたいと考えた。

以上3点が数学教育において言語活動を充実させていくための必要十分条件であるとはいえないが、重視されるべき必要条件であると考え、焦点を当てて取り上げることとした。

(1) テスト問題の改善

授業では結果だけでなく過程を大切にということを強調したとしても、テストでは答えだけを重視したり、授業によく参加していなくてもできるようなテスト問題では、授業で強調したことが定着しないのではないか⁽¹⁹⁾。

という相馬一彦氏の言葉に感銘を請け、定期考査における評価問題の改善という視点から学習指導の改善に取り組んできている⁽²⁰⁾。この取り組みは、「言語活動」に限ったものではないが、「言語活動」についても同じことがいえると考ええる。

前述したように、既に数学の学習指導の中で「言語活動」は行われ、指導されてきている。一番不足しているの、評価であると考ええる。評価が足りないから、子どもたちは真剣に学ぼうとしない。保護者や塾もテストに出ないからといって問題にしようとししない。評価をきちんとするようになれば、子どもたちは授業の中で真剣に学ぼうとする。保護者も塾も、学習の強化の回り方を考えるようになるのではないか。そして、教師も「どのような評価問題を作成しようか」と考えることで、「授業でどういう指導をしておかなければならないか」明らかになってくる。指導と評価は、表裏一体のものであり、決して本末転倒にはならない。

また、評価問題では『4. 定期考査における PISA 型「読解力」を意識した問題の試行』で示したように、子どもたちに書かせる問題が当然多くなる。それは、「言語活動」として算数・数

学科が期待されている「根拠を明らかにし筋道を立てて体系的に考えること」「自分の考えを分かりやすく説明したり、互いに自分の考えを表現し伝え合ったりすること」にほかならない。

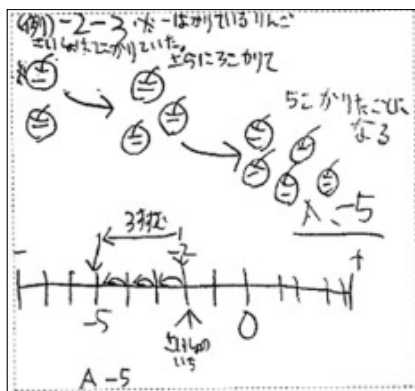
評価問題とか、自分の考えを書かせるというとはじめから高度なこと、難しいことを考えてしまうかもしれないが、例えば、

【評価問題】

(負の数) + (負の数)は、
 符号：常に－
 値：絶対値の和となります。

この理由を説明しなさい。

(授業で、考え方として学習したことです)



上のような問題、右図のような稚拙な解答から始めていけばよいと考える。

特別なものでなく、指導したこと、定着させたいことを「言語活動」の視点から考え、問題化し評価していく。そして、単発の取り組みではなく、継続した取り組みを行っていくことで子どもたちに定着させていくことができる。

このような問題の作成に当たっては、文部科学省による全国学力・学習状況調査のB問題が極めて参考になるし、活用することができる。

記述式問題に取り組み始めた20年程前は、「採点の客観性はどうするのだ」「子どもや親にどう説明するのだ」「ここは附属学校じゃないぞ」等々という人もいた。評価基準の設定の仕方などまだまだ研究を進めなければならない点も多いが、思考や表現についても評価を行うという共通理解ができてきた。だからこそ、今、テスト問題の改善という手だてを積極的に用いた学習指導の改善が大いに有効であると考える。

(2) 数学の研究レポートの作成

H20答申において、「言語活動」の重視の具体としてレポートの作成が示されている。新学習指導要領においても、それは生かされている。

実際に、長期休業中に数学の研究レポート、自由研究に取り組みたいと考えている先生方は多い。しかし「どのようなものが可能なのか」「どのようにしたらよいのか」と悩んで、取り組めていない、二の足を踏んでしまう先生が多いというのが実際ではないか。

なかなかうまくいかない理由の一つに、指導する側にイメージはあっても、具体的なサンプルがないことがある。新たに自由研究レポートに取り組み始めた先生から「1年ではできません。複数年が必要です。先輩の作品を見せられるようになって軌道に乗りました」という話を伺ったことがある。現在も数学の研究レポートに取り組んでいる学校の実践を見ると、継続して毎年1・2年生に夏休みの必須課題として自由研究レポートを課し、長年の積み重ねの上に成り立っていると感じる。焦らず、時間をかけて、自由研究レポートに取り組むことが肝要である。

一方研究レポートは、自由研究ばかりではない。1つのテーマを与え、それについて調べ、自分の考えを述べるというのも研究レポートの方法である。例えば、次図のプリントを配布して研究レポートに取り組ませた。

これは「情報を読んで理解する」「情報をもとに判断する」「数学を用いて自分の考えを表現す

る」という「言語活動」を意図して課したものである。つまり、三平方の定理の証明を読んで理解すること、多くの証明の中から必要なものを判断すること、自分の考えを説明するために数学の言葉を用いることを体験させたいと考えた。また、インターネットが発達した現在、『切り取り』『貼り付け』で簡単に見た目にきれいなレポートが作成することができるが、逆にその情報を積極的に使おうというものである。

研究レポートの作成については、「単なる発表会だけいいのか」という意見もあるだろう。書かせた後、どのように指導の手を加えていくか、どの場面で、どのような方法で、それは時間的にすべての子どもに対応できるのか等、今後のさらなる研究を待たねばならない部分がある。しかし、はじめなければ改善点も見いだすことができない。

(3) 帰納と演繹を明確に意識した学習指導

H20答申において、特に算数・数学教育に期待されている「言語活動」のなかに「帰納的な考え方や演繹的な考え方を活用して説明すること」が明記されている。数学的な見方・考え方として帰納的な考え方や演繹的な考え方は極めて重要なものであり、いままでも指導をされてきている。

しかし、H20答申の中にこの一文を見いだしたとき、どきりとするものがあった。

帰納と演繹は数学において極めて重要な手法であり、考え方であり、指導の手だてである。しかし、この帰納と演繹を明確に認識されて指導されているかということ、今までにも問題点として指摘の多いところである。

実際に、現場の先生、教育実習生の授業やレポートをみて、帰納と演繹を明確に意識して指導がなされていないと感じる場面が多くある。1つ、2つの実測から結論を導くことは、しばしばである。帰納的な推論と演繹的な証明が、多様な考え方として対等に扱われたり、あるいは無意識のうちに演繹的証明のみをよとしていたりする。

例えば、平方根の乗法についての学習指導において $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ が成り立つことを $\sqrt{5} \times 2$ 、 $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$ をもとに考えさせる場面で、右図の〈考え方1〉〈考え方2〉が対等に扱われたり、考え方1についても中学校3年段階で説明として認められたりしていた。

3年数学課題

「三平方の定理」の証明は多くあります。そのなかには、非常に興味深いものも多くあります。そこで、次のことについてのレポート作成を3年数学の課題とします。

課題

- (1) 「三平方の定理」の証明を、自分が興味深く思ったものを3つ書き出しなさい。
- (2) その3つの証明のなかでも1番興味深いものを明示し、その理由を他の証明と比較して示しなさい。

○レポート作成上の注意

- ・ B5版レポート用に、課題(1)の証明を記入する。
- ・ レポートの分量は、レポート用紙5枚程度までとする。
- ・ 今回は、証明を呼んで理解し、そのよさを判断することが目的であるので、PC等による打ち出し原稿は不可とする。
- ・ 別紙プリントに、課題(2)を行い、レポートの最終ページにつける。

つまり、課題(2)はプリント1枚に簡潔にまとめて記入すること、付け足しをしない。

○レポートの提出方法とその後

- ・ レポートは、○月○日までに提出。
- ・ レポート内容について、数学の授業で発表を行う。それにともない、授業時に一旦返却し、再度回収するということもある。

〈考え方1〉

電卓で近似値を求めて計算をすると、
 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 1.4142135 \times 1.7320508 = 2.4494896$
 $\sqrt{6} = 2.4494897$
 となるから、 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$ といえる。
 だから、 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ が成り立つ。

また授業の中で、数学の教師は考え方2の方がよりよいというまとめ方をしていたが、なぜよりよいのかの明確な説明はない。考え方1は、帰納的に推論をしようとし、結果が正しそうなことを確かめながら、仮説を立てている段階である（もっと帰納を意識するならば、多くの事例で確かめようと活動は進む）。それに対して、考え方2は既習内容をもとに演繹的な説明をおこなっている。考え方2の方法をそのまま a 、 b に置き換えて行えば証明が得られる。

〈考え方2〉

$$\begin{aligned} \text{面積で考えたこともとに式で表すと、} \\ (\sqrt{5} \times 2)^2 &= (\sqrt{5} \times 2) \times (\sqrt{5} \times 2) \\ &= \sqrt{5} \times 2 \times \sqrt{5} \times 2 \\ &= (\sqrt{5})^2 \times 2^2 \\ &= 5 \times 4 \\ &= 20 \end{aligned}$$

となり、 $\sqrt{5} \times 2$ は20の平方根のうち正の方、つまり $\sqrt{20}$ となるから、 $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ といえる。

一方、数学の教師は体感的に演繹の説明を好む傾向があり、考え方2の方がよりよいとまとめしてしまう。しかし、次の平方根の加法の学習では、帰納的な方法で簡単に反例を得ることができ。そして、その後に演繹的な証明を試みる。

育てたい子どもの姿は、帰納的な考え方をもとに仮説を立てたり、推測したりして、それはいつでもいえるかと追究し、根拠を明らかにして演繹的に説明する姿である。帰納と演繹に優劣をつけるものではなく、お互いのよさと役割を認識して活用する姿である。

指導する側・教える側に、帰納と演繹に対する明確な意識がなければ、子どもたちに帰納的な考え方や演繹的な考え方を活用して説明することは期待できない。

この帰納と演繹に対する意識については、現職教育、大学教育などを通じて行っていくことが急務であると考え。

6. お わ り に

『PISA ショック』に端を発したと考えられる「読解力」、「言語活動」の充実に対し、数学教育としてどのように考え、どのように対処していくべきかについて考察をし、私見を示した。

「言語活動」として新しい内容を指導するというものではないが、「言語活動」という視点から学習指導を振り返り、足りないところを補い、改善していくことが重要であるという結論を得、数学教育において「言語活動」の充実に向けての私案として、テスト問題の改善、数学の研究レポートの作成、帰納と演繹を明確に意識した学習指導の3つに焦点を当てて示した。

今回の学習指導要領の改訂により算数・数学は授業時間数が増加された。これは、社会の算数・数学教育に対する期待の表れであると考え。我々はそれにしっかりと応えていかなければならない。この研究で示した数学教育における言語活動は、その期待にどのように応えるかの一つの考えである。算数・数学科がその期待に応えることができず、10年後にあるだろう次回の学習指導要領の改訂において、算数・数学の授業時間が削減されるようなことになってはならない。

そのためにすべきことは多くある。まずは実践がなされなければならない。実践がなされることにより、問題点が明らかになり、改善される。また提案の中でも示したように、テスト問題の評価基準の作成、数学の研究レポートを書かせた後の指導などは、今後の課題として残されている。一方「帰納と演繹を明確に意識した学習指導」については、算数・数学科の教員を養成する場に身を置いている者としての責任と役割を感じる。まず、算数・数学の教員を目指すものに、帰納的な考え方、演繹な考え方を理解させ、身に付けさせなければならない。

註

- (1) 国立教育政策研究所 2004年 『生きるための知識と技能—OECD生徒の学習到達度調査（PISA）—』
 - (2) 中央教育審議会 2008年1月17日 『幼稚園、小学校、高等学校及び特別支援学校の学習指導要領等の改善について（答申）』 p10
 - (3) 文部科学省 2008年 『教師用パンフレット』 文部科学省 HP より
 - (4) 文部科学省 2008年 『保護者用パンフレット』 文部科学省 HP より
 - (5) 中央教育審議会 前掲書（2） p22
 - (6) 中央教育審議会 前掲書（2） p 8
 - (7) 国立教育政策研究所 前掲書（1） p16
 - (8) 横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校 2006年 『「読解力」とは何か』 p 9
 - (9) 鈴木明裕 2007年 『中学校数学における「読解力」の指導についての研究』 日本数学教育学会全国大会 発表 2006年～2007年の段階で整理を行ったものである。
 - (10) 次のような文字式による証明も、「読解力」の対象となり、「連続型テキスト」とされる。
 m, n を整数とすると、2つの奇数は $2m + 1, 2n + 1$ と表すことができる。
 その和は、 $(2m + 1) + (2n + 1) = 2m + 2n + 2 = 2(m + n + 1)$
 $m + n + 1$ は整数だから、 $2(m + n + 1)$ は偶数である。
 したがって、奇数と奇数の和は偶数になる。
 - (11) 国立教育政策研究所 前掲書（1） p15
 - (12) 中央教育審議会 2006年2月13日 初等中等教育分科会 教育課程部会審議経過報告 p12
 - (13) 中央教育審議会 前掲書（12） p23, 『2）国語力、理数教育、外国語教育の改善』は p31
 - (14) 中央教育審議会 前掲書（2） p53
 - (15) 同 p55
 - (16) 同 p83
 - (17) 同 p86
 - (18) 文部科学省 2008年8月 『中学校 学習指導要領』 p52
 - (19) 相馬一彦 1997年 『数学科「問題解決の授業」』 p106 からの引用であるが、同様の主張はかなり以前からされている。
 - (20) 鈴木明裕 2001年 『中学校における Do Math の学習指導についての研究 —評価を中心に—』 日本数学教育学会誌 第83巻第3号 など。
- ※ 英文の題名において、「言語活動」を“Gengokatudou”とした。これは「生きる力」を“zest for living”としたように文部科学省が特定の訳語を用いることを推測したが、本稿提出時は未確認であったためである。

