

Langley 型の問題の初等幾何的解法

兼 山 瓊 典

On the elementary solutions of the generalized Langley's problems.

TAMAFUMI KANEYAMA

Abstract

A seemingly simple problem involves an isosceles triangle with some angles given. This problem was shown by Langley and it became a famous problem. The original statement of the problem by Langley states the problem as follows: OBC is an isosceles triangle. $B = C = 80^\circ$. A is the point on the line OB such that $BCA = 50^\circ$; D is the point on the line OC such that $CBD = 60^\circ$. Then prove that $ADB = 30^\circ$.

Many people have found a number of the trigonometrical solutions and the pure geometrical solutions. We generalize the Langley's problem. The generalized Langley's problems are as follows: Let $ABCD$ be a convex quadrilateral. Let $ABD = a$, $CBD = b$, $ACB = c$, $ACD = d$. Then find $ADB = x$. When the a , b , c and d are good angles then we can find the good angle of x . In this paper we consider that the angles a , b , c , d and x are the multiples of 10° . Furthermore we consider pure geometrical solutions of the generalized Langley's problems. I have already shown that the generalized Langley's problems can be solved using by the elementary geometrical ways in [1]. But these are not enough solutions when we want to solve each problem. So I show the complete geometrical solutions for the generalized Langley's problems in this paper.

1. はじめに

Langley 型の問題について，論文 [1] において論じている。そこで，角度が， 10° の倍数で，求まる場合の初等幾何的な解法を求めて，具体的に補助線の引き方を述べ，すべての場合について，初等幾何的に求めている。しかし [1] では，補助線を具体的に引いているが，1 つずつの問題についてみると，どの様にすればいいのか。図を書いて，補助線を引く場合に図が，複雑になり，求めるのが大変であった。そこで，この論文では，1 つずつの問題について，かなり具体的に補助線を引き，1 つの図で，求める角度が初等幾何学的に求めることにした。

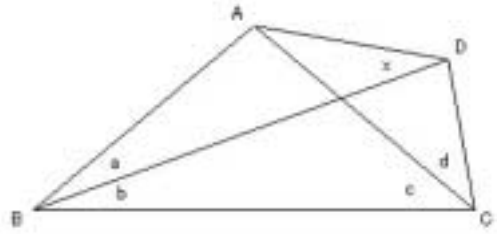
Langley 型の問題は，角度により易しい場合や，かなり複雑で難しい場合がある。ここで述べる解法は 1 つの方法で，他にもっと良い場合があるかもしれないことを記しておく。更に使う幾何学の性質は，なるべく易しいもののみとした。

2. 問題の設定

Langley 型の問題とは，右図のような四角形があり 4 つの角度 a, b, c, d が与えられているとき，

角度 x を求めるものである。勿論、角度 x は計算により求めることも可能であるが、ここでは図形の問題として、初等幾何的に求めることをねらいとする。

なるべく難しいことを使わないで、補助線をうまく引くことにより角度 x を求める。



Langley は20世紀初頭にイギリスの雑誌に、この形の特別な場合の $a = 20^\circ$ 、 $b = 60^\circ$ 、 $c = 50^\circ$ 、 $d = 30^\circ$ のときに x を求める問題を発表した。(そのときは、頂角 20° の2等辺三角形の両方の底角から線を引く形であった) この Langley の発表した問題は、一見易しそうであるが、考えると大変難しい問題であったので、色々なところで、多くの人により問題として出されるようになった。

Langley の問題は、ここでは次に述べる問題のうち問題163である。

角度を色々変えることは可能であるが、ここでは 10° 単位で変えることにする。左右対称や、 $a = d$ のように明らかな場合を除いて、 x が 10° の倍数の形で求まる場合は、次の表のように352通りがある。順序は左側が右側より小さくなる順である。問題番号は後で述べる解法のときに使います。a, b, c, d, x の数字の単位は度である。

番号	a	b	c	d	x
1	10	10	20	80	10
2	10	10	30	40	20
3	10	10	30	110	10
4	10	10	40	30	30
5	10	10	40	70	20
6	10	10	40	110	10
7	10	10	50	50	30
8	10	10	50	80	20
9	10	10	60	40	40
10	10	10	60	60	30
11	10	10	60	80	20
12	10	10	80	20	70
13	10	10	80	30	60
14	10	10	80	40	50
15	10	10	80	50	40
16	10	10	80	60	30
17	10	10	80	70	20
18	10	10	80	80	10
19	10	10	100	30	70
20	10	10	100	40	50
21	10	10	100	50	30
22	10	10	110	30	70
23	10	10	110	40	40
24	10	10	120	20	100
25	10	10	120	30	60
26	10	10	120	40	20
27	10	10	130	20	100
28	10	10	130	30	30
29	10	10	140	20	70

番号	a	b	c	d	x
30	10	20	20	40	10
31	10	20	30	70	10
32	10	20	40	20	30
33	10	20	40	40	20
34	10	20	40	80	10
35	10	20	50	30	30
36	10	20	50	50	20
37	10	20	50	80	10
38	10	20	70	30	40
39	10	20	70	40	30
40	10	20	70	70	10
41	10	20	80	20	60
42	10	20	80	40	30
43	10	20	80	50	20
44	10	20	100	20	70
45	10	20	100	30	40
46	10	20	100	40	20
47	10	20	110	20	70
48	10	20	110	30	30
49	10	20	110	40	10
50	10	20	120	20	60
51	10	20	130	20	30
52	10	30	20	30	10
53	10	30	30	20	20
54	10	30	30	50	10
55	10	30	40	30	20
56	10	30	40	60	10
57	10	30	60	20	40
58	10	30	60	40	20

番号	a	b	c	d	x
59	10	30	60	60	10
60	10	30	70	30	30
61	10	30	70	40	20
62	10	30	80	20	50
63	10	30	80	30	30
64	10	30	80	50	10
65	10	30	100	20	50
66	10	30	100	30	20
67	10	30	110	20	40
68	10	30	110	30	10
69	10	30	120	20	20
70	10	40	30	40	10
71	10	40	50	20	30
72	10	40	50	30	20
73	10	40	50	50	10
74	10	40	80	20	40
75	10	40	80	30	20
76	10	40	80	40	10
77	10	40	100	20	30
78	10	50	40	40	10
79	10	50	60	20	30
80	10	50	60	40	10
81	10	50	80	20	30
82	10	60	70	30	10
83	10	60	80	20	20
84	10	70	50	30	10
85	10	70	60	20	20
86	10	70	80	20	10
87	20	10	20	120	10

番号	a	b	c	d	x
88	20	10	30	80	20
89	20	10	40	60	30
90	20	10	40	100	20
91	20	10	40	120	10
92	20	10	50	50	40
93	20	10	50	80	30
94	20	10	50	100	20
95	20	10	70	40	60
96	20	10	70	70	40
97	20	10	70	80	30
98	20	10	80	50	60
99	20	10	80	60	50
100	20	10	80	80	20
101	20	10	100	40	80
102	20	10	100	50	60
103	20	10	100	60	30
104	20	10	110	30	100
105	20	10	110	40	80
106	20	10	110	50	40
107	20	10	120	40	60
108	20	10	130	30	100
109	20	20	20	80	10
110	20	20	30	50	20
111	20	20	30	100	10
112	20	20	40	40	30
113	20	20	40	70	20
114	20	20	40	100	10
115	20	20	60	60	30
116	20	20	70	10	80
117	20	20	70	30	60
118	20	20	70	40	50
119	20	20	70	50	40
120	20	20	70	60	30
121	20	20	70	70	20
122	20	20	70	80	10
123	20	20	80	50	40
124	20	20	100	30	80
125	20	20	100	40	50
126	20	20	100	50	20
127	20	20	110	30	80
128	20	20	110	40	30
129	20	20	120	30	60
130	20	30	20	60	10
131	20	30	30	40	20
132	20	30	30	80	10
133	20	30	50	30	40
134	20	30	50	60	20
135	20	30	50	80	10
136	20	30	60	60	20

番号	a	b	c	d	x
137	20	30	70	40	40
138	20	30	80	30	60
139	20	30	80	40	40
140	20	30	80	60	10
141	20	30	100	10	120
142	20	30	100	30	60
143	20	30	100	40	20
144	20	30	110	30	40
145	20	40	20	50	10
146	20	40	40	30	30
147	20	40	40	70	10
148	20	40	50	50	20
149	20	40	60	10	80
150	20	40	60	40	30
151	20	40	60	50	20
152	20	40	70	40	30
153	20	40	80	30	50
154	20	40	80	50	10
155	20	40	100	10	130
156	20	40	100	30	30
157	20	50	40	40	20
158	20	50	40	60	10
159	20	50	70	10	100
160	20	50	70	30	40
161	20	50	70	40	20
162	20	60	30	50	10
163	20	60	50	30	30
164	20	60	50	50	10
165	20	60	70	30	30
166	20	60	70	40	10
167	20	60	80	30	20
168	30	10	20	130	10
169	30	10	30	100	20
170	30	10	30	130	10
171	30	10	40	80	30
172	30	10	40	110	20
173	30	10	60	60	50
174	30	10	60	80	40
175	30	10	60	100	20
176	30	10	70	70	50
177	30	10	70	80	40
178	30	10	80	50	70
179	30	10	80	70	50
180	30	10	80	80	30
181	30	10	100	50	80
182	30	10	100	60	50
183	30	10	110	40	100
184	30	10	110	50	70
185	30	10	120	40	100

番号	a	b	c	d	x
186	30	20	20	100	10
187	30	20	30	70	20
188	30	20	30	110	10
189	30	20	50	50	40
190	30	20	50	70	30
191	30	20	50	100	10
192	30	20	60	60	40
193	30	20	70	70	30
194	30	20	80	40	70
195	30	20	80	60	40
196	30	20	80	70	20
197	30	20	100	20	110
198	30	20	100	40	80
199	30	20	100	50	40
200	30	20	110	40	70
201	30	30	20	80	10
202	30	30	40	70	20
203	30	30	60	10	80
204	30	30	60	20	70
205	30	30	60	40	50
206	30	30	60	50	40
207	30	30	60	60	30
208	30	30	60	70	20
209	30	30	60	80	10
210	30	30	80	50	40
211	30	30	100	40	50
212	30	40	30	50	20
213	30	40	30	80	10
214	30	40	40	60	20
215	30	40	40	80	10
216	30	40	50	50	30
217	30	40	60	60	20
218	30	40	70	10	100
219	30	40	70	40	50
220	30	40	70	50	30
221	30	40	80	20	100
222	30	40	80	40	50
223	30	40	80	50	20
224	30	40	100	20	130
225	30	50	20	60	10
226	30	50	30	70	10
227	30	50	40	40	30
228	30	50	40	70	10
229	30	50	60	40	40
230	30	50	60	60	10
231	30	50	70	40	40
232	30	50	80	20	110
233	30	50	80	40	30
234	30	70	50	50	10

番号	a	b	c	d	x
235	30	70	60	40	20
236	40	10	30	110	20
237	40	10	50	80	40
238	40	10	50	100	30
239	40	10	50	110	20
240	40	10	80	60	70
241	40	10	80	70	60
242	40	10	80	80	40
243	40	10	100	60	70
244	40	20	20	110	10
245	40	20	40	70	30
246	40	20	40	110	10
247	40	20	50	80	30
248	40	20	60	20	70
249	40	20	60	70	40
250	40	20	60	80	30
251	40	20	70	70	40
252	40	20	80	50	70
253	40	20	80	70	30
254	40	20	100	30	110
255	40	20	100	50	70
256	40	30	30	70	20
257	40	30	30	100	10
258	40	30	40	60	30
259	40	30	40	80	20
260	40	30	50	80	20
261	40	30	60	60	40
262	40	30	70	30	80
263	40	30	70	60	40
264	40	30	70	70	20
265	40	30	80	20	100
266	40	30	80	50	60
267	40	30	80	60	30
268	40	30	100	30	120
269	40	40	20	80	10
270	40	40	40	70	20
271	40	40	50	50	40
272	40	40	50	60	30
273	40	40	50	70	20
274	40	40	50	80	10

番号	a	b	c	d	x
275	40	40	60	60	30
276	40	40	80	20	110
277	40	40	80	30	100
278	40	40	80	50	40
279	40	60	30	70	10
280	40	60	50	50	30
281	50	10	40	100	30
282	50	10	60	80	50
283	50	10	60	100	30
284	50	10	80	80	50
285	50	20	40	80	30
286	50	20	40	100	20
287	50	20	70	30	80
288	50	20	70	70	50
289	50	20	70	80	30
290	50	30	20	100	10
291	50	30	30	80	20
292	50	30	40	70	30
293	50	30	40	100	10
294	50	30	60	60	50
295	50	30	60	80	20
296	50	30	70	40	80
297	50	30	70	70	30
298	50	30	80	30	100
299	50	30	80	60	50
300	50	50	20	80	10
301	50	50	40	60	30
302	50	50	40	70	20
303	50	50	40	80	10
304	50	50	60	60	30
305	50	50	70	40	100
306	60	10	30	120	20
307	60	10	40	120	20
308	60	10	70	80	60
309	60	10	80	80	60
310	60	20	20	120	10
311	60	20	30	100	20
312	60	20	30	120	10
313	60	20	50	80	40

番号	a	b	c	d	x
314	60	20	50	100	20
315	60	20	70	40	80
316	60	20	70	70	60
317	60	20	70	80	40
318	60	20	80	70	60
319	60	40	30	80	20
320	60	40	50	80	20
321	60	40	70	40	100
322	70	10	20	140	10
323	70	10	40	110	30
324	70	10	50	100	40
325	70	10	50	110	30
326	70	10	60	100	40
327	70	10	80	80	70
328	70	30	20	110	10
329	70	30	30	110	10
330	70	30	50	80	40
331	70	30	60	60	70
332	70	30	60	80	40
333	70	40	20	100	10
334	70	40	30	100	10
335	70	40	40	80	30
336	70	40	50	80	30
337	70	40	60	60	80
338	80	20	30	110	20
339	80	20	40	100	30
340	80	20	40	110	20
341	80	20	50	100	30
342	80	20	60	60	70
343	80	20	70	70	80
344	80	30	30	100	20
345	80	30	40	100	20
346	80	30	60	60	80
347	100	10	30	130	20
348	100	10	40	120	30
349	100	20	20	130	10
350	100	20	40	110	30
351	100	30	20	120	10
352	100	30	30	110	20

3. 解法について

問題の解法は、煩雑さを避けるために補助線の引き方や点の決め方の説明は簡単にしております。そのため、図を見ながら、どの様に補助線を引くか、点を取るかを考えます。次の例で説明してみます。

例 E を $\angle BAE = 20^\circ$ (1)

F を BC 上で $\angle CDF = 30^\circ$ (2)

G を BD に関する E の対称点 . . . (3)

H を $\angle BCH = 60^\circ$ と $\angle CBH = 60^\circ$ の交点 . . . (4)

の様に記述してあります。

(1) の場合は、どれかの線分または線分の延長上に点 E をとり $\angle BAE = 20^\circ$ となるようにします。この場合どの線分(の延長)上かは図を見て判断します。角度の取り方は右回りか、左回りかは図を見て判断します。

(2) の場合は、線分 BC 上または線分 BC の延長上に点 F をとり $\angle CDF = 30^\circ$ となるようにします。角度の取り方は図を見ます。

(3) の場合は普通に対称点を取ります。

(4) の場合は、 $\angle BCH = 60^\circ$ と $\angle CBH = 60^\circ$ となるような点を取ります。角度の取り方は図を参照します。

この様に点は E, F, G . . . の順に決めていきます。

図の数字は角度を表します。単位の $^\circ$ は省略してあります。なるべく角度を図に表示してありますが、表示しにくい場合は省略してあります。図の線分も表示しにくい場合等は引かない図になっている場合もあります。解をみて線分が引いてなくても DFG などという使い方をします。

解法の記述は、簡単にしてありますので、説明不足があるかもしれません。

同じ方法で解法できる場合がありますので、それらはまとめて最後に解法 A から解法 G としてまとめてあります。

問題の解法は色々考えられますが、1通りとしてあります。これらの解法よりも簡単にできる場合も当然あると思います。基本的には難しいことは使わないで解法することを心がけています。そのため、図が複雑になっている場合もあります。

他の問題の角度を利用して求める解法はやめました。そのような場合でも、その問題のみで角度が求まるように、最初から補助線を引き角度を求めます。その結果、同じような解法が表れます。

次の例の問題 2 の解法に示すように、線分を引き点が一致することを示して角度を求める場合もありますが、ここでは、多少複雑になりますが、そのような解法はやめました。

例

2 . . . (問題番号を表す)

E を $\angle BDE = 10^\circ$

F を $\angle BEF = 20^\circ$

G を $\angle EDG = 20^\circ$

H を $\angle FEH = 100^\circ$ とする。

EBD は 2 等辺三角形より $EB = ED$ よって $\angle FBE = \angle GDE$ よって $FE = GE = GD$

EFH は 2 等辺三角形より $EF = EH$ よって $EH = EG$

$\angle HEG = 60^\circ$ より $\triangle EGH$ は正三角形 よって $GH = GD$

$\triangle GCD$ は 2 等辺三角形より $GD = GC$ よって $GH = GC$

$\angle CGH = 120^\circ$ より $\angle GCH = 30^\circ$ よって $\angle GCA = 30^\circ$ であるから、A と H は一致する。

よって $GE = GA = GD = GC$ となり $\triangle EACD$ は G を中心の円周上にある。



$$\text{ADE} = \text{ACE} = 30^\circ \text{ よって } \text{ADB} = 20^\circ$$

4. 問題別解法

ここでの解法で、同じような形で求まる場合は、最後にまとめて、解法 A から解法 G の形で載せてあるので、それらを参照してください。個別には、角度が分かっているので易しくなります。

1 解法 E

2

E を $\text{BAE} = 100^\circ$

F を $\text{BCF} = 10^\circ$

G を $\text{ACG} = 60^\circ$ と $\text{CAG} = 60^\circ$ の交点 ($\text{AG} = \text{CG}$)

H を AE と CG の交点 とする。

ACG は正三角形である。

よって $\text{ACH} = \text{AGH}$

よって $\text{CH} = \text{GH}$ よって $\text{ECH} = \text{EGH}$

よって $\text{EGH} = 80^\circ$, $\text{GEH} = 10^\circ$

GAC は 2 等辺三角形 (正三角形) で

$\text{AGC} = 2 \times \text{AFC}$ より G は ACF の外心である。

よって $\text{GA} = \text{GF}$

$\text{FAG} = 70^\circ$ より $\text{AGF} = 40^\circ$

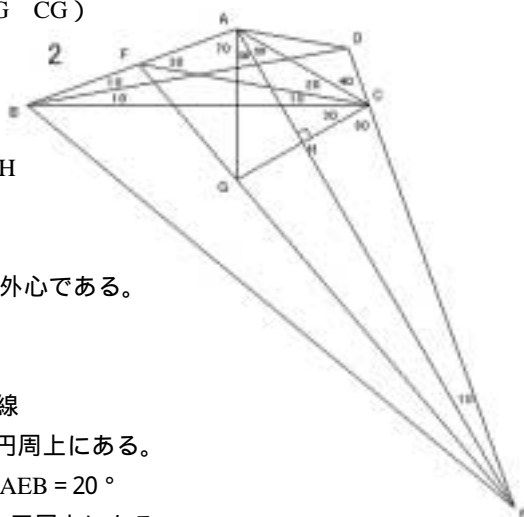
よって $\text{FGE} = 180^\circ$ となり, FGE は一直線

$\text{FBC} = 20^\circ = \text{FEC}$ より FBEC は同一円周上にある。

よって $\text{FEB} = \text{FCB} = 10^\circ$ よって $\text{AEB} = 20^\circ$

$\text{ABD} = 10^\circ = \text{AED}$ より ABED は同一円周上にある。

よって $\text{ADB} = \text{AEB} = 20^\circ$



3

E を BD に関する C の対称点 とする

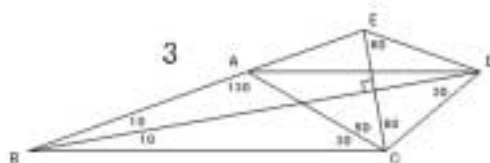
CDE は正三角形 より $\text{EC} = \text{ED}$

$\text{EAC} = 50^\circ = \text{ECA}$ より

EAC は二等辺三角形

よって $\text{EA} = \text{EC}$ ゆえに $\text{EA} = \text{ED}$

$\text{AED} = 140^\circ$ より $\text{ADE} = 20^\circ$ よって $\text{ADB} = 10^\circ$



4

E を $\text{BDE} = 10^\circ$

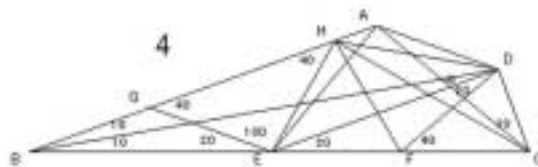
F を $\text{BDF} = 30^\circ$

G を $\text{BEG} = 20^\circ$

H を $\text{GEH} = 100^\circ$ とする

EBD は 2 等辺三角形より $\text{EB} = \text{ED}$

よって $\text{GBE} = \text{FED}$ よって $\text{GB} = \text{GE} = \text{FE} = \text{FD}$



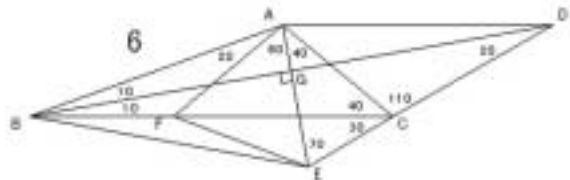
EGH は 2 等辺三角形より $EG = EH$ ゆえに $EH = EF$
 $HEF = 60^\circ$ より HEF は正三角形 よって $FH = FE$ ゆえに $FH = FD$
 FCD は 2 等辺三角形より $FC = FD$ ゆえに $FC = FH$
 よって $CFH = 120^\circ$ より $FCH = 30^\circ$ ゆえに $ACH = 10^\circ$
 $EHC = 90^\circ = EDC$ より $HECD$ は同一円周上にある。(F が円の中心)
 $AHE + ACE = 180^\circ$ より $AHEC$ は同一円周上にある。
 よって $AHECD$ は同一円周上にある。
 よって $ADH = ACH = 10^\circ$, $HDE = HCE = 30^\circ$ よって $ADB = 30^\circ$

5 解法 C

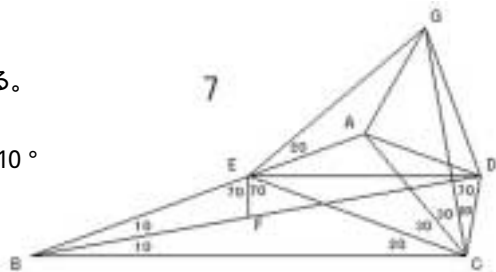
6

E を $BAE = 80^\circ$ ($BD \perp AE$)F を $BAF = 20^\circ$

G を AE と BD の交点 とする。

 AEC は 2 等辺三角形より $AC = AE$ AFC は 2 等辺三角形より $AC = AF$ ゆえに $AE = AF$ $EAF = 60^\circ$ より AEF は正三角形 よって $FA = FE$ FAB は 2 等辺三角形より $FA = FB$ ゆえに $FB = FE$ $BFE = 160^\circ$ より $FBE = 10^\circ$ ゆえに $EBG = 20^\circ$ $EBG \cong EDG$ より $BG = DG$ よって $ABG \cong ADG$ よって $ADB = ABG = 10^\circ$ 

7

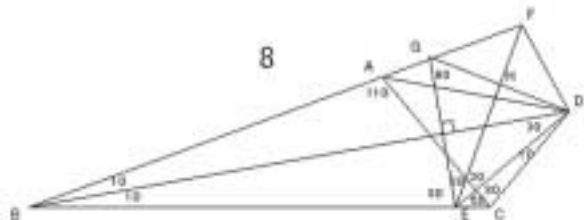
E を $BCE = 20^\circ$ F を $BEF = 70^\circ$ ($BC \perp EF$)G を $AEG = 20^\circ$ と $ACG = 30^\circ$ の交点とする。 EBC は 2 等辺三角形より $EB = EC$ よって $EBF \cong ECF$ よって $ECF = 10^\circ$ $FEC = 70^\circ = FDC$ より $EFCD$ は同一円周上にある。よって $EDF = ECF = 10^\circ$ よって $DEC = 20^\circ$ よって $DEA = 20^\circ$ よって CEG は正三角形よって $CEA \cong CGA$ よって $AGC = 40^\circ$, $AGE = 20^\circ$ ECD は 2 等辺三角形より $EC = ED$ ゆえに $ED = EG$ よって $EDA \cong EGA$ よって $ADE = AGE = 20^\circ$ よって $ADB = 30^\circ$ 

8

E を $BDE = 30^\circ$ F を $BEF = 110^\circ$

G を BD に関する E の対称点

H を DG と EF の交点とする。

 EDG は正三角形である。よって $EDH \cong EGH$ 

よって $DH=GH, DG=EF$ よって $FDH=FGH$

$FGH=40^\circ$ より $FDH=40^\circ$

よって $FDC=110^\circ$

$FAC+FDC=180^\circ$ より $FACD$ は同一円周上にある。

$FEC+FDC=180^\circ$ より $FECD$ は同一円周上にある。

よって $FAECD$ は同一円周上にある。

よって $ADE=ACE=50^\circ$ よって $ADB=20^\circ$

9

Eを $BAE=70^\circ$

Fを $BAF=40^\circ$

Gを AB と EF の交点

Hを BC と AE の交点 とする。

$ACH=AFH$ より $CH=FH$

よって $ECH=EFH$ よって $HFE=80^\circ, FEH=10^\circ$

$AFC=60^\circ$ より $AFG=40^\circ$ よって $GA=GF$

CAF は正三角形 より $CA=CF$ よって $AGC=FGC$

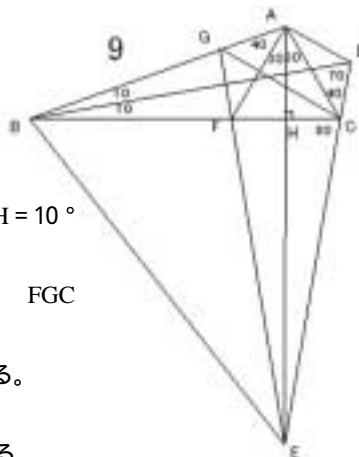
よって $ACG=FCG=30^\circ$

$BGE=80^\circ=BCE$ より $BECG$ は同一円周上にある。

よって $BEG=BCG=30^\circ$ よって $AEB=40^\circ$

$BAE=70^\circ=BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $ADB=AEB=40^\circ$



10 解法 C

11

Eを $BAE=30^\circ$

Fを $BCF=10^\circ$

Gを $CAG=40^\circ (AG=FC)$

Hを AG と FC の交点

Iを BC と AE の交点 とする。

$CAH=CGH$ より $AH=GH$

よって $FAH=FGH$

よって AFG は正三角形

よって $AFI=AGI$

よって $FI=GI, FG=AE$

よって $EFI=EGI$

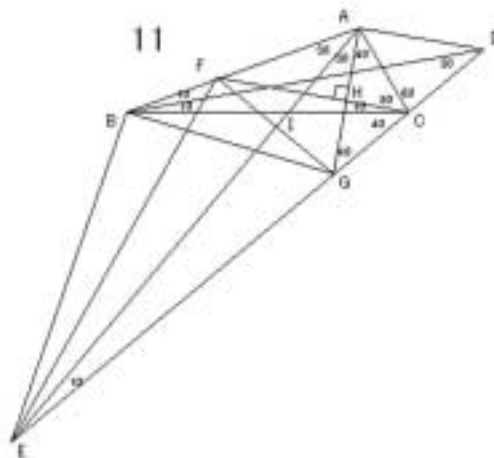
よって $FEI=10^\circ$

$FEC=20^\circ=FBC$ より $FBEC$ は同一円周上にある。

よって $BEF=BCF=10^\circ$

$BAE=30^\circ=BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $ADB=AEB=20^\circ$



12 解法 A, 解法 F, 解法 G

13 解法 A

14 解法 A

15 解法 A

16 解法 A

17 解法 A

18 解法 A

19

E を $\angle BDE = 30^\circ$

F を $\angle BEF = 60^\circ$

G を $\angle BFG = 30^\circ$

H を $\angle BEH = 10^\circ$

I を $\angle EFI = 40^\circ$ ($FI \perp HE$)

J を HI と FG の交点

K を HE と FI の交点 とする。

$\angle EFK = \angle EIK$ より $FK = IK$

よって $\angle HFK = \angle HIK$

よって $\triangle HFI$ は正三角形

$\angle FHJ = \angle FIJ$ より $HJ = IJ, HI = FG$

よって $\angle GHJ = \angle GIJ$

$\angle GIJ = 80^\circ$ より $\angle IGJ = \angle HGJ = 10^\circ$

$\angle HBE = 20^\circ = \angle HGE$ より H, B, G, E は同一円周上にある。

よって $\angle BGH = \angle BEH = 10^\circ$ よって $\angle BGF = 20^\circ$

$\angle BFG = 30^\circ = \angle BDG$ より F, B, G, D は同一円周上にある。

よって $\angle BDF = \angle BGF = 20^\circ$ よって $\angle DFE = 50^\circ, \angle AFD = 30^\circ$

$\angle FDC + \angle FEC = 180^\circ$ より F, E, C, D は同一円周上にある。

$\angle AFD = 30^\circ = \angle ACD$ より A, F, C, D は同一円周上にある。

よって A, F, E, C, D は同一円周上にある。

よって $\angle ADE = \angle ACE = 100^\circ$ よって $\angle ADB = 70^\circ$

20 解法 D

21

E を $\angle BCE = 80^\circ$ ($BD \perp CE$)

F を $\angle DCF = 40^\circ$

G を $\angle FEG = 30^\circ$

H を BD と CF の交点 とする。

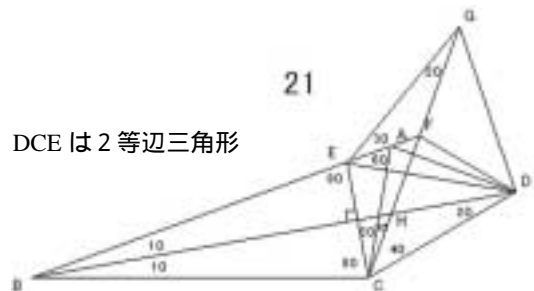
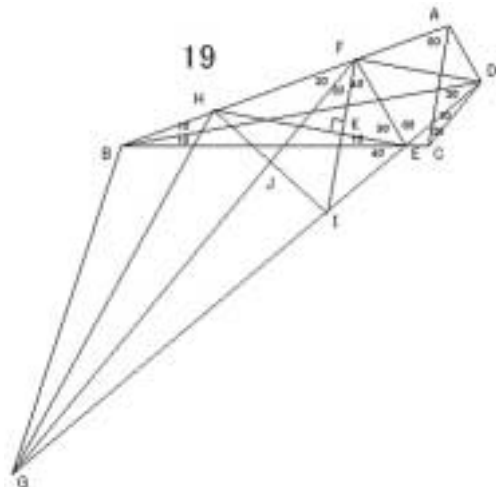
$\triangle BCE$ は 2 等辺三角形で $BD \perp CE$ より $\triangle DCE$ は 2 等辺三角形

よって $\angle BDE = 20^\circ, \angle CED = 70^\circ$

よって $\angle DEA = 30^\circ$

$\triangle DCE$ は 2 等辺三角形より

$\angle DCH = \angle DEH$ よって $\angle DEH = 40^\circ$

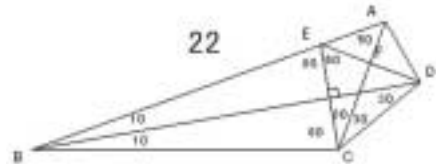


$\angle EGH = 20^\circ = \angle EDH$ より $GEHD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle DGH = \angle DEH = 40^\circ$ よって $\angle DGE = 60^\circ$
 $\angle DEG = 60^\circ$ より $\triangle EDG$ は正三角形
 よって $\angle EDF = \angle EGF$ ゆえに $\angle EDF = 20^\circ$ ゆえに $\angle CDF = 60^\circ$
 $\angle CAF + \angle CDF = 180^\circ$ より $ACDF$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADF = \angle ACF = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$

22

E を BD に関する C の対称点
 F を AC と DE の交点 とする。

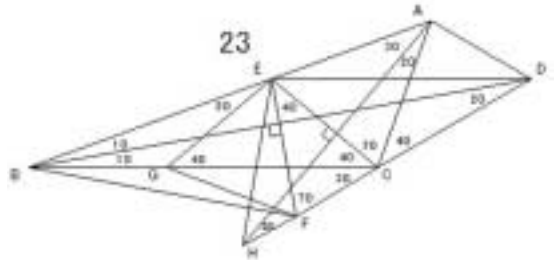
$\triangle CDE$ は正三角形
 よって $\angle CDF = \angle CEF$
 よって $DF = EF, AC \parallel DE$ よって $\triangle ADF \cong \triangle AEF$
 よって $\angle ADF = \angle AEF = 40^\circ$ よって $\angle ADB = 70^\circ$



23

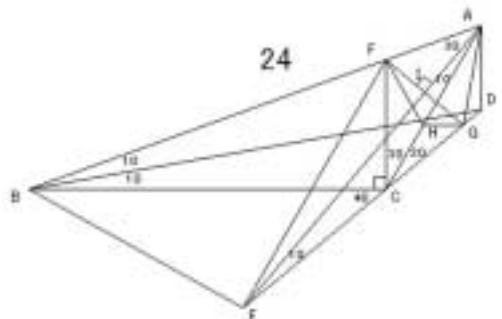
E を $\angle BCE = 40^\circ$
 F を $\angle CEF = 40^\circ$ ($BD \parallel EF$)
 G を $\angle BEG = 20^\circ$
 H を $\angle BAH = 30^\circ$ ($AH \parallel CE$) とする。

$\triangle ECF$ は2等辺三角形より $EC = EF$
 $\triangle ECG$ は2等辺三角形より $EC = EG$
 ゆえに $EF = EG$
 $\angle FEG = 60^\circ$ より $\triangle EGF$ は正三角形 よって $GE = GF$
 $\triangle GBE$ は2等辺三角形より $GE = GB$ ゆえに $GB = GF$
 $\angle BGF = 160^\circ$ より $\angle FBG = 10^\circ$ よって $\angle FBD = 20^\circ$
 $\triangle FBD$ は2等辺三角形で, $BD \parallel EF$ より $\triangle EBD$ は2等辺三角形 よって $\angle EDB = 10^\circ$
 $\triangle CAH$ は2等辺三角形で, $AH \parallel CE$ より $\triangle EAH$ は2等辺三角形
 よって $\angle AHE = 30^\circ$
 $\angle EAH = 30^\circ = \angle EDH$ より $AEHD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADE = \angle AHE = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$



24

E を $\angle BAE = 30^\circ$
 F を $\angle BCF = 90^\circ$
 G を $\angle AFG = 60^\circ$ ($AE \parallel FG$)
 H を AC 上の点で $\angle CGH = 40^\circ$ ($GH \parallel FC$)
 I を AE と FG の交点 とする。
 $\angle GFC = 50^\circ$ より $\angle FGH = 40^\circ$
 $\triangle GCF$ は2等辺三角形より $GC = GF$
 よって $\angle GCH = \angle GFH$ よって $\angle GFH = 20^\circ$
 $\angle FGH = 40^\circ = \angle FAH$ より $FHGA$ は同一円周上にある。
 よって $\angle GAH = \angle GFH = 20^\circ$ よって $\triangle AFI \cong \triangle AGI$ よって $FI = GI$



よって $\angle EFI = \angle EGI$ よって $\angle FEI = 10^\circ$

$\angle FEC = 20^\circ = \angle FBC$ より $\angle FBEC$ は同一円周上にある。

よって $\angle FEB = \angle FCB = 90^\circ$ よって $\angle AEB = 100^\circ$

$\angle BAE = 30^\circ = \angle BDE$ より $\angle ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 100^\circ$

25 解法 D

26

E を $\angle CDE = 20^\circ$

F を $\angle BCF = 20^\circ$ とする。

$\angle CBD$ は 2 等辺三角形より $CB = CD$

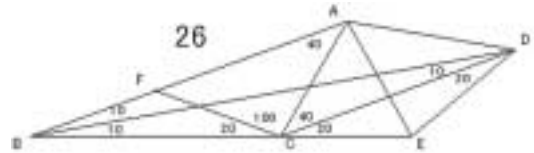
よって $\angle FBC = \angle ECD$

よって $FB = FC = EC = ED$

$\angle CAF$ は 2 等辺三角形より $CF = CA$ ゆえに $CA = CE$

よって $\angle CAE$ は正三角形 よって $EA = EC$ よって $EA = ED$

$\angle AED = 80^\circ$ より $\angle ADE = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$



27

E を $\angle CDE = 10^\circ$

F を $\angle CEF = 30^\circ$

G を BD に関する E の対称点 とする。

$\angle DEG$ は正三角形より $GE = GD$

$\angle GEF$ は 2 等辺三角形より $GE = GF$

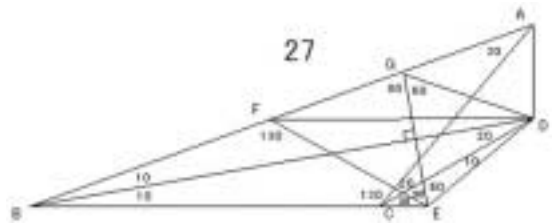
よって $GF = GD$

$\angle DGF = 140^\circ$ より $\angle GDF = 20^\circ$ よって $\angle FDB = 10^\circ$

$\angle FAC = 30^\circ = \angle FDC = \angle FEC$ より $\angle FCEDA$ は同一円周上にある。

よって $\angle FCD = \angle FED = 110^\circ$ よって $\angle FCA = 90^\circ$

よって $\angle FDA = \angle FCA = 90^\circ$ よって $\angle ADB = 100^\circ$



28

E を $\angle CDE = 20^\circ$

F を $\angle BCF = 20^\circ$

G を $\angle BCG = 120^\circ$ とする

$\angle CBD$ は 2 等辺三角形より $CB = CD$

よって $\angle FBC = \angle ECD$ よって $FB = FC = EC = ED$

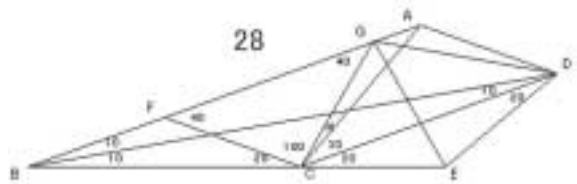
$\angle CFG$ は 2 等辺三角形より $CF = CG$ よって $CG = CE$

$\angle GCE = 60^\circ$ より $\angle GCE$ は正三角形 よって $EG = EC$ ゆえに $ED = EG$

$\angle GED = 80^\circ$ より $\angle DGE = 50^\circ$, $\angle GDE = 50^\circ$

$\angle AGD = 30^\circ = \angle ACD$ より $\angle AGCD$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADG = \angle ACG = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$



29 解法 F

30

E を $\angle CBE = 10^\circ$ F を $\angle CBF = 10^\circ$ と $\angle BAF = 100^\circ$ の交点G を $\angle BAG = 70^\circ$ ($BE \perp AE$)

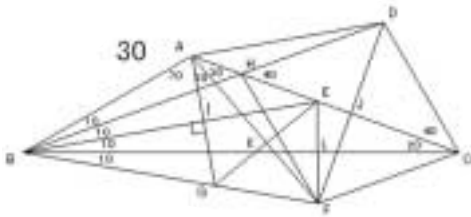
H を AC と BD の交点

I を BE と AG の交点

J を AC と DF の交点

K を GE と AF の交点

L を BC と EF の交点 とする。

BAI $\angle BGI$ より $AI = GI$ よって $\angle EAI = \angle EGI$ よって $\triangle AEG$ は正三角形 よって $\angle AEK = \angle AGK$ よって $EK = GK, AF \perp GE$ よって $\angle FEK = \angle FGK$ よって $\angle FEK = \angle FGK = 50^\circ$ ゆえに $\angle EFA = \angle BFA = 40^\circ$ よって $\angle CEF = 70^\circ$ ゆえに $BC \perp EF$ よって $\angle BEL = \angle BFL$ ゆえに $EL = FL$ よって $\angle CEL = \angle CFL$ ゆえに $\angle BCF = 20^\circ$ $\angle HAF = 30^\circ = \angle HBF$ より $\triangle ABFH$ は同一円周上にある。よって $\angle AFH = \angle ABH = 10^\circ$ ゆえに $\angle FHC = 40^\circ$ よって $\angle FCH = \angle DCH$ よって $CF = CD = HD = HF$ (菱形)よって $HC \perp DF, DJ = FJ$ よって $\angle HDF = 50^\circ$ よって $\angle ADJ = \angle AFJ$ ゆえに $\angle ADJ = \angle AFJ = 60^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

31 解法 E

32

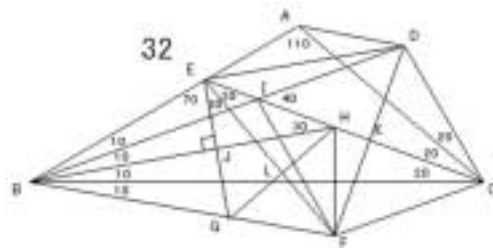
E を $\angle ACE = 20^\circ$ F を $\angle CEF = 30^\circ$ と $\angle CBF = 10^\circ$ の交点G を $\angle BEG = 70^\circ$ H を $\angle CBH = 10^\circ$ ($BH \perp EG$)

I を BD と EC の交点

J を BH と EG の交点

K を EC と DF の交点

L を EF と GH の交点 とする。

 $\angle BEJ = \angle BGJ$ より $EJ = GJ$ よって $\angle HEJ = \angle HGJ$ よって $\triangle EHG$ は正三角形よって $\angle EGL = \angle EHL$ よって $GL = HL$ よって $\angle FGL = \angle FHL$ $\angle FGH = 50^\circ$ より $\angle FHG = 50^\circ$ ゆえに $\angle CHF = 70^\circ$ よって $BC \perp HF$ $\triangle BHF$ は 2 等辺三角形より $\triangle CHF$ は 2 等辺三角形 よって $\angle FCH = 40^\circ$ $\angle IBF = 30^\circ = \angle IEF$ より $\triangle EBFI$ は同一円周上にある。よって $\angle EFI = \angle EBI = 10^\circ$ ゆえに $\angle CFI = 40^\circ$ よって $\angle FCI = \angle DCI$ ゆえに $IF = ID = CF = CD$ よって $\angle IFK = \angle IDK$ ゆえに $FK = DK$ よって $\angle EFK = \angle EDK$ ゆえに $\angle EDK = \angle EFK = 60^\circ$ よって $\angle EDB = 10^\circ, \angle EDC = 110^\circ$ $\angle EAC = 110^\circ = \angle EDC$ より $\triangle AECD$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADE = \angle ACE = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$

33

E を $\angle DCE = 40^\circ$

F を BC に関する A の対称点

G を BD と AC の交点 とする。

ABF は正三角形である。

$\angle FBG = 50^\circ = \angle FAG$ より ABFG は同一円周上にある。

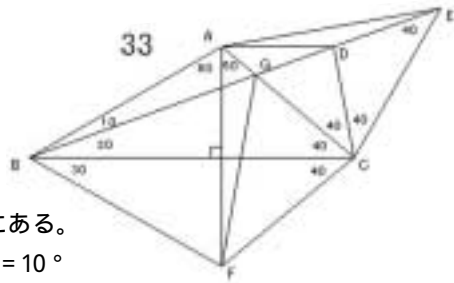
よって $\angle AGB = \angle AFB = 60^\circ$, $\angle AFG = \angle ABG = 10^\circ$

よって $\angle FGC = 60^\circ$ よって $\angle EGC = 60^\circ$

よって $\angle GCE = \angle GCF$ よって $CE = CF$

CAF は 2 等辺三角形より $CA = CF$ よって $CA = CE$ よって $\angle CAD = \angle CED$

よって $\angle CAD = 40^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$



34

E を BC に関する A の対称点

F を AC と BD の交点 とする。

$\angle FAE = 50^\circ = \angle FBE$ より

ABEF は同一円周上にある。

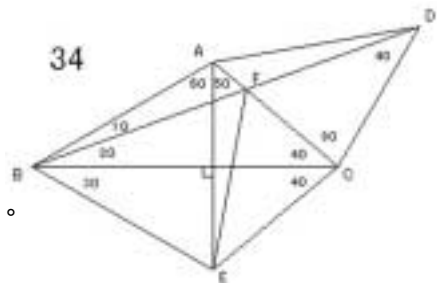
よって $\angle BFE = \angle BAE = 60^\circ$, $\angle AEF = \angle ABF = 10^\circ$

よって $\angle EFC = 60^\circ$ ゆえに $\angle CFD = 60^\circ$

よって $\angle ECF = \angle DCF$ ゆえに $CE = CD$

CAE は 2 等辺三角形より $CA = CE$

よって $CA = CD$ よって $\angle ADC = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$



35

E を BC に関する A の対称点

F を BC と AE の交点 とする。

$\angle DBE + \angle DCE = 180^\circ$ であるから,

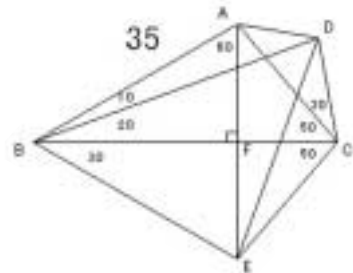
BECD は同一円周上にある。

よって $\angle BDE = \angle BCE = 50^\circ$

よって $\angle EDB$ は 2 等辺三角形 よって $EB = ED$

BAE は正三角形より $EA = EB$ よって $EA = ED$

$\angle AED = 20^\circ$ より $\angle ADE = 80^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$



36

E を $\angle DCE = 30^\circ$

F を $\angle BAF = 80^\circ$ (BD 上 AF)

G を $\angle BAG = 60^\circ$ (BC 上 AG)

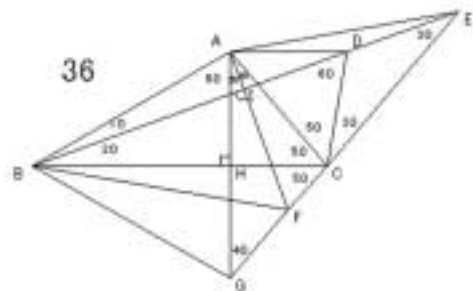
H を AG と BC の交点

I を BD と AF の交点 とする。

CAH \cong CGH より $AH = GH$

よって $\angle BAH = \angle BGH$

よって $\triangle ABG$ は正三角形



$\angle BAF + \angle BGF = 180^\circ$ より $ABGF$ は同一円周上にある。

よって $\angle GBF = \angle GAF = 20^\circ$ よって $\angle CBF = 10^\circ$

よって $\angle EBF = 30^\circ$ よって $\angle FBI = \angle FEI$

よって $BI = EI$ よって $\angle ABI = \angle AEI$ よって $\angle AEI = 10^\circ$

よって $\angle EAC = 60^\circ$

$\triangle DCE$ は 2 等辺三角形で, $\angle CDE = 2 \times \angle CAE$ より D は $\triangle ACE$ の外心である。

よって $DA = DE$ よって $\angle DAE = \angle DEA = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$

37

E を $\angle BAE = 80^\circ$ ($BD \perp AE$)

F を $\angle BAF = 60^\circ$ ($BC \perp AF$)

G を BC と AF の交点

H を BD と AE の交点 とする。

$\triangle CAG = \triangle CFG$ より $AG = FG$

よって $\triangle BAG = \triangle BFG$

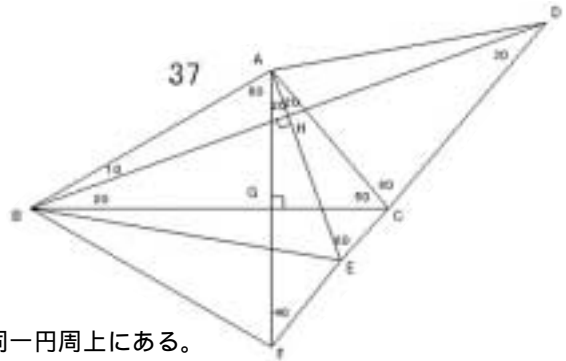
よって $\triangle BAF$ は正三角形

$\angle ABF + \angle AEF = 180^\circ$ より $ABFE$ は同一円周上にある。

よって $\angle FBE = \angle FAE = 20^\circ$ よって $\angle EBC = 10^\circ$

よって $\angle EBH = 30^\circ$ よって $\angle EBH = \angle EDH$ よって $BH = DH$

よって $\angle ABH = \angle ADH$ よって $\angle ADB = 10^\circ$



38

E を $\angle ACE = 20^\circ$

F を $\angle DCF = 30^\circ$

G を $\angle BEG = 60^\circ$ ($BC \perp EG$)

H を $\angle CEH = 20^\circ$

I を BC と EG の交点

J を BD と EH の交点 とする。

$\triangle CEI = \triangle CGI$ より $EI = GI$

よって $\triangle BEI = \triangle BGI$ よって $\triangle BEG$ は正三角形

$\angle BEH + \angle BGH = 180^\circ$ より $EBGH$ は同一円周上にある。

よって $\angle GBH = \angle GEH = 20^\circ$ よって $\angle HBC = 10^\circ$

よって $\angle JBH = 30^\circ$ よって $\angle HBJ = \angle HFJ$ よって $BJ = FJ$

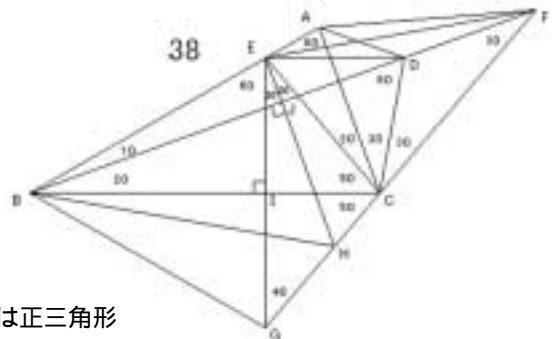
よって $\angle EBJ = \angle EFJ$ よって $\angle EFJ = 10^\circ$ よって $\angle CEF = 60^\circ$

$\triangle DCF$ は 2 等辺三角形で, $\angle CDF = 2 \times \angle CEF$ より D は $\triangle CEF$ の外心である。

よって $DE = DC$ よって $\triangle DCE$ は 2 等辺三角形 ゆえに $\angle EDC = 80^\circ$

$\angle EAC = 80^\circ = \angle EDC$ より $AECD$ は同一円周上にある。

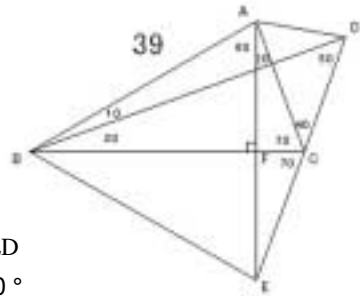
よって $\angle ADE = \angle ACE = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$



39

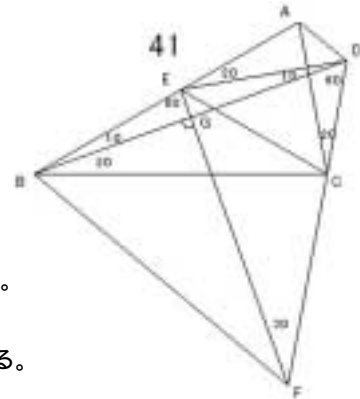
E を $\angle BAE = 60^\circ$ ($\angle BAE = \angle AEC$)

F を BC と AE の交点 とする。

CAF \cong CEF より $AF = EF$ よって $\angle BAF = \angle BEF$ よって $\triangle ABE$ は正三角形 よって $EB = EA$ $\angle EBD = 50^\circ = \angle EDB$ より $EB = ED$ よって $EA = ED$ $\angle AED = 20^\circ$ より $\angle ADE = 80^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$ 

40 解法 B

41 解法 G または

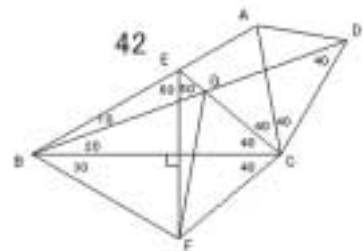
E を $\angle BDE = 10^\circ$ F を $\angle BEF = 80^\circ$ ($\angle BDF = \angle EFD$) とする。EBG \cong EDG より $BG = DG$ よって $\angle FBG = \angle FDG$ よって $\angle EFB = \angle EFD = 30^\circ$ $\angle EFC = \angle EBC = 30^\circ$ より $\angle EBCF$ は同一円周上にある。よって $\angle BCE = \angle BFE = 30^\circ$ ゆえに $\angle ECA = 50^\circ$ $\angle AED = 20^\circ = \angle ACD$ より $\angle AEC D$ は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 60^\circ$ 

42

E を $\angle BCE = 40^\circ$

F を BC に関する E の対称点

G を CE と BD の交点 とする。

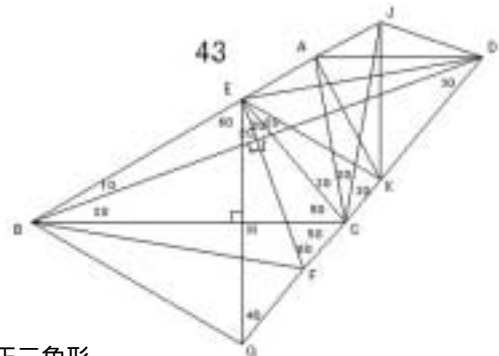
 $\angle GBF = 50^\circ = \angle GEF$ より $\angle EBF G$ は同一円周上にある。よって $\angle BGF = \angle BEF = 60^\circ$, $\angle EFG = \angle EBG = 10^\circ$ よって $\angle FGC = 60^\circ$ ゆえに $\angle CGD = 60^\circ$ よって $\angle FCG = \angle DCG$ ゆえに $CF = CD$ $\triangle CEF$ は 2 等辺三角形より $CE = CF$ よって $CE = CD$ $\triangle CAE$ は 2 等辺三角形より $CA = CE$ よって $CA = CD$ よって $\angle ADC = 70^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$ 

43

E を $\angle BCE = 50^\circ$ F を $\angle BEF = 80^\circ$ ($\angle BDF = \angle EFD$)G を $\angle BEG = 60^\circ$ ($\angle BCG = \angle ECG$)

H を BC と EG の交点

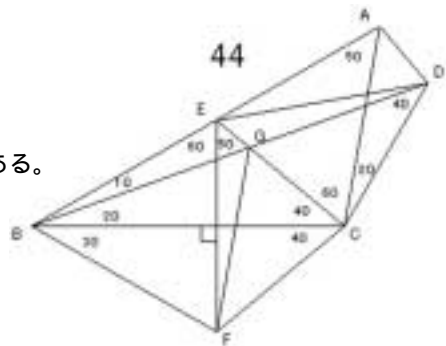
I を BD と EF の交点

J を $\angle DCJ = 30^\circ$ K を $\angle CEK = 20^\circ$ とする。 $\triangle CEH \cong \triangle CGH$ より $EH = GH$ よって $\triangle BEH \cong \triangle BGH$ よって $\triangle BEG$ は正三角形

$\angle GBE + \angle GFE = 180^\circ$ より $\angle EBG$ は同一円周上にある。
 よって $\angle GBF = \angle GEF = 20^\circ$ よって $\angle CBF = 10^\circ$
 よって $\angle FBI = 30^\circ$ よって $\angle FBI = \angle FDI$ よって $BI = DI$
 よって $\angle EBI = \angle EDI$ よって $\angle EDI = 10^\circ$ よって $\angle AED = 20^\circ$
 $\triangle ECK$ は 2 等辺三角形より $EC = EK$
 $\triangle ECJ$ は 2 等辺三角形より $EC = EJ$ ゆえに $EK = EJ$
 よって $\angle KEJ = 60^\circ$ より $\triangle EKJ$ は正三角形
 $\triangle KED$ は 2 等辺三角形より $KE = KD$ ゆえに $KJ = KD$
 $\angle DKJ = 40^\circ$ より $\angle KDJ = \angle KJD = 70^\circ$ ゆえに $\angle AJD = \angle AJK + \angle KJD = 130^\circ$
 $\angle AJD + \angle ACD = 180^\circ$ より $\triangle ACDJ$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADJ = \angle ACJ = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$

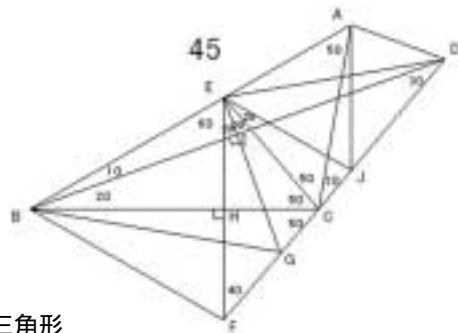
44

E を $\angle ACE = 60^\circ$
 F を BC に関する E の対称点 ($\angle BEF = 60^\circ$)
 G を BD と CE の交点 とする。
 $\angle FBG = 50^\circ = \angle FEG$ より $\triangle EBF$ は同一円周上にある。
 よって $\angle BGF = \angle BEF = 60^\circ$, $\angle EFG = \angle EBG = 10^\circ$
 よって $\angle FGC = 60^\circ$ ゆえに $\angle CGD = 60^\circ$
 よって $\angle FCG = \angle DCG$ ゆえに $CF = CD$
 $\triangle CEF$ は 2 等辺三角形より $CE = CF$
 よって $CE = CD$ よって $\angle CDE = 50^\circ$ よって $\angle EDB = 10^\circ$
 $\angle CDE = 50^\circ = \angle CAE$ より $\triangle AECD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADE = \angle ACE = 60^\circ$ よって $\angle ADB = 70^\circ$



45

E を $\angle BCE = 50^\circ$
 F を $\angle BEF = 60^\circ$ ($BC \parallel EF$)
 G を $\angle BEG = 80^\circ$ ($BD \parallel EG$)
 H を BC と EF の交点
 I を BD と EG の交点
 J を $\angle CEJ = 20^\circ$ とする
 $\angle CEH = \angle CFH$ より $EH = HF$
 よって $\angle BEH = \angle BFH$ よって $\triangle BEF$ は正三角形
 $\angle BFG + \angle BEG = 180^\circ$ より $\triangle BFG$ は同一円周上にある。
 よって $\angle FBG = \angle FEG = 20^\circ$ よって $\angle GBC = 10^\circ$ よって $\angle GBI = 30^\circ$
 $\angle GBI = \angle GDI$ より $BI = DI$ よって $\angle EBI = \angle EDI$
 よって $\angle EDI = 10^\circ$ よって $\angle CED = 60^\circ$
 $\triangle EAC$ は 2 等辺三角形より $EA = EC$
 $\triangle ECJ$ は 2 等辺三角形より $EC = EJ$ ゆえに $EA = EJ$
 よって $\angle AEJ = 60^\circ$ より $\triangle AEJ$ は正三角形
 $\angle JED = 40^\circ = \angle JDE$ より $JE = JD$ ゆえに $JA = JD$



$AJD = 40^\circ$ より $ADJ = 70^\circ$ よって $ADB = 40^\circ$

46

E を $CBE = 10^\circ$

F を $BCF = 40^\circ$

G を $BFG = 70^\circ$ ($BE \parallel FG$)

H を $BFH = 60^\circ$ ($BC \parallel FH$)

I を BC と FH の交点

J を BE と FG の交点

K を AE と BD の交点とする。

$CFI \parallel CHI$ より $FI = HI$ よって $BFI \parallel BHI$ よって BFH は正三角形

$FBH + FGH = 180^\circ$ より $BHGF$ は同一円周上にある。

よって $HBG = HFG = 10^\circ$ よって $CBG = 20^\circ$ よって $GBJ = 30^\circ$

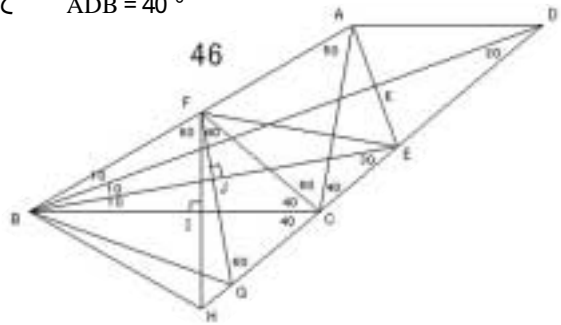
$GBJ \parallel GEJ$ より $BJ = EJ$

よって $FBJ \parallel FEJ$ よって $FEB = 20^\circ$, $EFJ = 70^\circ$ よって $AFE = 40^\circ$

$AFE = 40^\circ = ACE$ より $AFCE$ は同一円周上にある。

よって $CAE = CFE = 30^\circ$ よって $BAE = 80^\circ$ よって $AE \parallel BD$

$BAK \parallel BEK$ より $AK = EK$ よって $DAK \parallel DEK$ よって $ADB = EDK = 20^\circ$



47

E を $BDE = 10^\circ$

F を $BEF = 60^\circ$ ($BC \parallel EF$)

G を BC と EF の交点 とする。

EBD は二等辺三角形より $EB = ED$

EDF は二等辺三角形より $ED = EF$

よって $EB = EF$ よって BEF は正三角形

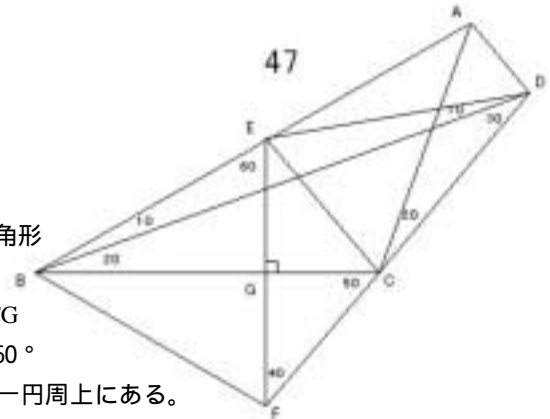
よって $BEG \parallel BFG$

よって $EG = FG$ よって $CEG \parallel CFG$

よって $ECG = 50^\circ$ よって $ACE = 60^\circ$

$AED = 20^\circ = ACD$ より $AECD$ は同一円周上にある。

よって $ADE = ACE = 60^\circ$ よって $ADB = 70^\circ$



48

E を $BCE = 100^\circ$

F を $CBF = 10^\circ$

G を $BCG = 40^\circ$

H を $BGH = 70^\circ$ ($BF \parallel GH$)

I を $BGI = 60^\circ$ ($BC \parallel GI$)

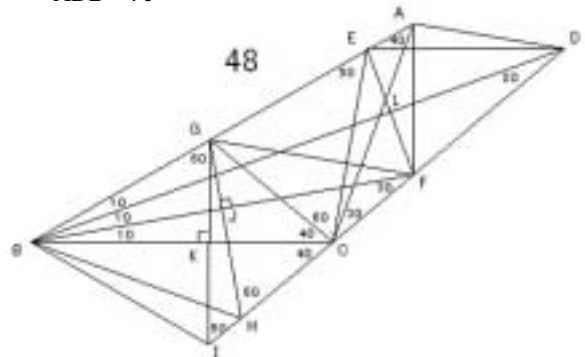
J を BF と GH の交点

K を BC と GI の交点

L を BD と EF の交点 とする。

$CGK \parallel CIK$ より $GK = IK$ よって $BGK \parallel BIK$ よって BGI は正三角形

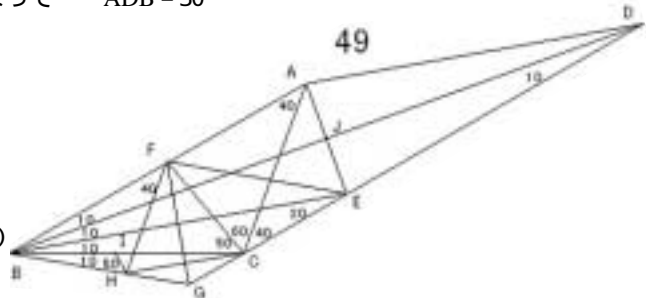
$GBI + GHI = 180^\circ$ より $GBIH$ は同一円周上にある。



よって $GBH = GIH = 50^\circ$ よって $CBH = 20^\circ$ よって $HBJ = 30^\circ$
 $HBJ = HFJ$ よって $BJ = FJ$ よって $GBJ = GFJ$ よって $GFJ = 20^\circ$
 $GFC = 50^\circ = GEC$ より $GCFE$ は同一円周上にある。
よって $EFG = ECG = 60^\circ$ ゆえに $EFB = 80^\circ$ ゆえに $EF \parallel BD$
よって $BEL = BFL$ ゆえに $EL = FL$
よって $DEL = DFL$ ゆえに $EDB = 20^\circ$
 $EDC = 40^\circ = EAC$ より $AECD$ は同一円周上にある。
よって $ADE = ACE = 10^\circ$ よって $ADB = 30^\circ$

49

E を $CBE = 10^\circ$
F を $BCF = 50^\circ$
G を $CBG = 10^\circ$
H を $BFH = 40^\circ$
I を BC 上で $BHI = 50^\circ$ ($BF \parallel HI$)
J を BD と AE の交点 とする。

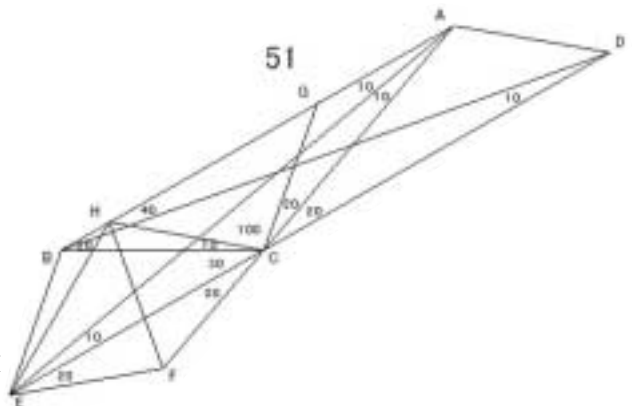


HBF は 2 等辺三角形で $BF = HI$ より
 $HBI = HFI$ よって $HFI = 10^\circ$
 $FHI = 50^\circ = FCI$ より $FIHC$ は同一円周上にある。
よって $HCI = HFI = 10^\circ$ よって $HCF = 60^\circ$, $HCG = 20^\circ$
 $HFC = 60^\circ$, $HCF = 60^\circ$ より FCH は正三角形 よって $FC = FH$
 $GCH = 20^\circ$, $GHC = 20^\circ$ より GCH は 2 等辺三角形 よって $GC = GH$
よって $CFG = HFG$ よって $CFG = HFG = 30^\circ$ ゆえに $BE \parallel FG$
 GBE は 2 等辺三角形で, $BE \parallel FG$ より FBE は 2 等辺三角形 よって $FEB = 20^\circ$
 $FAC = 40^\circ = FEC$ より $AFCE$ は同一円周上にある。
よって $AEF = ACF = 60^\circ$ ゆえに $BEJ = 80^\circ$ ゆえに $BJ \parallel AE$
よって $BEJ = BAJ$ ゆえに $EJ = AJ$ よって $DEJ = DAJ$
よって $ADB = ADJ = 10^\circ$

50 解法 F

51

E を $BAE = 10^\circ$
F を CA 上で $CEF = 20^\circ$
G を $ACG = 20^\circ$
H を $BCH = 10^\circ$ とする。
 CAE は 2 等辺三角形 より $CA = CE$
 FEC , GCA をみて $FEC = GCA$
よって $FE = FC = GC = GA$
 CGH は 2 等辺三角形 より $CG = CH$
よって $CF = CH$



$HCF = 60^\circ$ より CHF は正三角形 よって $FH = FC$ よって $FH = FE$
 $HFE = 80^\circ$ より $FEH = FHE = 50^\circ$ よって $BHE = 30^\circ$

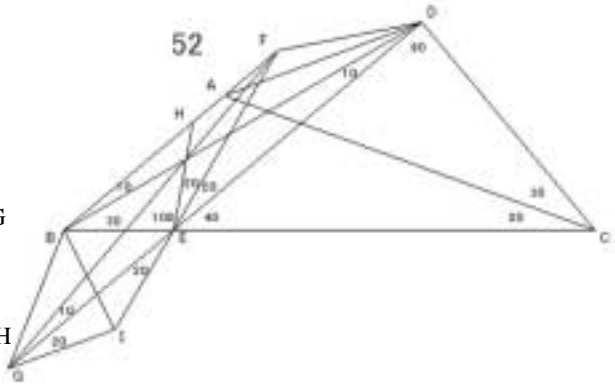
$\angle BHE = 30^\circ = \angle BCE$ より $BECH$ は同一円周上にある。
 よって $\angle BEH = \angle BCH = 10^\circ$ よって $\angle AEB = 30^\circ$
 $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$

52

E を $\angle BDE = 10^\circ$
 F を $\angle BEF = 120^\circ$
 G を $\angle BFG = 10^\circ$
 H を $\angle FEH = 20^\circ$
 I を FE 上で $\angle EGI = 20^\circ$ とする。

EGF は 2 等辺三角形より $EF = EG$
 よって $\angle HEF = \angle IEG$
 よって $HF = HE = IE = IG$
 $\angle EBH$ は 2 等辺三角形より $EB = EH$
 よって $EB = EI$

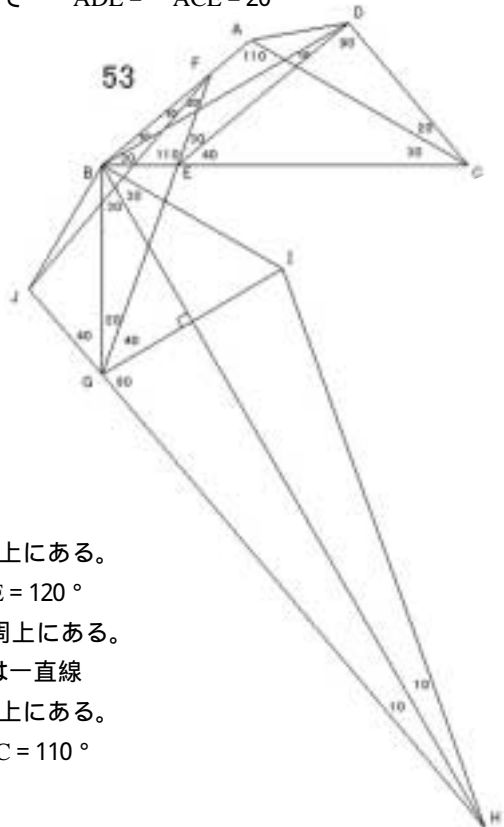
$\angle BEI = 60^\circ$ より $\triangle BEI$ は正三角形 よって $IB = IE$ よって $IB = IG$
 $\angle BIG = 80^\circ$ より $\angle BGI = 50^\circ$ よって $\angle BGF = 20^\circ$
 $\angle BFG = 10^\circ = \angle BDG$ より $FBGD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle BDF = \angle BGF = 20^\circ$ よって $\angle FDC = 120^\circ$
 $\angle FDC + \angle FEC = 180^\circ$ より $FECD$ は同一円周上にある。
 $\angle FAC = 60^\circ = \angle FEC$ より $FAEC$ は同一円周上にある。
 よって $FAECD$ は同一円周上にある。 よって $\angle ADE = \angle ACE = 20^\circ$
 よって $\angle ADB = 10^\circ$



53

E を $\angle BDE = 10^\circ$
 F を $\angle BEF = 110^\circ$
 G を EF 上で $\angle EBG = 90^\circ$
 H を $\angle BGH = 140^\circ$ と $\angle GBH = 30^\circ$ の交点
 I を BH に関する G の対称点
 J を GH 上で $\angle BFJ = 10^\circ$ とする。

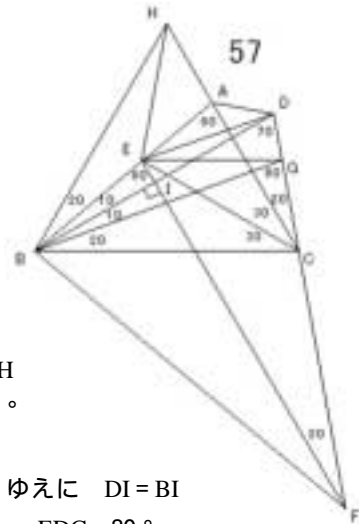
$\triangle IBG$ は 2 等辺三角形 (正三角形) で
 $\angle BIG = 2 \times \angle BFG$ より
 I は $\triangle BGF$ の外心である。よって $IB = IF$
 $\angle FBI = 70^\circ$ より $\angle FIB = 40^\circ$
 よって $\angle FIH = 180^\circ$ となり FIH は一直線
 $\angle BHJ = 10^\circ = \angle BFJ$ より $BJHF$ は同一円周上にある。
 よって $\angle BJF = \angle BHF = 10^\circ$ よって $\angle JBE = 120^\circ$
 $\angle JBE + \angle JGE = 180^\circ$ より $BJGE$ は同一円周上にある。
 よって $\angle BEJ = \angle BGJ = 40^\circ$ よって DEJ は一直線
 $\angle BFJ = 10^\circ = \angle BDJ$ より $FBJD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle BDF = \angle BJF = 10^\circ$ よって $\angle FDC = 110^\circ$



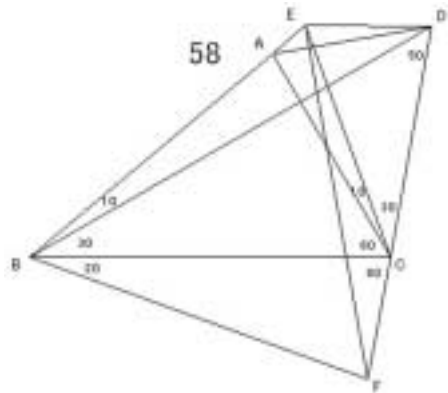
57

E を $\angle BCE = 30^\circ$ F を $\angle BEF = 80^\circ$ ($\angle BD = \angle EF$)G を $\angle CBG = 20^\circ$ H を $\angle CBH = 60^\circ$

I を BD と EF の交点 とする。

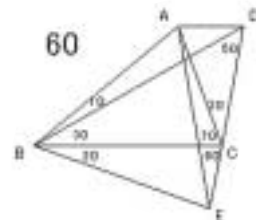
 $\triangle CBH$ は正三角形より $CB = CH = BH$ $\triangle CBE \cong \triangle CHE$ より $\angle EHC = 40^\circ$ よって $\angle BHE = 20^\circ$ $\triangle BCG$ は 2 等辺三角形より $BC = BG$ ゆえに $BG = BH$ よって $\triangle BGE \cong \triangle BHE$ よって $\angle BGE = \angle BHE = 20^\circ$ $\angle EBG = 20^\circ = \angle EFG$ より E, B, F, G は同一円周上にある。よって $\angle BFE = \angle BGE = 20^\circ$ よって $\angle FDI = \angle FBI$ ゆえに $DI = BI$ よって $\angle EDI = \angle EBI$ よって $\angle EDB = 10^\circ$ ゆえに $\angle EDC = 80^\circ$ $\angle EAC = 80^\circ = \angle EDC$ より A, E, C, D は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$ 

58

E を $\angle ACE = 10^\circ$ F を $\angle CBF = 20^\circ$ とする。 $\triangle BCF$ は 2 等辺三角形より $BC = BF$ $\triangle BCE$ は 2 等辺三角形より $BC = BE$ よって $BE = BF$ $\angle EBF = 60^\circ$ より $\triangle EBF$ は正三角形よって $FB = FE$ $\triangle FBD$ は 2 等辺三角形より $FB = FD$ よって $FE = FD$ $\angle DFE = 20^\circ$ より $\angle FED = \angle FDE = 80^\circ$ よって $\angle AED = 140^\circ$ $\angle AED + \angle ACD = 180^\circ$ より A, C, D, E は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$ 

59 解法 B

60

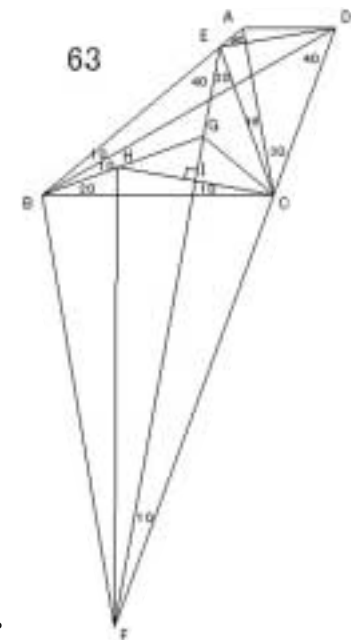
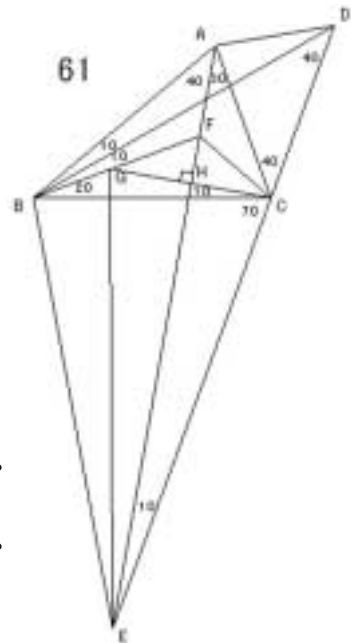
E を $\angle CBE = 20^\circ$ とする $\triangle BCE$ は 2 等辺三角形より $BC = BE$ $\triangle BAC$ は 2 等辺三角形より $BC = BA$ よって $BA = BE$ $\angle ABE = 60^\circ$ より $\triangle ABE$ は正三角形 $\triangle EBD$ は 2 等辺三角形より $EB = ED$ よって $ED = EA$ $\angle AED = 20^\circ$ より $\angle ADE = 80^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$ 

61

E を $\angle BAE = 40^\circ$ F を $\angle CBF = 20^\circ$ ($BF \perp AC$)G を $\angle BCG = 10^\circ$ ($AE \perp CG$)H を AE と CG の交点 とする。 $\triangle BAC$ は 2 等辺三角形より $BA = BC$ よって $\triangle BAF \cong \triangle BCF$ よって $\angle BCF = 40^\circ$ よって $\angle FCH = 30^\circ$ $\angle CFH = 60^\circ$, $\angle GFH = 60^\circ$ より $\triangle FCH \cong \triangle FGH$ よって $CH = GH$ よって $\triangle ECH \cong \triangle EGH$ よって $\angle GEH = 10^\circ$ $\angle GBC = 20^\circ = \angle GEC$ より $GBEC$ は同一円周上にある。よって $\angle BEG = \angle BCG = 10^\circ$ ゆえに $\angle AEB = 20^\circ$ $\angle BAE = 40^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$

62 解法 G

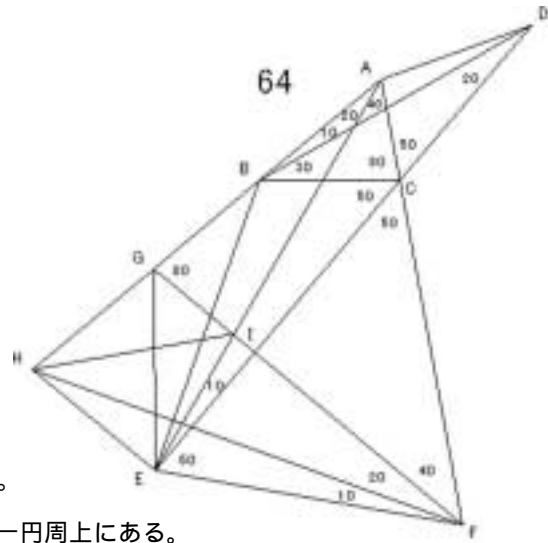
63

E を $\angle ACE = 10^\circ$ F を $\angle BEF = 40^\circ$ G を $\angle CBG = 20^\circ$ ($BG \perp CE$)H を $\angle BCH = 10^\circ$ ($EF \perp CH$)I を EF と CH の交点 とする。 $\triangle BCE$ は 2 等辺三角形より $BC = BE$ よって $\triangle BCG \cong \triangle BEG$ よって $\angle BCG = 40^\circ$ よって $\angle GCI = 30^\circ$ $\angle GHI = 30^\circ$ より $\triangle GCI \cong \triangle GHI$ よって $CI = HI$ よって $\triangle FCI \cong \triangle FHI$ よって $\angle HFI = 10^\circ$ よって $\angle HFC = 20^\circ$ $\angle HFC = 20^\circ = \angle HBC$ より $HBFC$ は同一円周上にある。よって $\angle BFH = \angle BCH = 10^\circ$ ゆえに $\angle BFE = 20^\circ$ $\angle BEF = 40^\circ = \angle BDF$ より $EBFD$ は同一円周上にある。よって $\angle BDE = \angle BFE = 20^\circ$ ゆえに $\angle EDC = 60^\circ$ $\angle EAC = 60^\circ = \angle EDC$ より $AECD$ は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$ 

64

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle CEF = 60^\circ$ G を $\angle CFG = 40^\circ$ H を $\angle CFH = 60^\circ$

I を AE と GF の交点 とする。

HAF は正三角形より $HA = HF$ IAF は 2 等辺三角形より $IA = IF$ よって $\angle HAI = \angle HFI$ よって $\angle AHI = \angle FHI = 30^\circ$ AEF は 2 等辺三角形より $AE = AF$ AHF は正三角形より $AH = AF$ よって $AE = AH$ よって $\angle AEH = 80^\circ$ $\angle HEI + \angle HGI = 180^\circ$ より GHEI は同一円周上にある。よって $\angle GEI = \angle GHI = 30^\circ$ よって $\angle GEC = 40^\circ$ $\angle GEC = 40^\circ = \angle GFC$ より GEFC は同一円周上にある。 $\angle GEC + \angle GBC = 180^\circ$ より BGEC は同一円周上にある。よって BGEC は同一円周上にある。 よって $\angle GCE = \angle GFE = 30^\circ$ よって $\angle BCG = 20^\circ$ よって $\angle BEG = \angle BCG = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 10^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$ 

65 解法 F

66

E を $\angle DBE = 10^\circ$ F を $\angle BCF = 70^\circ$ ($BE \parallel CF$)

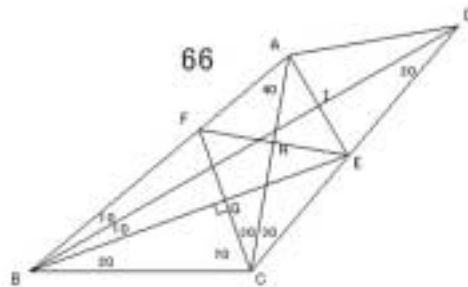
G を BE と FC の交点

H を AC と FE の交点

I を BD と AE の交点 とする

BCG \cong BFG より $CG = FG$ よって $\angle ECG = \angle EFG$

よって ECF は正三角形

CEH \cong CFH より $EH = FH$ よって $\angle AEH = \angle AFH$ よって $\angle AEH = \angle AFH = 50^\circ$ よって $\angle BEI = 80^\circ$ よって $\angle BEI = \angle BAI$ よって $EI = AI$ よって $\angle DEI = \angle DAI$ よって $\angle ADI = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$ 

67

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle CEF = 60^\circ$ G を $\angle CFG = 40^\circ$

H を AF に関する G の対称点

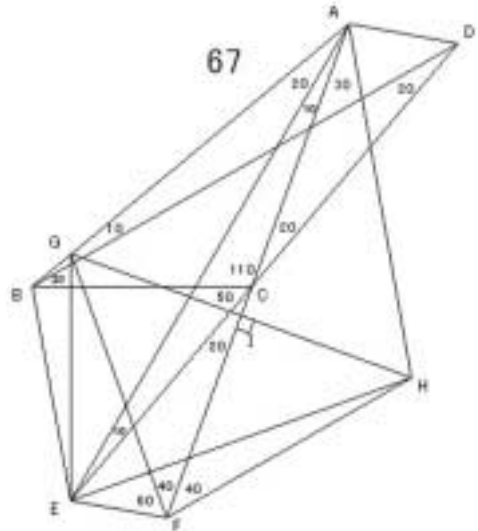
I を AF と GH の交点 とする。

AGH は正三角形より $HA = HG$ $\angle EAH + \angle EFH = 180^\circ$ より

AEFH は同一円周上にある。

よって $\angle AEH = \angle AFH = 40^\circ$, $\angle EHF = \angle EAF = 10^\circ$

よって HAE は 2 等辺三角形

よって $HA = HE$ ゆえに $HG = HE$ $\angle GHE = 40^\circ$ より $\angle GEH = 70^\circ$ よって $\angle GEA = 30^\circ$ $\angle GBC = 40^\circ = \angle GEC = \angle GFC$ より GBEFC は同一円周上にある。よって $\angle ECG = \angle EFG = 60^\circ$ よって $\angle BCG = 10^\circ$ よって $\angle BEG = \angle BCG = 10^\circ$ よって $\angle AEB = 40^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 40^\circ$ 

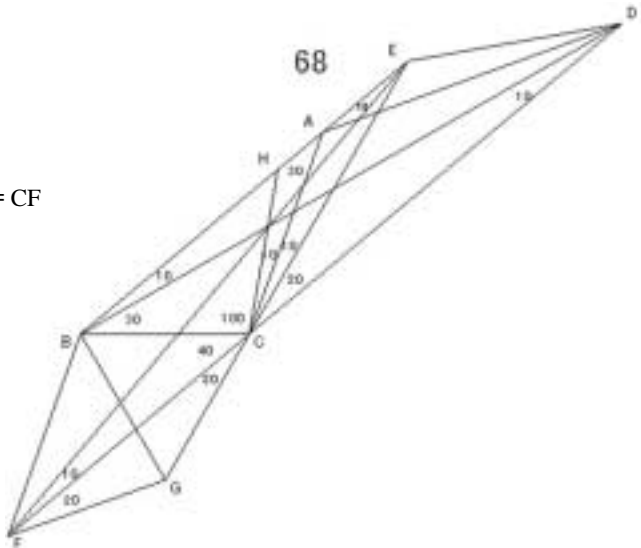
68

E を $\angle ACE = 10^\circ$ F を $\angle AEF = 10^\circ$ G を CE 上で $\angle CFG = 20^\circ$ H を $\angle ECH = 20^\circ$ とする。CEF は 2 等辺三角形より $CE = CF$ よって $\angle HCE = \angle GCF$ よって $HE = HC = GC = GF$

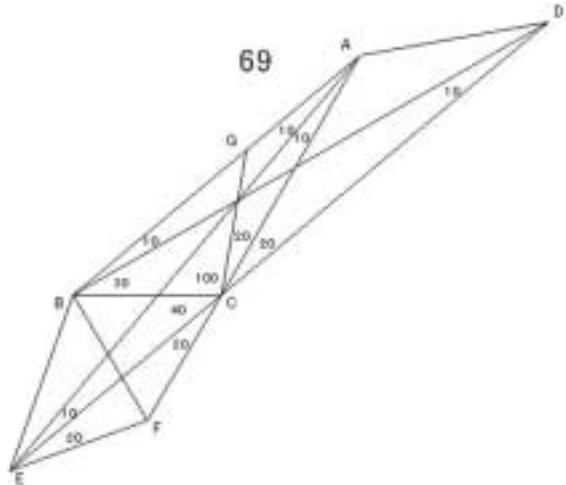
CBH は 2 等辺三角形より

 $CB = CH$ よって $CB = CG$ $\angle BCG = 60^\circ$ より

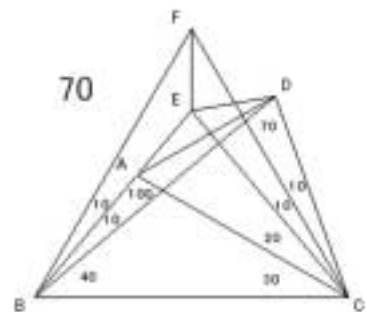
CBG は正三角形

よって $GB = GC$ よって $GB = GF$ $\angle BGF = 80^\circ$ より $\angle BFG = 50^\circ$ よって $\angle BFE = 20^\circ$ $\angle BEF = 10^\circ = \angle BDF$ より EBFD は同一円周上にある。よって $\angle EDB = \angle EFB = 20^\circ$ よって $\angle EDC = 30^\circ$ $\angle EAC + \angle EDC = 180^\circ$ より EACD は同一円周上にある。よって $\angle EDA = \angle ECA = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

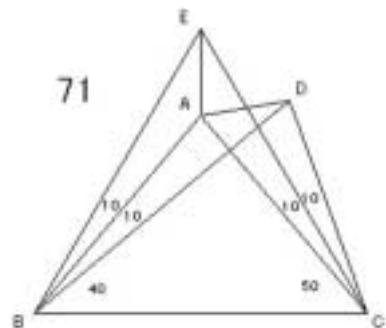
69

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle CEF = 20^\circ$ G を $\angle ACG = 20^\circ$ とする。 $\triangle CAE$ は 2 等辺三角形より $CA = CE$ よって $\angle GAC = \angle FCE$ よって $GA = GC = FC = FE$ $\triangle CBG$ は 2 等辺三角形より $CB = CG$ ゆえに $CB = CF$ $\angle BCF = 60^\circ$ より $\triangle BCF$ は正三角形よって $FC = FB$ よって $FB = FE$ $\angle BFE = 80^\circ$ より $\angle BEF = 50^\circ$ よって $\angle AEB = 20^\circ$ $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$ 

70

E を $\angle ACE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 60^\circ$ と $\angle CBF = 60^\circ$ の交点 とする。 $\triangle FBC$ は正三角形より $FB = FC$ $\triangle EBC$ は 2 等辺三角形より $EB = EC$ よって $\angle FBE = \angle FCE$ よって $\angle BFE = \angle CFE = 30^\circ$ $\triangle BCD$ は 2 等辺三角形より $BC = BD$ $\triangle BCF$ は正三角形より $BC = BF$ ゆえに $BD = BF$ よって $\angle BDE = \angle BFE$ よって $\angle BDE = 30^\circ$ ゆえに $\angle EDC = 100^\circ$ $\angle EAC + \angle EDC = 180^\circ$ より $EACD$ は同一円周上にある。よって $\angle EDA = \angle ECA = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

71

E を $\angle BCE = 60^\circ$ と $\angle CBE = 60^\circ$ の交点 とする。 $\triangle EBC$ は正三角形より $EB = EC$ $\triangle ABC$ は 2 等辺三角形より $AB = AC$ よって $\angle EBA = \angle ECA$ よって $\angle BEA = \angle CEA = 30^\circ$ $\triangle BCD$ は 2 等辺三角形より $BC = BD$ $\triangle BCE$ は正三角形より $BE = BC$ ゆえに $BD = BE$ よって $\angle BDA = \angle BEA$ よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$ 

72

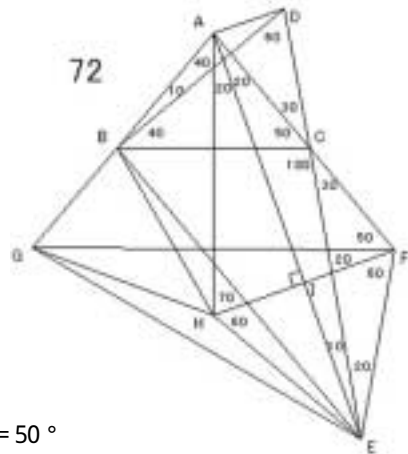
E を $\angle CAE = 20^\circ$ F を $\angle CEF = 20^\circ$ G を $\angle CFG = 50^\circ$

H を AE に関する F の対称点

I を AE と FH の交点 とする。

AFH は 2 等辺三角形より $AF = AH$ AFG は 2 等辺三角形より $AF = AG$ よって $AH = AG$ よって $\triangle AFH \cong \triangle AHG$ よって $HF = HG$ EFH は正三角形より $HE = HF$ よって $HE = HG$ $\angle EHG = 160^\circ$ より $\angle GEH = 10^\circ$ よって $\angle GEC = 50^\circ$ $\angle GEC + \angle GBC = 180^\circ$ より BGEC は同一円周上にある。 $\angle GEC = 50^\circ = \angle GFC$ より GEFC は同一円周上にある。

よって BGEFC は同一円周上にある。

よって $\angle GCE = \angle GFE = 80^\circ$ よって $\angle GCB = 20^\circ$ よって $\angle GEB = \angle GCB = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 20^\circ$ $\angle BAE = 60^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$ 

73 解法 B

74 解法 F, 解法 G

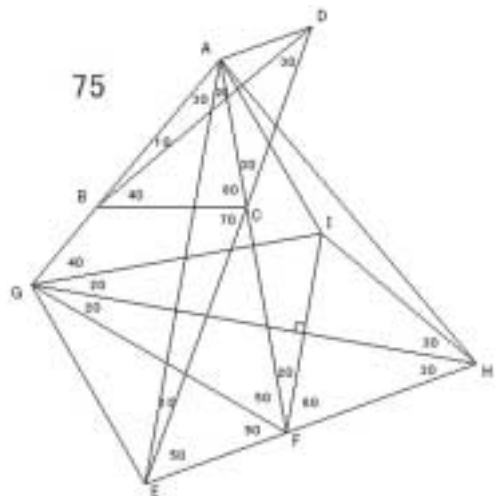
75

E を $\angle BAE = 30^\circ$ F を $\angle CEF = 50^\circ$ G を $\angle CFG = 50^\circ$ H を $\angle FGH = 20^\circ$

I を GH に関する F の対称点 とする。

HFI は正三角形より $IH = IF$ GFI は 2 等辺三角形より $GF = GI$ GFA は 2 等辺三角形より $GF = GA$ よって $GI = GA$ よって $\triangle GFI \cong \triangle GIA$ よって $IF = IA$ ゆえに $IA = IH$ $\angle AIH = 160^\circ$ より $\angle AHI = 10^\circ$ よって $\angle AHG = 40^\circ$ $\angle GAE = 30^\circ = \angle GHE$ より AGEH は同一円周上にある。よって $\angle AEG = \angle AHG = 40^\circ$ よって $\angle EGF = 30^\circ$ $\angle BGE + \angle BCE = 180^\circ$ より BGEC は同一円周上にある。 $\angle GEC = 50^\circ = \angle GFC$ より GEFC は同一円周上にある。

よって BGEFC は同一円周上にある。

よって $\angle GCE = \angle GFE = 50^\circ$ よって $\angle BCG = 20^\circ$ 

よって $\angle BEG = \angle BCG = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 20^\circ$
 $\angle BAE = 30^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$

76

E を $\angle CDE = 50^\circ$

F を $\angle CEF = 50^\circ$

G を $\angle BEG = 60^\circ$ と $\angle EBG = 60^\circ$ の交点とする。

$\triangle GBE$ は正三角形より $GB = GE$

$\triangle FBE$ は 2 等辺三角形より $FB = FE$

よって $\angle GBF = \angle GEF$ よって $\angle BGF = \angle EGF = 30^\circ$

$\triangle BED$ は 2 等辺三角形より $BE = BD$

$\triangle BEG$ は正三角形より $BE = BG$

よって $BD = BG$ ゆえに $\angle BDF = \angle BGF$

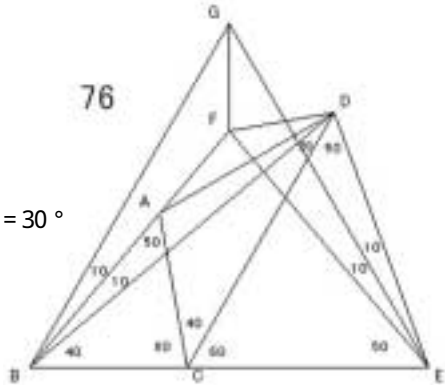
よって $\angle BDF = \angle BGF = 30^\circ$

$\angle FDC = 50^\circ = \angle FEC$ より $\triangle FCED$ は同一円周上にある。

$\angle FDC + \angle FAC = 180^\circ$ より $\triangle FACD$ は同一円周上にある。

よって $\triangle FACED$ は同一円周上にある。よって $\angle FCD = \angle FED = 20^\circ$

よって $\angle FCA = 20^\circ$ よって $\angle FDA = \angle FCA = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$



77

E を $\angle CDE = 50^\circ$

F を $\angle CEF = 30^\circ$

G を $\angle BEG = 60^\circ$ と $\angle EBG = 60^\circ$ の交点とする。

$\triangle EBG$ は正三角形より $EB = EG$

よって $\angle EBF = \angle EGF$

よって $\angle EGF = 50^\circ$ よって $\angle BGF = 10^\circ$

$\triangle BED$ は 2 等辺三角形より $BE = BD$

$\triangle BEG$ は正三角形より $BE = BG$

よって $BD = BG$ ゆえに $\angle BGF = \angle BDF$

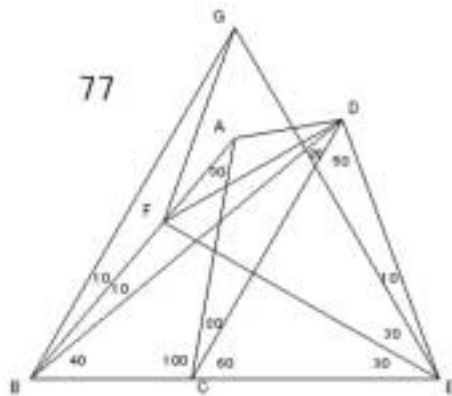
よって $\angle BDF = \angle BGF = 10^\circ$

$\angle FDC = 30^\circ = \angle FEC = \angle FAC$ より

$\triangle AFCED$ は同一円周上にある。

よって $\angle AED = \angle ACE = 20^\circ$ よって $\angle AEF = 20^\circ$

よって $\angle ADF = \angle AEF = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$



78 解法 B

79 解法 F

80 解法 E

81 解法 G

82 解法 E

83 解法 G

84

E を $\angle BAE = 80^\circ$ ($AE \perp BD$) とする。

$\triangle BAC$ は 2 等辺三角形より $BA = BC$

$\triangle EAC$ は 2 等辺三角形より $EA = EC$

よって $\triangle ABE \cong \triangle CBE$

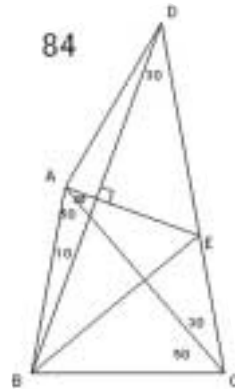
よって $\angle ABE = \angle CBE = 40^\circ$, $\angle AEB = \angle CEB = 60^\circ$

よって $\angle DBE = 30^\circ$

$\triangle EBD$ は 2 等辺三角形より $EB = ED$

$\angle BEA = 60^\circ = \angle DEA$ より $\triangle BEA \cong \triangle DEA$

よって $\angle ADE = 40^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$



85

E を $\angle CBE = 60^\circ$

F を AB と DC の交点

G を AC と BE の交点とする。

$\angle ABE = 20^\circ = \angle ACE$ より $\triangle ABCE$ は同一円周上にある。

よって $\angle AEB = \angle ACB = 60^\circ$ よって $AE \parallel BC$

$\triangle FBC$ は 2 等辺三角形より $FB = FC$

$\triangle GBC$ は正三角形より $GB = GC$ よって $\triangle FBG \cong \triangle FCG$

よって $\angle BFG = \angle CFG = 10^\circ$

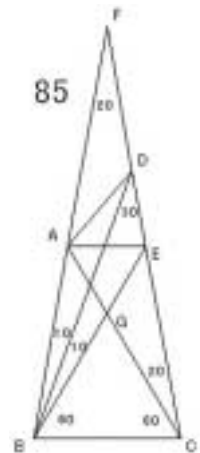
$\triangle BFG$ と $\triangle FBD$ において $\angle BFG = 10^\circ = \angle FBD$, $\angle FBG = 20^\circ = \angle FBD$

よって $\triangle BFG \cong \triangle FBD$ よって $BG = FD$

$\triangle EBF$ は 2 等辺三角形より $EB = EF$ ゆえに $EG = ED$

$\triangle AGE$ は正三角形であるから $EA = EG$ よって $EA = ED$

$\angle AED = 80^\circ$ より $\angle ADE = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$



86 解法 E

87

E を $\angle BAE = 30^\circ$

F を $\angle BAF = 70^\circ$

G を $\angle CFG = 30^\circ$ ($FG \perp AC$)

H を $\angle EFH = 20^\circ$ とする。

$\triangle FCA$ は正三角形である。

$\triangle FCG \cong \triangle FAG$ より $\angle FAG = 40^\circ$

$\angle ABG = 30^\circ = \angle AFG$ より

$\triangle ABFG$ は同一円周上にある。

よって $\angle FBG = \angle FAG = 40^\circ$

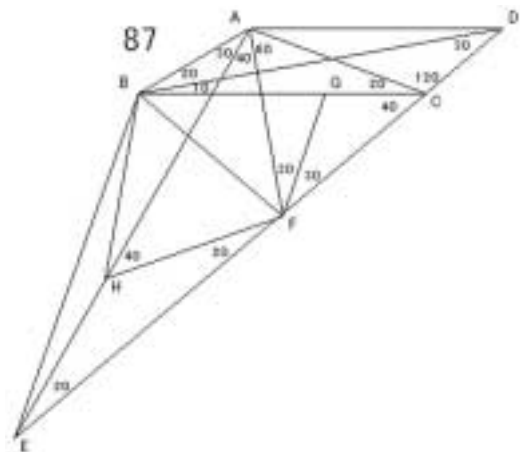
よって $\angle AFB = 40^\circ$, $\angle BFH = 60^\circ$

$\triangle FAB$ は 2 等辺三角形より $FA = FB$

$\triangle FAH$ は 2 等辺三角形より $FA = FH$ よって $FB = FH$

$\angle BFH = 60^\circ$ より $\triangle BFH$ は正三角形 よって $HB = HF$

$\triangle HEF$ は 2 等辺三角形より $HE = HF$ よって $HB = HE$



$\angle BHE = 160^\circ$ より $\angle BEH = 10^\circ$ よって $\angle AEB = 10^\circ$

$\angle BAE = 30^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$

88 解法 E

89

E を A の BC に関する対称点

F を BC と AE の交点とする

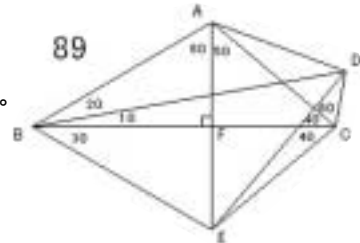
$\angle DBE + \angle DCE = 180^\circ$ より $BECD$ は同一円周上にある。

よって $\angle BDE = \angle BCE = 40^\circ$, $\angle DEC = \angle DBC = 10^\circ$

よって $\triangle EBD$ は 2 等辺三角形より $EB = ED$

$\triangle EAB$ は正三角形より $EA = EB$ よって $EA = ED$

$\angle AED = 40^\circ$ より $\angle ADE = 70^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$



90

E を $\angle BAE = 70^\circ$ ($AE \perp BD$)

F を $\angle BAF = 60^\circ$ ($BC \perp AF$)

G を BC と AF の交点

H を BD と AE の交点とする

$\triangle CAG \cong \triangle CFG$ より $AG = FG$

よって $\triangle BAG \cong \triangle BFG$

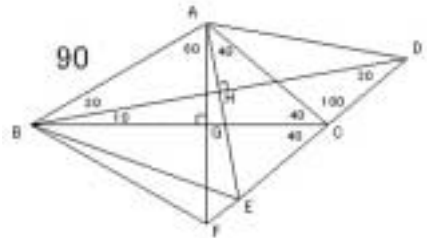
よって $\triangle ABF$ は正三角形

$\angle ABF + \angle AEF = 180^\circ$ より $ABFE$ は同一円周上にある。

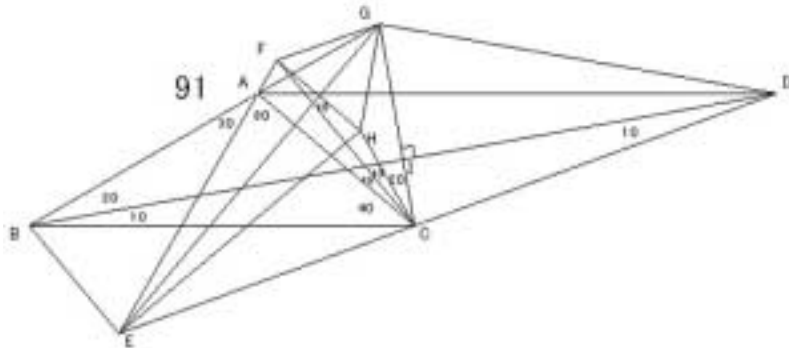
よって $\angle FBE = \angle FAE = 10^\circ$ よって $\angle EBC = 20^\circ$ よって $\angle EBH = 30^\circ$

よって $\angle EBH = \angle EDH$ よって $BH = DH$

よって $\angle ABH = \angle ADH$ よって $\angle ADB = 20^\circ$



91



E を $\angle BAE = 30^\circ$

F を $\angle ACF = 10^\circ$

G を $\angle ACG = 40^\circ$ ($BD \perp CG$)

H を $\angle CFH = 10^\circ$ と $\angle FCH = 10^\circ$ の交点

I を BD と CG の交点 とする。

$\angle ECF = 70^\circ$, $\angle EFC = 70^\circ$ である。

よって $\triangle ECF$ は 2 等辺三角形より $EC = EF$

$\triangle HCF$ は 2 等辺三角形より $HC = HF$

よって $\angle EHC = \angle EHF$ ゆえに $\angle FEH = \angle CEH = 20^\circ$

$\angle GCF = 30^\circ = \angle GAF$ より $\angle FACG$ は同一円周上にある。よって $\angle FGA = \angle FCA = 10^\circ$

$\angle AGC = 70^\circ$ より $\angle CGF = 80^\circ$

$\triangle HCF$ は 2 等辺三角形で, $\angle CHF = 2 \times \angle CGF$ より H は $\triangle CGF$ の外心である。

ゆえに $HG = HF$

$\angle FHG = 2 \times \angle FCG = 60^\circ$ より $\triangle HFG$ は正三角形 ゆえに $GF = GH$

$\triangle EFH$ は 2 等辺三角形より $EF = EH$ よって $\angle FEG = \angle HEG$

よって $\angle GEA = \angle GEH = 10^\circ$

$\angle CBI = \angle CDI$ より $BI = DI$ よって $\angle GBI = \angle GDI$

よって $\angle GDB = 20^\circ$ よって $\angle GDE = 30^\circ$

$\angle GDE + \angle GAE = 180^\circ$ より $\angle AEDG$ は同一円周上にある。

よって $\angle GDA = \angle GEA = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$

92

E を $\angle ACE = 10^\circ$

F を BC に関する E の対称点とする。

$\triangle BEF$ は正三角形より $FB = FE$

$\angle DBF + \angle DCF = 180^\circ$ より

$\angle BFC$ は同一円周上にある。

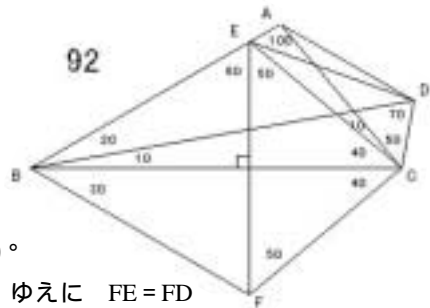
よって $\angle BDF = \angle BCF = 40^\circ$, $\angle CFD = \angle CBD = 10^\circ$

よって $\triangle FBD$ は 2 等辺三角形 よって $FB = FD$ ゆえに $FE = FD$

$\angle DFE = 40^\circ$ より $\angle FDE = 70^\circ$ よって $\angle EDB = 30^\circ$, $\angle EDC = 100^\circ$

$\angle EAC = 100^\circ = \angle EDC$ より $\angle AEC$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADE = \angle ACE = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$



93

E を $\angle BAE = 60^\circ$ ($BC \perp AE$)

F を BC と AE の交点とする

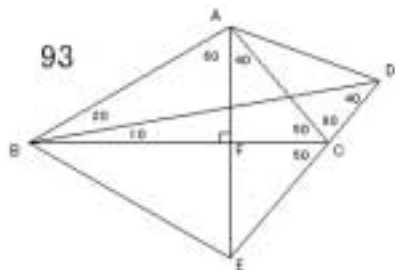
$\angle CAF = \angle CEF$ より $AF = EF$

よって $\angle BAF = \angle BEF$

よって $\triangle ABE$ は正三角形 よって $EB = EA$

$\triangle EBD$ は 2 等辺三角形より $EB = ED$

よって $ED = EA$ よって $\angle EDA = 70^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$



94

E を $\angle CBE = 10^\circ$

F を $\angle BAF = 40^\circ$

G を $\angle BFG = 50^\circ$ ($AB \perp FG$) とする。

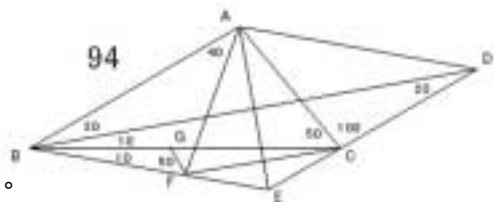
$\triangle FAB$ は 2 等辺三角形より $FA = FB$

よって $\angle FAG = \angle FBG$ よって $\angle FAG = 10^\circ$

$\angle AFG = 50^\circ = \angle ACG$ より $\angle AGFC$ は同一円周上にある。

よって $\angle FCG = \angle FAG = 10^\circ$ よって $\angle FCA = 60^\circ$, $\angle ECF = 20^\circ$

$\angle FAC = 60^\circ$ より $\triangle ACF$ は正三角形 よって $AC = AF$



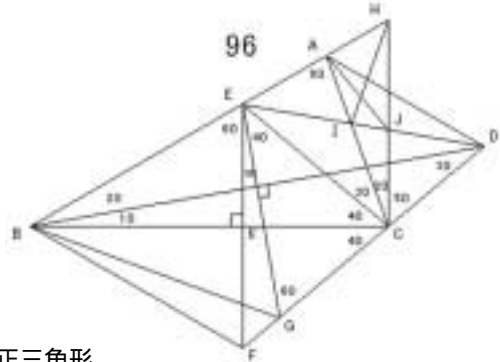
$\angle EFC = 20^\circ$ より $\triangle ECF$ は 2 等辺三角形 よって $EC = EF$
 よって $\angle CAE = \angle FAE$ よって $\angle CAE = \angle FAE = 30^\circ$ よって $BD \parallel AE$
 $\triangle EBD$ は 2 等辺三角形と $BD \parallel AE$ より $\triangle ABD$ は 2 等辺三角形 よって $\angle ADB = 20^\circ$

95 解法 G

96

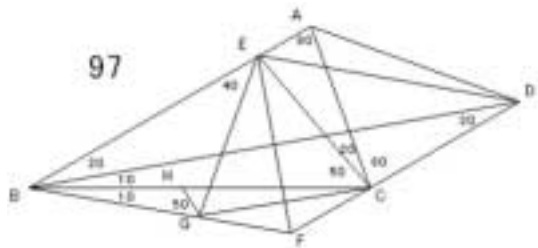
E を $\angle BCE = 40^\circ$
 F を $\angle BEF = 60^\circ$ ($BC \parallel EF$)
 G を $\angle CEG = 40^\circ$ ($BD \parallel EG$)
 H を $\angle BCH = 90^\circ$
 I を ED と AC の交点
 J を ED と HC の交点
 K を BC と EF の交点 とする。

$\triangle CEK \cong \triangle CFK$ より $EK = FK$
 よって $\triangle BEK \cong \triangle BFK$ よって $\triangle BEF$ は正三角形
 よって $\angle EBF = 60^\circ$
 $\angle EBF + \angle EGF = 180^\circ$ より $\triangle EBF$ は同一円周上にある。
 よって $\angle FBG = \angle FEG = 10^\circ$ よって $\angle GBD = 30^\circ$
 $\triangle GBD$ は 2 等辺三角形と $BD \parallel GE$ より $\triangle EBD$ は 2 等辺三角形
 よって $\angle EDB = 20^\circ$ よって $\angle DEC = 30^\circ$ よって $\angle HJI = \angle CEJ + \angle ECJ = 80^\circ$
 $\triangle IEC$ は 2 等辺三角形で $\angle EIC = 120^\circ = 2 \times \angle EHC$ より I は $\triangle HEC$ の外心である。
 よって $IC = IH$ ゆえに $\angle IHC = 20^\circ$ よって $\angle AHI = 40^\circ$
 $\angle HJI + \angle HAI = 180^\circ$ より $\triangle HAI$ は同一円周上にある。
 よって $\angle AJI = \angle AHI = 40^\circ$ より $\angle AJD = 140^\circ$
 $\angle JAI = \angle JHI = 20^\circ$ より $\triangle JAC$ は 2 等辺三角形 ゆえに $JC = JA$
 $\triangle JCD$ は 2 等辺三角形より $JC = JD$ ゆえに $JA = JD$
 $\angle AJD = 140^\circ$ より $\angle ADJ = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$



97

E を $\angle BCE = 50^\circ$
 F を $\angle CBF = 10^\circ$
 G を $\angle BEG = 40^\circ$
 H を $\angle BGH = 50^\circ$ ($BE \parallel GH$) とする。
 $\triangle GBE$ は 2 等辺三角形で $BE \parallel GH$ より
 $\triangle GBH \cong \triangle GEH$ よって $\angle GEH = 10^\circ$
 $\angle EGH = 50^\circ = \angle ECH$ より $\triangle EHG$ は同一円周上にある。
 よって $\angle GCH = \angle GEH = 10^\circ$ よって $\angle FCG = 20^\circ$, $\angle ECG = 60^\circ$
 $\angle GEC = 60^\circ$ より $\triangle ECG$ は正三角形 よって $EC = EG$
 $\angle FGC = 20^\circ$ より $\triangle FCG$ は 2 等辺三角形 ゆえに $FC = FG$
 よって $\triangle ECF \cong \triangle EGF$ ゆえに $\angle CEF = \angle GEF = 30^\circ$ ゆえに $BD \parallel EF$
 $\triangle FBD$ は 2 等辺三角形で, $BD \parallel EF$ より $\triangle EBD$ は 2 等辺三角形
 よって $\angle EDB = 20^\circ$ よって $\angle CED = 40^\circ$



CDE は 2 等辺三角形より $CD = CE$

CAE は 2 等辺三角形より $CA = CE$ よって $CA = CD$

よって $\angle ADC = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$

98

E を $\angle ACE = 30^\circ$

F を $\angle BEF = 60^\circ$ ($BC \parallel EF$)

G を BC と EF の交点とする

CEG CEG より $EG = FG$

よって BEG BFG

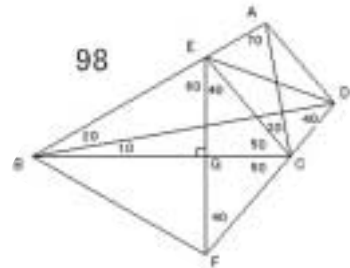
よって BEF は正三角形 よって $FB = FE$

$\angle FBD = 40^\circ$ より $\angle FBD$ は 2 等辺三角形

よって $FB = FD$ よって $FE = FD$ よって $\angle FDE = \angle FED = 70^\circ$

$\angle AED = 50^\circ = \angle ACD$ より AECD は同一円周上にある。

よって $\angle ADE = \angle ACE = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 60^\circ$



99

E を $\angle CAE = 40^\circ$

F を $\angle ACF = 40^\circ$

G を $\angle BCG = 20^\circ$ とする。

CAF は 2 等辺三角形より $CA = CF$

CAG は 2 等辺三角形より $CA = CG$

よって $CF = CG$

$\angle FCG = 60^\circ$ より $\angle FCG$ は正三角形

よって $GC = GF$

GCE は 2 等辺三角形より $GC = GE$ よって $GE = GF$

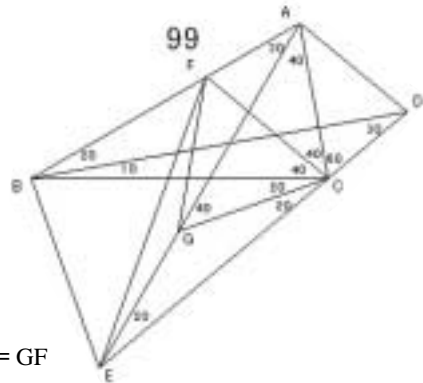
$\angle AGF = 20^\circ$ より $\angle FEG = 10^\circ$

$\angle FEC = 30^\circ = \angle FBC$ より FBEC は同一円周上にある。

よって $\angle BEF = \angle BCF = 40^\circ$ よって $\angle AEB = 50^\circ$

$\angle BAE = 30^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 50^\circ$



100 解法 B

101

E を $\angle BDE = 20^\circ$

F を $\angle BEF = 60^\circ$ ($BC \parallel EF$)

G を BC と ED の交点とする

EBD は 2 等辺三角形より $EB = ED$

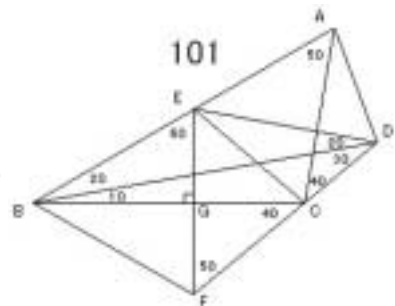
EFD は 2 等辺三角形より $EF = ED$ よって $EB = EF$

$\angle BEF = 60^\circ$ より BEF は正三角形

BEG BFG より $EG = FG$

よって CEG CFG よって $\angle ECG = 40^\circ$

よって $\angle ACE = 60^\circ$

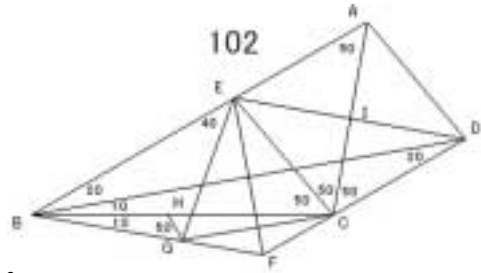


$EAC = 50^\circ = EDC$ より $AECD$ は同一円周上にある。
 よって $ADE = ACE = 60^\circ$ よって $ADB = 80^\circ$

102

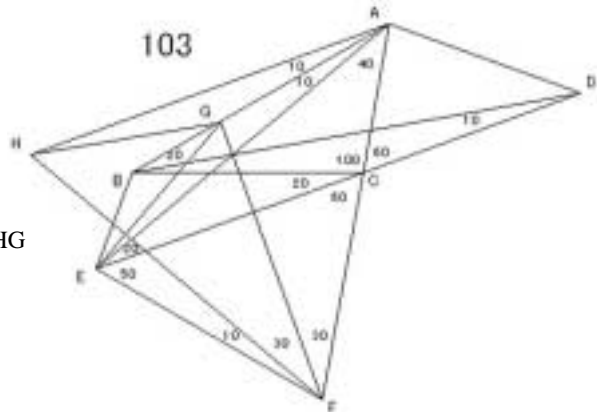
E を $BCE = 50^\circ$
 F を $CBF = 10^\circ$
 G を $BEG = 40^\circ$
 H を $BGH = 50^\circ$ ($BE \parallel GH$)
 I を AC と DE の交点 とする。

GBE は 2 等辺三角形より $GB = GE$
 よって $GBH = GEH$ よって $GEH = 10^\circ$
 $HCE = 50^\circ = HGE$ より $HGCE$ は同一円周上にある。
 よって $GCH = GEH = 10^\circ$
 よって $GCE = 60^\circ$, $FCG = 20^\circ$
 $GEC = 60^\circ$ より ECG は正三角形 よって $EC = EG$
 $FGC = 20^\circ$ より FCG は 2 等辺三角形 よって $FC = FG$
 よって $CEF = GEF$ よって $CEF = GEF = 30^\circ$ よって $BD \parallel EF$
 FBD は 2 等辺三角形で, $BD \parallel EF$ より EBD は 2 等辺三角形 よって $EDB = 20^\circ$
 よって $AC \parallel DE$ よって $CDI = CEI$ よって $DI = EI$
 よって $ADI = AEI$ よって $ADI = AEI = 40^\circ$ よって $ADB = 60^\circ$



103

E を $BAE = 10^\circ$
 F を $CEF = 50^\circ$
 G を $CFG = 30^\circ$
 H を $AFH = 60^\circ$ と
 $FAH = 60^\circ$ の交点 とする。
 FAH は正三角形より $FAG = FHG$
 よって $FHG = 50^\circ$
 よって $AHG = 10^\circ$
 AEF は 2 等辺三角形より $AE = AF$
 AHF は正三角形より $AF = AH$
 よって $AH = AE$ よって $AHG = AEG$ よって $AEG = 10^\circ$
 $GEC = 30^\circ = GFC = GBC$ より $GBEFC$ は同一円周上にある。
 よって $BFE = BCE = 20^\circ$ よって $BFG = 20^\circ$
 よって $BEG = BFG = 20^\circ$ よって $AEB = 30^\circ$
 $BAE = 10^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $ADB = AEB = 30^\circ$



104

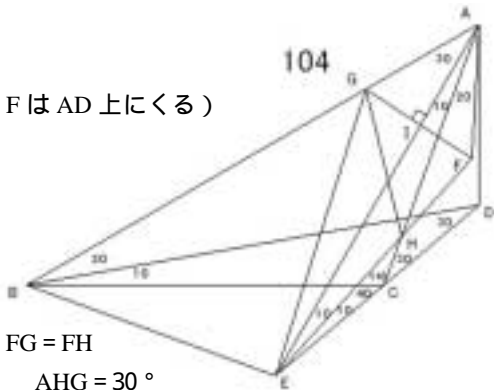
E を $\angle BAE = 30^\circ$ F を $\angle AEF = 10^\circ$ と $\angle EAF = 30^\circ$ の交点 (実際 F は AD 上にくる)G を $\angle AFG = 60^\circ$ ($AE \perp FG$)

H を AC と EF の交点

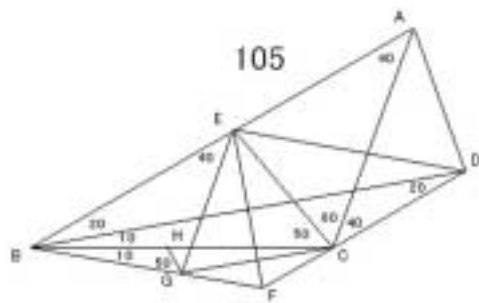
I を AE と FG の交点 とする。

 $\angle FHA = 20^\circ$ である。FAH は 2 等辺三角形より $FA = FH$ FAG は正三角形より $FA = FG$ よって $FG = FH$ $\angle HFG = 80^\circ$ より $\angle FHG = 50^\circ$ よって $\angle AHG = 30^\circ$ AFI \angle AGI より $FI = GI$ よって $\angle EFI = \angle EGI$ よって $\angle GEI = 10^\circ$ よって $\angle CEG = 30^\circ$ $\angle CBG = 30^\circ = \angle CEG$ より GBEC は同一円周上にある。 $\angle CEG + \angle CHG = 180^\circ$ より GECH は同一円周上にある。

よって GBECH は同一円周上にある。

よって $\angle BEH = \angle BCH = 110^\circ$ ゆえに $\angle AEB = 100^\circ$ $\angle BAE = 30^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 100^\circ$ 

105

E を $\angle BCE = 50^\circ$ F を $\angle CBF = 10^\circ$ G を $\angle BEG = 40^\circ$ H を $\angle BGH = 50^\circ$ ($BE \perp GH$) とする。GBE は 2 等辺三角形で $BE = GH$ より $\angle GBH = \angle GEH$ よって $\angle GEH = 10^\circ$ $\angle HCE = 50^\circ = \angle HGE$ より HGCE は同一円周上にある。よって $\angle GCH = \angle GEH = 10^\circ$ よって $\angle GCE = 60^\circ$, $\angle FCG = 20^\circ$ $\angle GEC = 60^\circ$ より ECG は正三角形 よって $EC = EG$ $\angle FGC = 20^\circ$ より FCG は 2 等辺三角形 よって $FC = FG$ よって $\angle CEF = \angle GEF$ よって $\angle CEF = \angle GEF = 30^\circ$ よって BD \perp EFFBD は 2 等辺三角形で, $BD \perp EF$ より EBD は 2 等辺三角形 よって $\angle EDB = 20^\circ$ $\angle EAC = 40^\circ = \angle EDC$ より AECD は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 60^\circ$ よって $\angle ADB = 80^\circ$ 

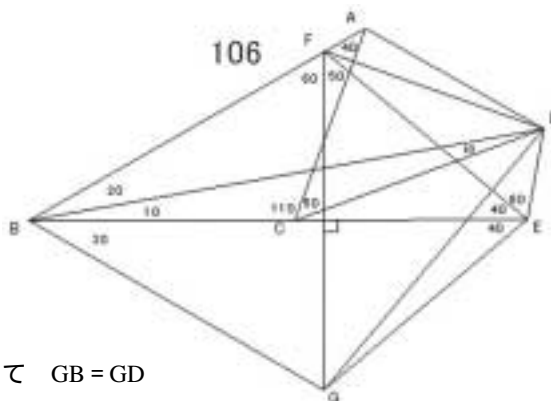
106

E を $\angle CDE = 60^\circ$ F を $\angle CEF = 40^\circ$

G を BE に関する F の対称点とする。

BFG は正三角形より $GF = GB$ $\angle DEG + \angle DBG = 180^\circ$ より

BGED は同一円周上にある。

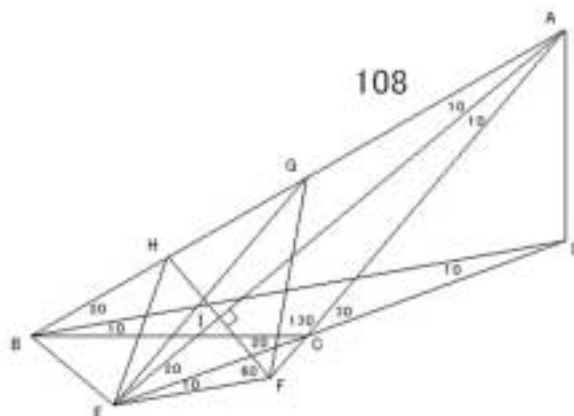
よって $\angle BDG = \angle BEG = 40^\circ$, $\angle DGE = \angle DBG = 10^\circ$ よって $\triangle GBD$ は 2 等辺三角形 よって $GB = GD$ よって $GF = GD$ $\angle DGF = 40^\circ$ より $\angle FDG = 70^\circ$ よって $\angle FDC = 40^\circ$ $\angle FAC = 40^\circ = \angle FDC = \angle FEC$ より AFCE は同一円周上にある。よって $\angle DCF = \angle DEF = 60^\circ$ よって $\angle ACF = 10^\circ$ よって $\angle ADF = \angle ACF = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$ 

107 解法 F

108

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle CEF = 10^\circ$ G を $\angle CFG = 30^\circ$ H を $\angle CFH = 80^\circ$ ($AE \parallel FH$)

I を AE と FH の交点 とする。

 $\angle AFI = \angle AHI$ より $FI = HI$ よって $\angle EFI = \angle EHI$ よって $\triangle EFH$ は正三角形よって $HE = HF$ $\angle HGF = 50^\circ = \angle HFG$ だから $\triangle HFG$ は 2 等辺三角形より $HF = HG$ ゆえに $HE = HG$ $\angle EHG = 140^\circ$ より $\angle HEG = 20^\circ$ よって $\angle GEC = 30^\circ$ $\angle GBC = 30^\circ = \angle GEC = \angle GFC$ より GBEC は同一円周上にある。よって $\angle GCE = \angle GFE = 110^\circ$ よって $\angle GCB = 90^\circ$ よって $\angle GEB = \angle GCB = 90^\circ$ よって $\angle AEB = 100^\circ$ $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 100^\circ$ 

109 解法 C

110

E を $\angle BCE = 60^\circ$ と $\angle CBE = 60^\circ$ の交点とする。

$\triangle CBE$ は正三角形より $CB = CE$

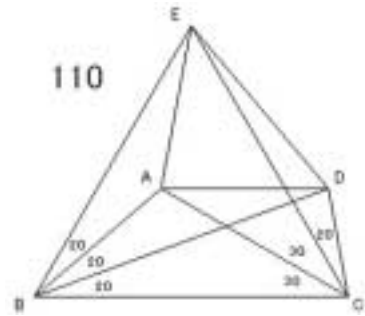
よって $\angle CBA = \angle CEA$ よって $\angle CEA = 40^\circ$

よって $\angle AEB = 20^\circ$

$\triangle BCD$ は 2 等辺三角形より $BC = BD$

$\triangle BCE$ は正三角形より $BC = BE$ よって $BD = BE$

よって $\angle BDA = \angle BEA$ よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$



111

E を $\angle ACE = 70^\circ$

F を $\angle ACF = 40^\circ$ ($BD \parallel CF$)

G を BD と CF の交点

H を CE と DF の交点 とする。

$\triangle BCG \cong \triangle BFG$ より $CG = FG$ よって $\triangle DCG \cong \triangle DFG$

よって $\triangle CDF$ は正三角形 よって $\angle CFH = \angle CDH$

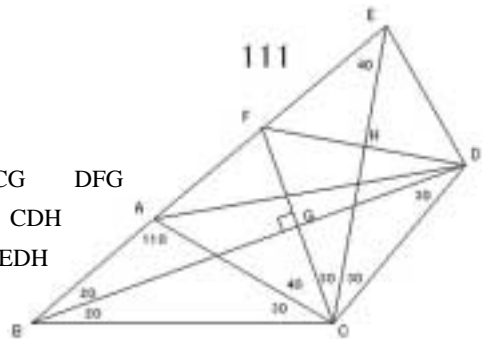
よって $\angle FH = \angle DH, \angle CE = \angle FD$ よって $\triangle EFH \cong \triangle EDH$

よって $\angle EDH = \angle EFH = 50^\circ$

よって $\angle EDC = 110^\circ$

$\angle EDC + \angle EAC = 180^\circ$ より $\angle EACD$ は同一円周上にある。

よって $\angle EDA = \angle ECA = 70^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$



112

E を $\angle BCE = 60^\circ$ と $\angle CBE = 60^\circ$ の交点 とする。

$\triangle EBC$ は正三角形より $EB = EC$

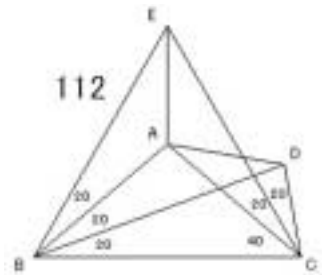
$\triangle ABC$ は 2 等辺三角形より $AB = AC$

よって $\angle EBA = \angle ECA$ よって $\angle BEA = 30^\circ$

$\triangle BCD$ は 2 等辺三角形より $BC = BD$

$\triangle EBC$ は正三角形より $BC = BE$ ゆえに $BD = BE$

よって $\angle BDA = \angle BEA$ よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$



113 解法 E

114

E を $\angle CDE = 10^\circ$

F を $\angle DEF = 30^\circ$

G を $\angle BEG = 70^\circ$ ($BD \parallel EG$)

H を BD と EG の交点

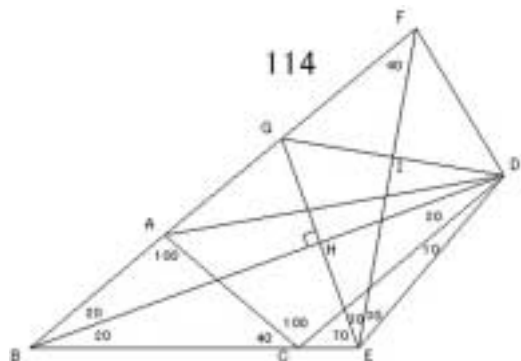
I を DG と EF の交点 とする。

$\triangle BEH \cong \triangle BGH$ より $EH = GH$

よって $\triangle DEH \cong \triangle DGH$

よって $\triangle DEG$ は正三角形

よって $\angle EDI = \angle EGI$



よって $DI = GI, EF \perp DG$

よって $\angle FDI = \angle FGI$ よって $\angle DFI = \angle GFI = 40^\circ$

$\angle AFE + \angle ACE = 180^\circ$ より $\angle FACE$ は同一円周上にある。

$\angle DFE = 40^\circ = \angle DCE$ より $\angle FCED$ は同一円周上にある。

よって $\angle FACED$ は同一円周上にある。 よって $\angle ADE = \angle AFE = 40^\circ$

よって $\angle ADB = 10^\circ$

115 解法 C

116 解法 A

117 解法 A

118 解法 A, 解法 G

119 解法 A

120 解法 A

121 解法 A

122 解法 A

123 解法 D

124

E を $\angle BCE = 70^\circ$

F を AC と DE の交点

G を BD と EC の交点とする。

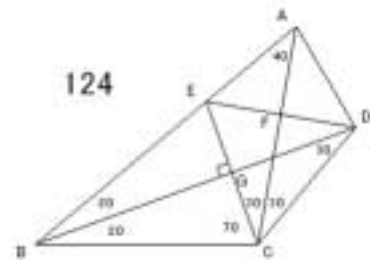
$\angle BCG = \angle BEG$ より $CG = EG$

よって $\angle DCG = \angle DEG$ よって $\angle CDE$ は正三角形

よって $\angle CDF = \angle CEF$ よって $DF = EF, CA \perp DE$

よって $\angle ADF = \angle AEF$

よって $\angle ADF = \angle AEF = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 80^\circ$



125 解法 F

126

E を $\angle BAE = 10^\circ$

F を $\angle BAF = 20^\circ$

G を $\angle ACG = 70^\circ$ ($\angle ACF = \angle GCF$) とする

$\angle ACH = \angle AGH$ より $CH = GH$

よって $\angle FCH = \angle FGH$

よって $\angle CGF$ は正三角形

よって $\angle CGI = \angle CFI$

よって $GI = FI, BC \perp GF$

よって $\angle BGI = \angle BFI$

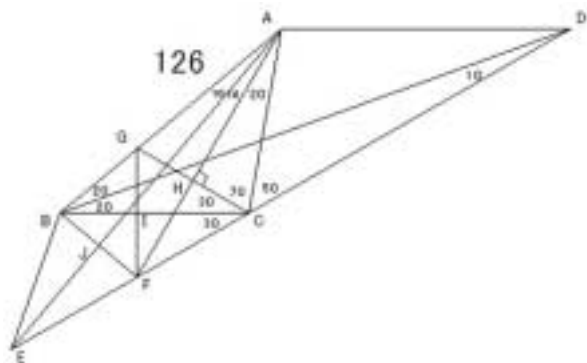
よって $\angle FBI = \angle GBI = 40^\circ$ よって $\angle ABJ = 80^\circ$ よって $BF \perp AE$

よって $\angle ABJ = \angle AFJ$ よって $BJ = FJ$ よって $\angle EBJ = \angle EFJ$

$\angle BFE = 70^\circ$ より $\angle BEJ = \angle FEJ = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 20^\circ$

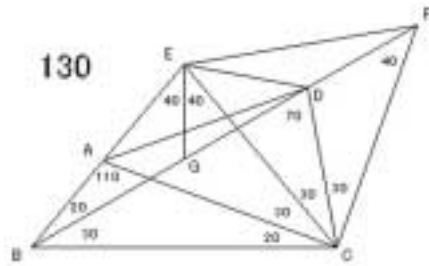
$\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $\angle ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$



129 解法 D

130

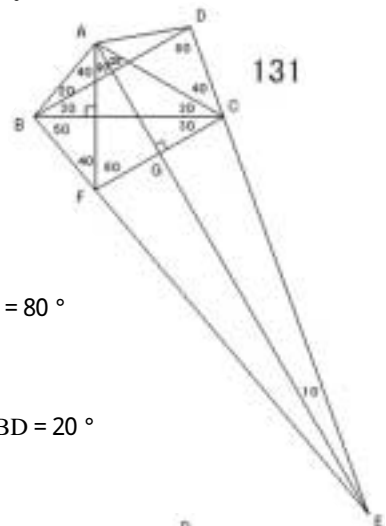
E を $\angle ACE = 30^\circ$ F を $\angle DCF = 30^\circ$ G を $\angle BEG = 40^\circ$ ($\angle BCG = 40^\circ$) とする。 $\triangle EBC$ は 2 等辺三角形より $EB = EC$ よって $\angle EBG = \angle ECG$ よって $\angle ECG = 20^\circ$ $\angle GEC = 40^\circ = \angle GFC$ より $\triangle EGC$ は同一円周上にある。よって $\angle EFG = \angle ECG = 20^\circ$ よって $\angle CFE = 60^\circ$ よって $\triangle CFE$ は正三角形 よって $CF = CE$ よって $\angle CFD = \angle CED$ よって $\angle CED = 40^\circ$, $\angle CDE = 110^\circ$ よって $\angle EDB = 40^\circ$ $\angle CDE + \angle CAE = 180^\circ$ より $\triangle EACD$ は同一円周上にある。よって $\angle EDA = \angle ECA = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

131

E を $\angle CAE = 30^\circ$

F を BC に関する A の対称点

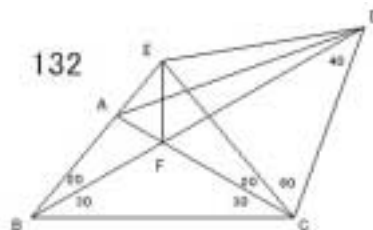
G を AE と CF の交点 とする。

 $\triangle ACF$ は正三角形である。よって $\angle ACG = \angle AFG$ ゆえに $CG = FG$ よって $\angle ECG = \angle EFG$ よって $\angle FEG = 10^\circ$, $\angle EFG = 80^\circ$ よって $\angle BFE = 180^\circ$ となり BFE は一直線となる。よって $\triangle EBD$ は 2 等辺三角形で $BD = AE$ となる。よって $\triangle ABD$ は 2 等辺三角形 よって $\angle ADB = \angle ABD = 20^\circ$ 

132

E を $\angle BCE = 50^\circ$

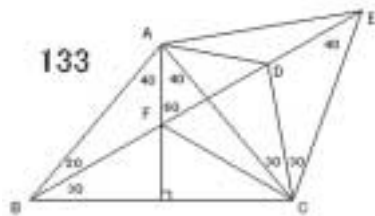
F を BD と AC の交点とする。

 $\triangle EBC$ は正三角形より $EB = EC$ $\triangle FBC$ は 2 等辺三角形より $FB = FC$ よって $\angle EBF = \angle ECF$ よって $\angle BEF = \angle CEF = 40^\circ$ $\angle CEF = 40^\circ = \angle CDF$ より $\triangle EFC$ は同一円周上にある。よって $\angle EDF = \angle ECF = 20^\circ$ よって $\triangle CDE$ は正三角形 よって $CD = CE$ $\angle EAC = 80^\circ$, $\angle ECA = 20^\circ$ より $\triangle CAE$ は 2 等辺三角形 よって $CA = CE$ よって $CA = CD$ よって $\angle ADC = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

133

E を $\angle DCE = 30^\circ$ F を $\angle BAF = 40^\circ$ ($\angle BC = AF$) とする。ABC は 2 等辺三角形より $AB = AC$ よって $\angle ABF = \angle AFC$ よって $\angle ACF = 20^\circ$ $\angle AFE = 60^\circ = \angle ACE$ より

AFCE は同一円周上にある。

よって $\angle AEF = \angle ACF = 20^\circ$ よって $\angle ACE$ は正三角形 よって $CA = CE$ よって $\angle CAD = \angle CED$ よって $\angle CAD = 40^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$ 

134 解法 E

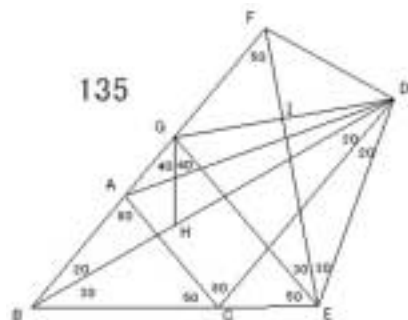
135

E を $\angle CDE = 20^\circ$ F を $\angle CEF = 80^\circ$ G を $\angle CEG = 50^\circ$ H を $\angle BGH = 40^\circ$ ($\angle BE = GH$)

I を EF と DG の交点 とする。

GBE は 2 等辺三角形より $GB = GE$ よって $\angle GBH = \angle GEH$ よって $\angle GEH = 20^\circ$ $\angle HGE = 40^\circ = \angle HDE$ より

GHED は同一円周上にある。

よって $\angle GDH = \angle GEH = 20^\circ$ よって $\angle EDG$ は正三角形よって $\angle EDI = \angle EGI$ よって $DI = GI, DG = EI$ よって $\angle FDI = \angle FGI$ よって $\angle FDI = \angle FGI = 40^\circ$ よって $\angle FDC = 80^\circ$ $\angle FDC + \angle FAC = 180^\circ$ より $\angle FACD$ 同一円周上にある。 $\angle FDC = 80^\circ = \angle FEC$ より $\angle FCED$ は同一円周上にある。よって $\angle FACED$ は同一円周上にある。よって $\angle FAD = \angle FED = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

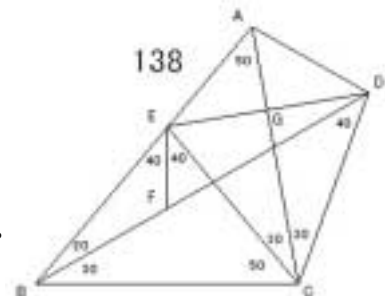
136 解法 B

137 解法 G

138

E を $\angle BCE = 50^\circ$ F を $\angle BEF = 40^\circ$ ($\angle EF = BC$)

G を AC と ED の交点 とする。

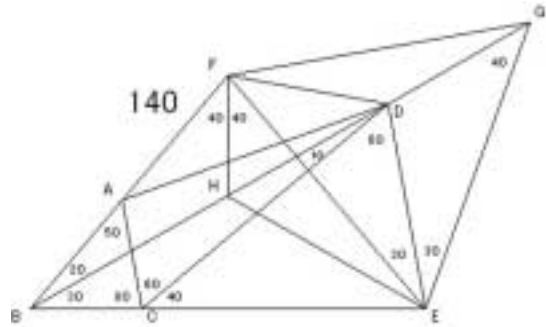
EBC は 2 等辺三角形より $EB = EC$ よって $\angle BEF = \angle CEF$ よって $\angle ECF = 20^\circ$ $\angle FEC = 40^\circ = \angle FDC$ より $\angle EFCD$ は同一円周上にある。よって $\angle EDF = \angle ECF = 20^\circ$ よって $\angle CDE$ は正三角形 よって $\angle DCG = \angle ECG$ よって $DG = EG, DE = CG$ よって $\angle ADG = \angle AEG$ よって $\angle ADG = \angle AEG = 40^\circ$ よって $\angle ADB = 60^\circ$ 

139 解法 F

140

E を $\angle CDE = 60^\circ$ F を $\angle DEF = 30^\circ$ G を $\angle DEG = 30^\circ$ H を $\angle BFH = 40^\circ$ ($\angle BC = FH$) とする。FBE は 2 等辺三角形より $FB = FE$ よって $\angle FBH = \angle FEH$ よって $\angle FEH = 20^\circ$ $\angle HFE = 40^\circ = \angle HGE$ より FHEG は同一円周上にある。よって $\angle FGH = \angle FEH = 20^\circ$ よって $\angle FGE$ は正三角形よって $\angle EGD = \angle EFD$ よって $\angle EFD = 40^\circ$, $\angle EDF = 110^\circ$ よって $\angle FDC = 50^\circ$ $\angle AFE + \angle ACE = 180^\circ$ より FACE は同一円周上にある。 $\angle FDC = 50^\circ = \angle FEC$ より FCED は同一円周上にある。

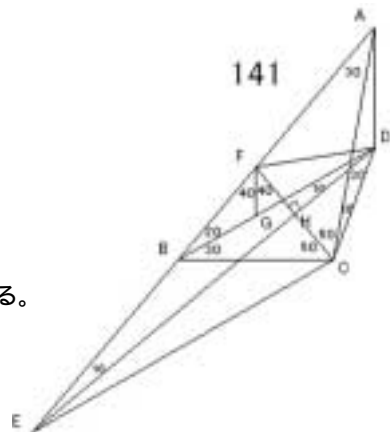
よって FACED は同一円周上にある。

よって $\angle FCD = \angle FED = 30^\circ$ よって $\angle FCA = 30^\circ$ よって $\angle FDA = \angle FCA = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

141

E を $\angle BDE = 10^\circ$ F を $\angle BCF = 50^\circ$ ($\angle CF = DE$)G を $\angle BFG = 40^\circ$ ($\angle BC = FG$)

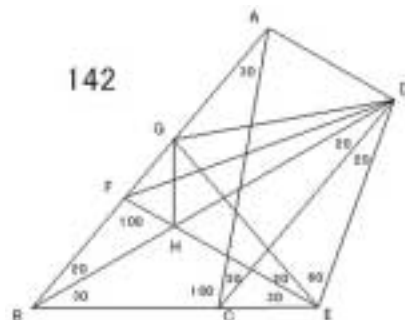
H を FC と DE の交点 とする。

FBC は 2 等辺三角形より $FB = FC$ よって $\angle FBG = \angle FCG$ よって $\angle FCG = 20^\circ$ $\angle GFC = 40^\circ = \angle GDC$ より FGCD は同一円周上にある。よって $\angle FDG = \angle FCG = 20^\circ$ よって $\angle FDH = 30^\circ$ よって $\triangle DCF$ は正三角形よって $\angle DFH = \angle DCH$ よって $FH = CH$ よって $\angle EFH = \angle ECH$ よって $\angle CEH = 10^\circ$ $\angle AED = 10^\circ = \angle ACD$ より AECD は同一円周上にある。よって $\angle CAD = \angle CED = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 120^\circ$ 

142

E を $\angle CDE = 20^\circ$ F を $\angle CEF = 30^\circ$ G を $\angle CEG = 50^\circ$

H を BD と EF の交点 とする。

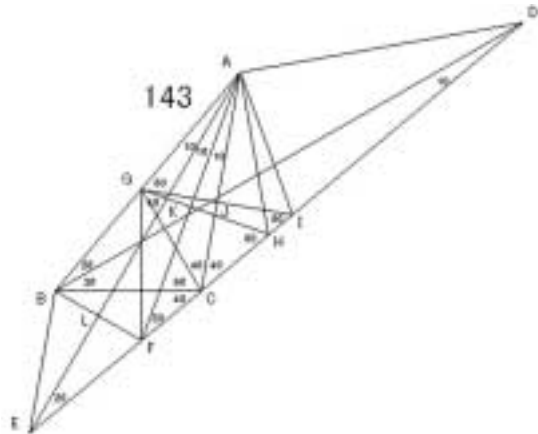
GBE は 2 等辺三角形より $GB = GE$ HBE は 2 等辺三角形より $HB = HE$ よって $\angle GBH = \angle GCH$ よって $\angle BGH = \angle EGH = 40^\circ$ 

$HGE = 40^\circ = HDE$ より $GHED$ は同一円周上にある。
 よって $GDH = GEH = 20^\circ$ よって $GDE = 60^\circ$
 よって GDE は正三角形 よって $EG = ED$
 $EGF = 80^\circ = EFG$ より $EF = EG$ よって $EF = ED$
 $DEF = 80^\circ$ より $EDF = 50^\circ$ よって $FDC = 30^\circ$
 $FDC = 30^\circ = FAC = FEC$ より $AFCED$ は同一円周上にある。
 よって $AED = AFD = 30^\circ$ よって $AEF = 50^\circ$
 よって $ADF = AEF = 50^\circ$ よって $ADB = 60^\circ$

143

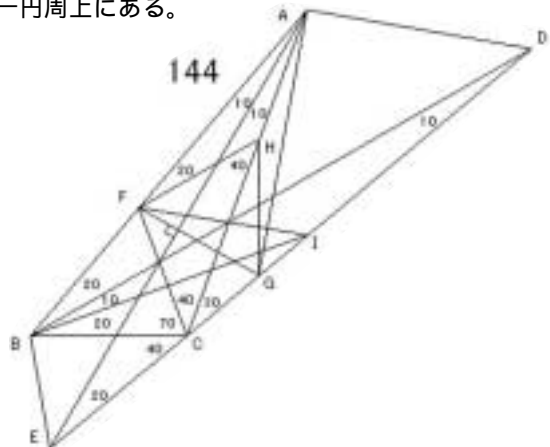
E を $BAE = 10^\circ$
 F を $BAF = 20^\circ$
 G を $BCG = 60^\circ$
 H を $AGH = 70^\circ (AF \parallel GH)$
 I を $AGI = 60^\circ (AC \parallel GI)$
 J を AC と GI の交点
 K を AF と GH の交点
 L を AE と BF の交点とする。

$CGJ = CIJ$ より $GJ = IJ$
 よって $AGJ = AIJ$
 よって AGI は正三角形
 $GAI + GHI = 180^\circ$ より $AGHI$ は同一円周上にある。
 よって $HAI = HGI = 10^\circ$ よって $CAH = 20^\circ$
 $HAK = 30^\circ = HFK$ より $HAK = HFK$
 よって $AK = FK$ よって $GAK = GFK$ よって $GFA = 20^\circ$
 $GFC = 50^\circ = GBC$ より $GBFC$ は同一円周上にある。
 よって $GFB = GCB = 60^\circ$ よって $BFA = 80^\circ$ よって $BF \parallel AE$
 $ABL = AFL$ より $BL = FL$ よって $EBL = EFL$
 よって $BEL = 20^\circ$ ゆえに $AEB = 20^\circ$
 $BAE = 10^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $ADB = AEB = 20^\circ$



144

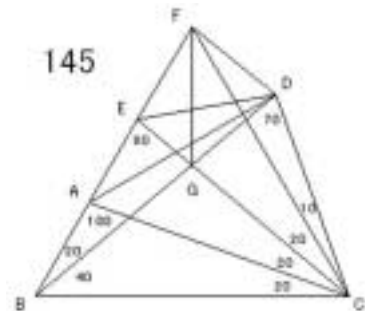
E を $BAE = 10^\circ$
 F を $BCF = 70^\circ$
 G を $AFG = 80^\circ (AE \parallel FG)$
 H を $AFH = 20^\circ$
 I を $CBI = 20^\circ (BI \parallel CF)$ とする。
 $FGC = 70^\circ$ であるから
 FCG は 2 等辺三角形より $FC = FG$
 FCH は 2 等辺三角形より $FC = FH$
 よって $FG = FH$



$\angle GFH = 60^\circ$ より $\triangle HFG$ は正三角形
 よって $HF = HG$
 $\triangle HAF$ は 2 等辺三角形より $HA = HF$
 よって $HA = HG$
 $\angle AHG = 160^\circ$ より $\angle GAH = 10^\circ$ よって $\angle GAE = 20^\circ$
 $\triangle GAE$ は 2 等辺三角形で $AE = FG$ より $\triangle FAE$ は 2 等辺三角形 よって $\angle FEA = 10^\circ$
 よって $\angle FEI = 30^\circ$
 $\triangle CBI$ は 2 等辺三角形で $BI = CF$ より $\triangle FBI$ は 2 等辺三角形 よって $\angle FIB = 30^\circ$
 $\angle FBI = 30^\circ = \angle FEI$ より $\triangle FBI$ は同一円周上にある。
 よって $\angle FEB = \angle FIB = 30^\circ$ ゆえに $\angle AEB = 40^\circ$
 $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $\triangle ABED$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADB = \angle AEB = 40^\circ$

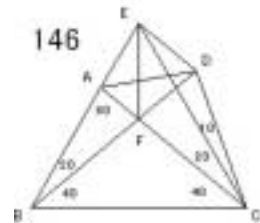
145

E を $\angle ACE = 20^\circ$
 F を $\angle ACF = 40^\circ$
 G を BD と CE の交点 とする。
 $\triangle FBC$ は正三角形より $FB = FC$
 $\triangle GBC$ は 2 等辺三角形より $GB = GC$
 よって $\angle FBG = \angle FCG$ よって $\angle BFG = \angle CFG = 30^\circ$
 $\triangle BCD$ は 2 等辺三角形より $BC = BD$
 $\triangle BCF$ は正三角形より $BC = BF$ ゆえに $BD = BF$
 よって $\angle BDF = 80^\circ$
 $\angle GDF + \angle GEF = 180^\circ$ より $\triangle FEDG$ は同一円周上にある。
 よって $\angle GDE = \angle GFE = 30^\circ$ ゆえに $\angle CDE = 100^\circ$
 $\angle CDE + \angle CAE = 180^\circ$ より $\triangle EACD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle EDA = \angle ECA = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$



146

E を $\angle ACE = 20^\circ$
 F を BD と AC の交点 とする。
 $\triangle EBC$ は正三角形より $EB = EC$
 $\triangle FBC$ は 2 等辺三角形より $FB = FC$
 よって $\angle EBF = \angle ECF$ よって $\angle BEF = \angle CEF = 30^\circ$
 $\triangle EBC$ は正三角形より $BC = BE$
 $\triangle BCD$ は 2 等辺三角形より $BC = BD$ ゆえに $BD = BE$ よって $\angle BDE = 80^\circ$
 $\angle EDF + \angle EAF = 180^\circ$ より $\triangle EAFD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADF = \angle AEF = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$



$\angle BAE = 30^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADB = \angle AEB = 50^\circ$

154

E を $\angle CDE = 60^\circ$

F を $\angle CEF = 40^\circ$

G を $\angle CEG = 60^\circ$

H を BD と EF の交点 とする。

$\triangle GBE$ は正三角形より $GB = GE$

$\triangle HBE$ は 2 等辺三角形より $HB = HE$

よって $\angle GBH = \angle GEH$

よって $\angle BGH = \angle EGH = 30^\circ$

よって $\angle FHG = \angle DHG = 50^\circ$

$\triangle BED$ は 2 等辺三角形より $BE = BD$

$\triangle BEG$ は正三角形より $BG = BE$

よって $BD = BG$ よって $\angle BDG = \angle BGD = 80^\circ$

$\angle GDH + \angle GFH = 180^\circ$ より $GFHD$ は同一円周上にある。

よって $\angle FDH = \angle FGH = 30^\circ$ よって $\angle FDC = 40^\circ$

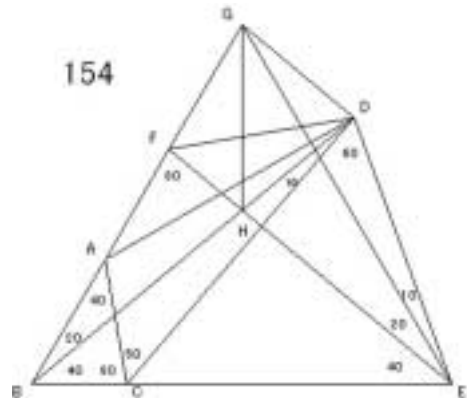
$\angle FDC = 40^\circ = \angle FEC$ より $FCED$ は同一円周上にある。

$\angle FDC + \angle FAC = 180^\circ$ より $FACD$ は同一円周上にある。

よって $FACED$ は同一円周上にある。

よって $\angle FCD = \angle FED = 30^\circ$ よって $\angle ACF = 20^\circ$

よって $\angle ADF = \angle ACF = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$



155

E を $\angle BCE = 80^\circ$

F を $\angle CBF = 40^\circ$

G を $\angle CBG = 10^\circ$

H を $\triangle BGH$ と $\triangle GBH = 10^\circ$ の交点

I を AC と ED の交点 とする。

$\triangle HBG$ は 2 等辺三角形より $HB = HG$

$\triangle EBG$ は 2 等辺三角形より $EB = EG$

よって $\angle BEH = \angle GEH$ ゆえに $\angle BEH = \angle GEH = 20^\circ$

$\angle FBG = 30^\circ = \angle FCG$ より $BFGC$ は同一円周上にある。

よって $\angle BFC = \angle BGC = 70^\circ$, $\angle CFG = \angle CBG = 10^\circ$

よって $\angle BFG = 80^\circ$

$\triangle HBG$ は 2 等辺三角形で, $\angle BHG = 2 \times \angle BFG$ より

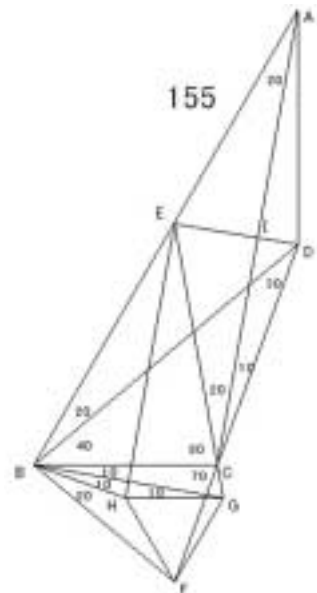
H は $\triangle BFG$ の外心である。よって $HF = HG$

$\angle FHG = 2 \times \angle FBG = 60^\circ$ より $\triangle HFG$ は正三角形

よって $FG = FH$

$\triangle EGH$ は 2 等辺三角形より $EG = EH$

よって $\angle GEF = \angle HEF$ よって $\angle HEF = 10^\circ$, $\angle HFE = 30^\circ$



$BEF = 30^\circ = BDF$ より $EBFD$ は同一円周上にある。

よって $EDB = EFB = 50^\circ$ よって $CDI = 80^\circ$

よって $AC \parallel ED$ よって $EAI \parallel ECI$ よって $AI = CI$ よって $DAI \parallel DCI$

よって $DAI = 10^\circ$, $ADI = 80^\circ$ よって $ADB = 130^\circ$

156

E を $BAE = 10^\circ$

F を $BCF = 20^\circ$ ($AE \parallel CF$)

G を $BCG = 10^\circ$

H を $BFH = 30^\circ$

I を AE と HC の交点 とする。

ACF は 2 等辺三角形で $AE \parallel CF$ より

CEF も 2 等辺三角形

よって $CFE = 70^\circ$ よって $EFB = 30^\circ$

$ECI \parallel EFI$ より $EFI = 40^\circ$

$FHI = 20^\circ = FEI$ より

$FHEI$ は同一円周上にある。

よって $EHI = EFI = 40^\circ$

よって $EHF = 60^\circ$, $EFH = 60^\circ$ より

HEF は正三角形 よって $FH = FE$

$HFG = 30^\circ = EFG$ より $FHG \parallel FEG$

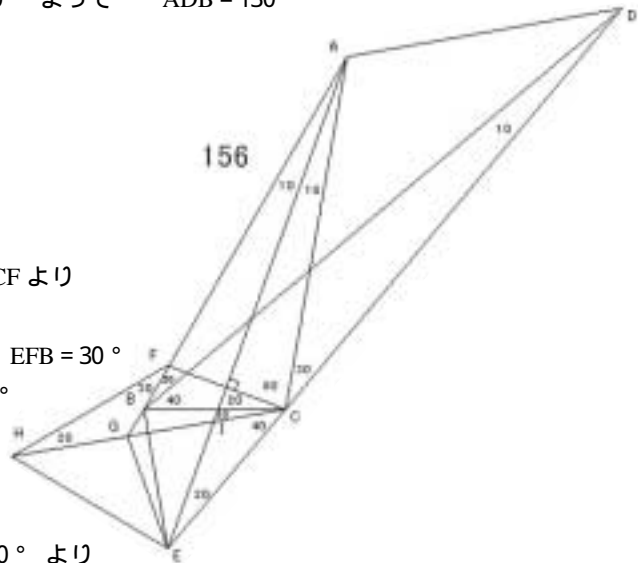
よって $FEG = 20^\circ$ よって $GEC = 60^\circ$

$GBC + GEC = 180^\circ$ より $BGEC$ は同一円周上にある。

よって $BEG = BCG = 10^\circ$ よって $AEB = 30^\circ$

$BAE = 10^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $ADB = AEB = 30^\circ$



157 解法 B

158

E を $BAE = 30^\circ$

F を $BCF = 60^\circ$ とする。

CAB は 2 等辺三角形より $CA = CB$

CAF は 2 等辺三角形より $CA = CF$ よって $CB = CF$

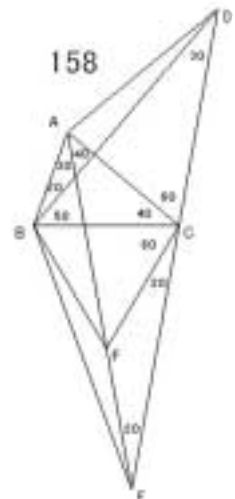
$BCF = 60^\circ$ より CBF は正三角形 よって $FB = FC$

FCE は 2 等辺三角形より $FC = FE$ よって $FB = FE$

$BFE = 160^\circ$ より $BEF = 10^\circ$

$BAE = 30^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $ADB = AEB = 10^\circ$



159

E を $\angle BCE = 60^\circ$ と $\angle CBE = 60^\circ$ の交点

F を AC と DE の交点 とする。

ABC は 2 等辺三角形より $AB = AC$

EBC は正三角形より $EB = EC$

よって $\angle ABE = \angle ACE$ よって $\angle BAE = \angle CAE = 20^\circ$

CBD は 2 等辺三角形より $CB = CD$

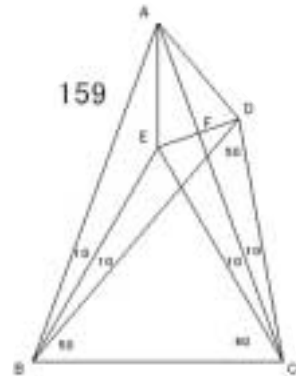
CBE は正三角形より $CB = CE$ ゆえに $CE = CD$

よって $\angle CDF = \angle CEF$ ゆえに $DF = EF$, AC と DE

よって $\angle ADF = \angle AEF$ よって $\angle DAF = \angle EAF = 20^\circ$

よって $\angle ADF = 70^\circ$

$\angle EDB = 30^\circ$ より $\angle ADB = 100^\circ$



160

E を $\angle BCE = 40^\circ$

F を $\angle BEF = 30^\circ$

G を $\angle BCG = 60^\circ$ とする。

CBE は 2 等辺三角形より $CB = CE$

CGE は 2 等辺三角形より $CG = CE$ よって $CB = CG$

$\angle BCG = 60^\circ$ より $\triangle BCG$ は正三角形 よって $GB = GC$

$\triangle GCF$ は 2 等辺三角形より $GC = GF$ よって $GF = GB$

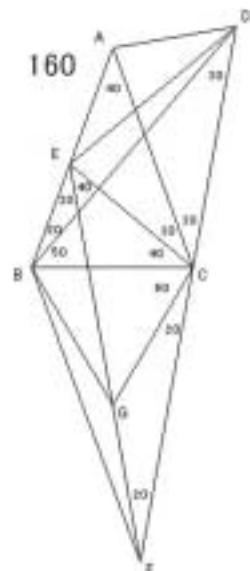
$\angle BGF = 160^\circ$ より $\angle BFG = 10^\circ$

$\angle BEF = 30^\circ = \angle BDF$ より E, B, F, D は同一円周上にある。

よって $\angle BDE = \angle BFE = 10^\circ$

$\angle EDC = 40^\circ = \angle EAC$ より A, E, C, D は同一円周上にある。

よって $\angle ADE = \angle ACE = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$



161 解法 E, 解法 G

162

E を $\angle DCE = 30^\circ$

F を $\angle CBF = 20^\circ$ とする。

BCF は 2 等辺三角形より $BC = BF$

BCE は 2 等辺三角形より $BC = BE$ よって $BF = BE$

$\angle EBF = 60^\circ$ より $\triangle EBF$ は正三角形 よって $FB = FE$

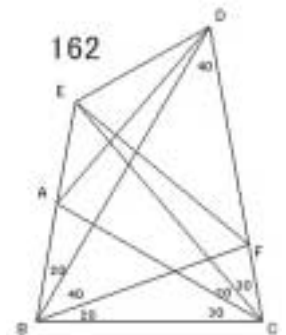
$\triangle FBD$ は 2 等辺三角形より $FB = FD$ よって $FE = FD$

$\angle DFE = 40^\circ$ より $\angle FDE = \angle FED = 70^\circ$

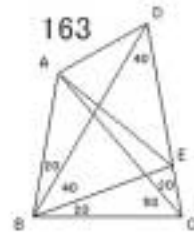
よって $\angle AED = 130^\circ$

$\angle AED + \angle ACD = 180^\circ$ より A, C, D, E は同一円周上にある。

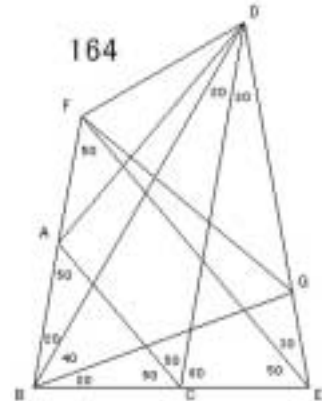
よって $\angle ADE = \angle ACE = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$



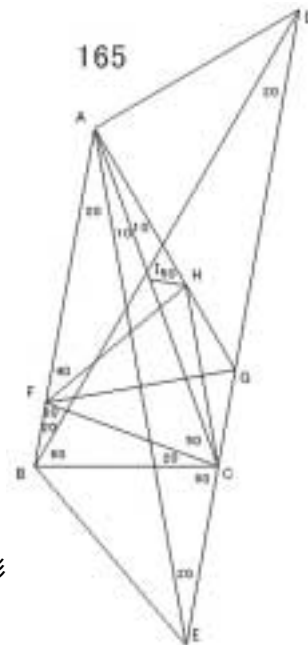
163

E を $\angle CBE = 20^\circ$ とする。BCE は 2 等辺三角形より $BC = BE$ BCA は 2 等辺三角形より $BC = BA$ よって $BE = BA$ $\angle ABE = 60^\circ$ より $\triangle ABE$ は正三角形 よって $EB = EA$ $\triangle EBD$ は 2 等辺三角形より $EB = ED$ よって $EA = ED$ $\angle AED = 40^\circ$ より $\angle ADE = 70^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$ 

164

E を $\angle CDE = 20^\circ$ F を $\angle CEF = 50^\circ$ G を $\angle EBG = 20^\circ$ とする。BEG は 2 等辺三角形より $BE = BG$ $\triangle BEF$ は 2 等辺三角形より $BE = BF$ ゆえに $BF = BG$ $\angle FBG = 60^\circ$ より $\triangle FBG$ は正三角形 $\triangle GBD$ は 2 等辺三角形より $GB = GD$ ゆえに $GF = GD$ $\angle FGD = 40^\circ$ より $\angle FDG = 70^\circ$ $\angle FDC = 50^\circ = \angle FEC$ より $\triangle FCE$ は同一円周上にある。 $\angle FDC + \angle FAC = 180^\circ$ より $\triangle FACD$ は同一円周上にある。よって $\triangle FACED$ は同一円周上にある。よって $\angle FCD = \angle FED = 30^\circ$ ゆえに $\angle FCA = 20^\circ$ よって $\angle FDA = \angle FCA = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

165

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 20^\circ$ G を $\angle CAG = 10^\circ$ H を $\angle AFH = 40^\circ$ I を AC 上で $\angle AHI = 50^\circ$ ($\angle AFH = 40^\circ$) とする。 $\triangle HAF$ は 2 等辺三角形より $HA = HF$ よって $\angle HAI = \angle HFI$ よって $\angle HFI = 10^\circ$ $\angle IHF = 50^\circ = \angle ICF$ より $\triangle IFCH$ は同一円周上にある。よって $\angle HCI = \angle HFI = 10^\circ$ よって $\angle HCF = 60^\circ$, $\angle HCG = 20^\circ$ $\angle HFC = 60^\circ$ より $\triangle FCH$ は正三角形 よって $FC = FH$ $\angle CHG = 20^\circ$ より $\triangle GCH$ は 2 等辺三角形よって $GC = GH$ よって $\triangle HFG \cong \triangle CFG$ よって $\angle HFG = \angle CFG = 30^\circ$ ゆえに $\angle AEF = 70^\circ$ $\triangle GAE$ は 2 等辺三角形で, $\angle AEF = 70^\circ$ より $\triangle FAE$ は 2 等辺三角形よって $\angle AEF = 20^\circ$ よって $\angle CEF = 40^\circ$ $\triangle CEF$ は 2 等辺三角形より $CE = CF$ $\triangle CBF$ は 2 等辺三角形より $CB = CF$ ゆえに $CB = CE$ 

よって $\angle CEB = 50^\circ$ よって $\angle AEB = 30^\circ$

$\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$

166 解法 G

167 解法 E

168

E を $\angle BAE = 70^\circ$

F を $\angle AEF = 40^\circ$ ($AC \parallel EF$)

G を $\angle CEG = 20^\circ$ とする。

EAC は 2 等辺三角形より $EA = EC$

よって $\angle AEF = \angle CEF$ よって $\angle EAF = 30^\circ$

$\angle ABF = 40^\circ = \angle AEF$ より $ABEF$ は同一円周上にある。

よって $\angle EBF = \angle EAF = 30^\circ$ よって $\angle AEB = 40^\circ$

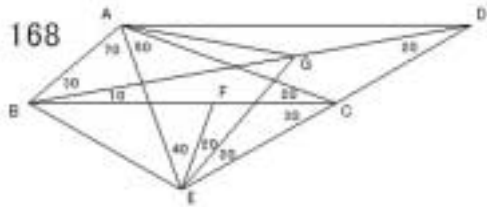
EAB は 2 等辺三角形より $EA = EB$

EBG は 2 等辺三角形より $EB = EG$ ゆえに $EA = EG$

よって $\angle EAG$ は正三角形 ゆえに $GA = GE$

GED は 2 等辺三角形より $GE = GD$ ゆえに $GA = GD$

$\angle AGD = 160^\circ$ より $\angle ADG = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$



169

E を $\angle BAE = 70^\circ$

F を AC と BD の交点

G を $\angle BFG = 80^\circ$ ($BC \parallel FG$)

H を $\angle CGH = 10^\circ$ ($AC \parallel GH$)

I を $\angle CFI = 10^\circ$

J を $\angle FGJ = 20^\circ$ とする。

GFJ は 2 等辺三角形より $GF = GJ$

GFI は 2 等辺三角形より $GF = GI$ よって $GI = GJ$

$\angle IGJ = 60^\circ$ より $\triangle IGJ$ は正三角形 よって $JI = JG$

$\triangle JGH$ は 2 等辺三角形より $JG = JH$ よって $JI = JH$

$\angle HJI = 20^\circ$ より $\angle HIJ = \angle IJH = 80^\circ$ よって $\angle CIH = 140^\circ$

$\angle CIH + \angle CFH = 180^\circ$ より $FCIH$ は同一円周上にある。

よって $\angle CHI = \angle CFI = 10^\circ$ よって $\angle GHC = 20^\circ$

$\angle CGH = 10^\circ = \angle CBH$ より $BGCH$ は同一円周上にある。

よって $\angle GBC = \angle GHC = 20^\circ$ よって $\angle ABG = 60^\circ$

$\angle GEA = 60^\circ = \angle GBA$ より $ABEG$ は同一円周上にある。

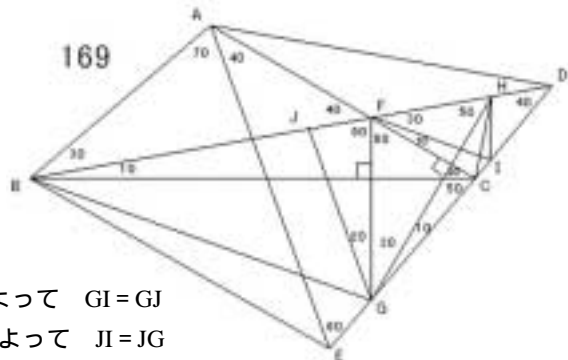
$\angle ABG + \angle AFG = 180^\circ$ より $ABGF$ は同一円周上にある。

よって $ABEGF$ は同一円周上にある。

よって $\angle GAF = \angle GBF = 30^\circ$ よって $\angle EAG = 10^\circ$

よって $\angle EBG = \angle EAG = 10^\circ$ よって $\angle EBC = 30^\circ$

EAB は 2 等辺三角形より $EA = EB$



175

E を AB と CD の交点

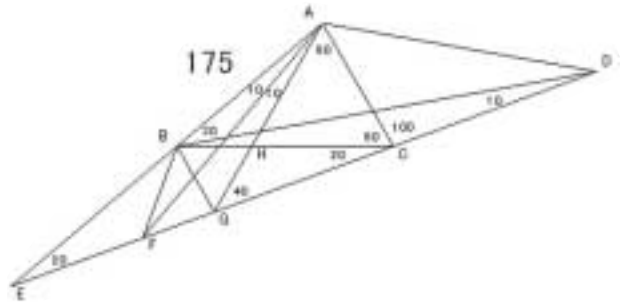
F を $\angle BAF = 10^\circ$ G を $\angle CAG = 60^\circ$

H を BC と AG の交点 とする。

 $\angle BAG = 20^\circ = \angle BCG$ より

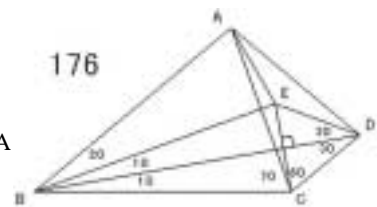
ABGC は同一円周上にある。

よって

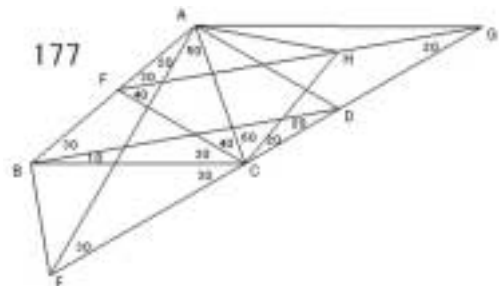
 $\angle BGA = \angle BCA = 60^\circ$, $\angle GBC = \angle GAC = 60^\circ$ よって GBH は正三角形EAC は 2 等辺三角形より $EA = EC$ HAC は 2 等辺三角形より $HA = HC$ よって $\angle EAH = \angle ECH$ よって $\angle AEH = \angle CEH = 10^\circ$ FAE と HAE において $\angle FAE = 10^\circ = \angle HEA$, $\angle FEA = 20^\circ = \angle HAE$ よって $\angle FAE = \angle HEA$ よって $FE = HA$ GAE は 2 等辺三角形より $GE = GA$ よって $GF = GH$ GBH は正三角形より $GH = GB$ よって $GB = GF$ $\angle BGF = 80^\circ$ より $\angle BFG = 50^\circ$ $\angle AFG = 30^\circ$ より $\angle BFA = 20^\circ$ $\angle BAF = 10^\circ = \angle BDF$ より ABFD は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AFB = 20^\circ$ 

176

E を BD に関して C の対称点とする。

BCE は 2 等辺三角形より $BC = BE$ BCA は 2 等辺三角形より $BC = BA$ よって $BE = BA$ よって $\angle BCE = \angle BEA$ よって $EC = EA$ CDE は正三角形より $ED = EC$ よって $ED = EA$ $\angle DEA = 140^\circ$ より $\angle EDA = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 50^\circ$ 

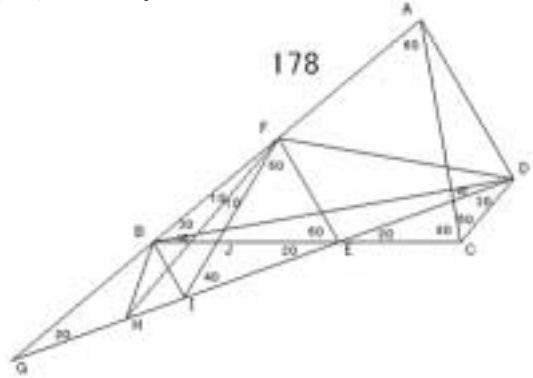
177

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 30^\circ$ G を $\angle AFG = 30^\circ$ H を $\angle ACH = 60^\circ$ とする。CAF は 2 等辺三角形より $CA = CF$ CFH は 2 等辺三角形より $CF = CH$ よって $CA = CH$ $\angle ACH = 60^\circ$ より ACH は正三角形HCG は 2 等辺三角形より $HC = HG$ よって $HG = HA$ $\angle AHG = 160^\circ$ より $\angle AGH = 10^\circ$ $\angle FAE = 20^\circ = \angle FGE$ より AFEG は同一円周上にある。

よって $\angle AEF = \angle AGF = 10^\circ$ よって $\angle FEC = 40^\circ$
 $\angle FEC = 40^\circ = \angle FBC$ より $FBEC$ は同一円周上にある。
 よって $\angle FEB = \angle FCB = 30^\circ$ よって $\angle AEB = 40^\circ$
 $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADB = \angle AEB = 40^\circ$

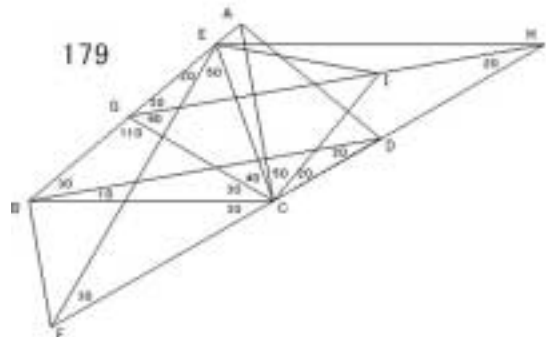
178

E を $\angle BDE = 10^\circ$
 F を $\angle BEF = 60^\circ$
 G を AB と DE の交点
 H を $\angle BFH = 10^\circ$
 I を $\angle EFI = 60^\circ$
 J を BE と FI の交点 とする。
 $\angle BFI = 20^\circ = \angle BEI$ より
 $FBIE$ は同一円周上にある。
 よって $\angle BIF = \angle BEF = 60^\circ$, $\angle IBE = \angle IFE = 60^\circ$ よって BIJ は正三角形
 $\triangle GFE$ は 2 等辺三角形より $GF = GE$
 $\triangle JFE$ は 2 等辺三角形より $JF = JE$
 よって $\angle GFJ = \angle GEJ$ よって $\angle FGJ = \angle EGJ = 10^\circ$
 $\triangle HGF$ と $\triangle JFG$ において $\angle HGF = 20^\circ = \angle JFG$, $\angle HFG = 10^\circ = \angle JGF$
 よって $\triangle HGF \cong \triangle JFG$ よって $HG = JF$
 $\triangle IGF$ は 2 等辺三角形より $IG = IF$ よって $IH = IJ$
 $\triangle IJB$ は正三角形より $IJ = IB$ よって $IH = IB$
 $\angle BIH = 80^\circ$ より $\angle BHI = 50^\circ$
 $\angle FHE = 30^\circ$ より $\angle FHB = 20^\circ$
 $\angle BFH = 10^\circ = \angle BDH$ より $FBHD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle FDB = \angle FHB = 20^\circ$ よって $\angle FDC = 60^\circ$
 $\angle FDC = 60^\circ = \angle FAC$ より $AFCD$ は同一円周上にある。
 $\angle FDC + \angle FEC = 180^\circ$ より $FECD$ は同一円周上にある。
 よって $AFECD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle AED = \angle ACD = 50^\circ$ よって $\angle AEF = 50^\circ$
 よって $\angle ADF = \angle AEF = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 70^\circ$



179

E を $\angle BCE = 70^\circ$
 F を $\angle BEF = 20^\circ$
 G を $\angle BCG = 30^\circ$
 H を $\angle AGH = 30^\circ$
 I を $\angle DCI = 20^\circ$ とする。
 $\triangle CEG$ は 2 等辺三角形より $CE = CG$
 $\triangle CGI$ は 2 等辺三角形より
 $CG = CI$ ゆえに $CE = CI$



$\angle ECI = 60^\circ$ より $\triangle ECI$ は正三角形 よって $IC = IE$

$\triangle ICH$ は 2 等辺三角形より $IH = IC$ ゆえに $IE = IH$

$\angle EIH = 160^\circ$ より $\angle EHI = 10^\circ$

$\angle GEF = 20^\circ = \angle GHF$ より $\triangle EGFH$ は同一円周上にある。

よって $\angle EFG = \angle EHG = 10^\circ$ よって $\angle GFC = 40^\circ$

$\angle GFC = 40^\circ = \angle GBC$ より $\triangle GBFC$ は同一円周上にある。

よって $\angle GFB = \angle GCB = 30^\circ$ ゆえに $\angle EFB = 40^\circ$

$\angle BEF = 20^\circ = \angle BDF$ より $\triangle EBF D$ は同一円周上にある。

よって $\angle EDB = \angle EFB = 40^\circ$ よって $\angle EDC = 60^\circ$

$\angle EAC = 60^\circ = \angle EDC$ より $\triangle AECD$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADE = \angle ACE = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 50^\circ$

180 解法 B

181

E を $\angle BAE = 20^\circ$

F を $\angle BCF = 30^\circ$ ($\angle AEC = \angle F$)

G を AE と FC の交点

H を BC と EF の交点 とする。

$\triangle ACG$ $\triangle AFG$ より $CG = FG$

よって $\triangle ECG$ $\triangle EFG$ よって $\angle FEG = 30^\circ$

よって $\triangle FEC$ は正三角形

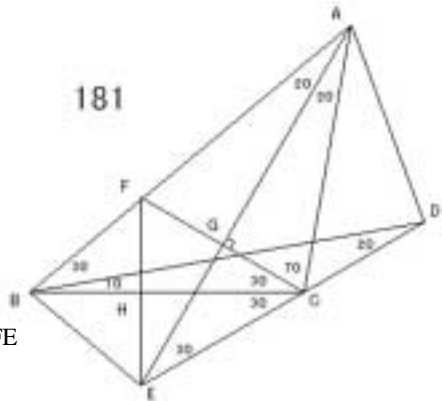
よって $\triangle CEH$ $\triangle CFH$ よって $EH = FH, BC \perp FE$

よって $\triangle BEH$ $\triangle BFH$ よって $\angle BEH = 50^\circ$

よって $\angle BEA = 80^\circ$

$\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より $\triangle ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 80^\circ$



182 解法 F

183

E を $\angle BDE = 10^\circ$ と $\angle CBE = 20^\circ$ の交点

F を $\angle BEF = 60^\circ$ ($\angle BDF = \angle F$)

G を BC と DE の交点

H を BD と EF の交点 とする。

$\triangle BEH$ $\triangle BFH$ より $EH = FH$

よって $\triangle DEH$ $\triangle DFH$ よって $\angle FDH = 10^\circ$

$\triangle EBG$ は 2 等辺三角形より $EB = EG$

$\triangle BEF$ は正三角形より $EF = EB$ よって $EF = EG$

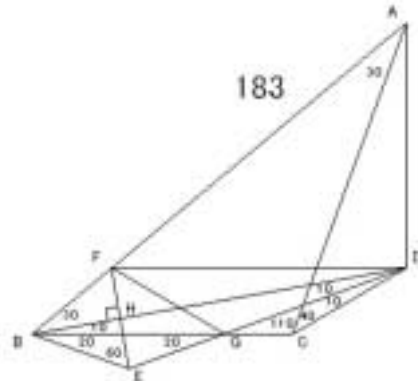
$\angle FED = 80^\circ$ より $\angle EGF = 50^\circ$ よって $\angle BGF = 30^\circ$ よって $\angle FGC = 150^\circ$

$\angle FAC + \angle FGC = 180^\circ$ より $\triangle AFGC$ は同一円周上にある。

$\angle FAC = 30^\circ = \angle FDC$ より $\triangle AFCD$ は同一円周上にある。

よって $\triangle AFGCD$ は同一円周上にある。 よって $\angle ADG = \angle ACG = 110^\circ$

よって $\angle ADB = 100^\circ$



184

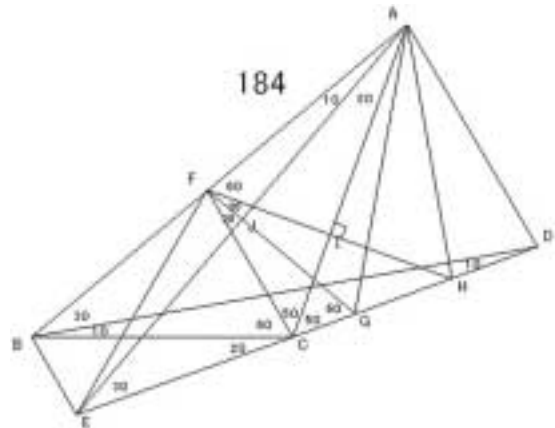
E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle BCF = 60^\circ$ G を $\angle AFG = 80^\circ$ ($\angle AEF = 80^\circ$)H を $\angle AFH = 60^\circ$ ($\angle ACH = 60^\circ$)

I を FH と AC の交点

J を FG と AE の交点 とする。

 $\angle CFI = \angle CHI$ より $FI = HI$ よって $\angle AFI = \angle AHI$ よって $\triangle AFH$ は正三角形 $\angle FAH + \angle FGH = 180^\circ$ より

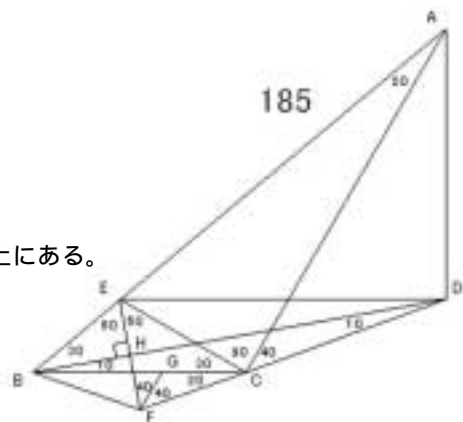
AFGH は同一円周上にある。

よって $\angle GAH = \angle GFH = 20^\circ$ よって $\angle CAG = 10^\circ$ よって $\angle GAJ = 30^\circ$ $\angle GAJ = \angle GEJ$ より $AJ = EJ$ よって $\angle FAJ = \angle FEJ$ よって $\angle FEJ = 10^\circ$ よって $\angle FEC = 40^\circ$ $\angle FBC = 40^\circ = \angle FEC$ より FBEC は同一円周上にある。よって $\angle BEF = \angle BCF = 60^\circ$ よって $\angle AEB = 70^\circ$ $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 70^\circ$ 

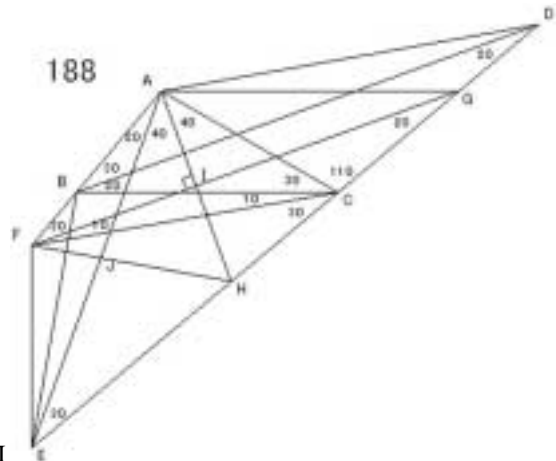
185

E を $\angle BCE = 30^\circ$ F を $\angle BEF = 60^\circ$ ($\angle BDF = 60^\circ$)G を $\angle CFG = 40^\circ$ ($\angle CEF = 40^\circ$)

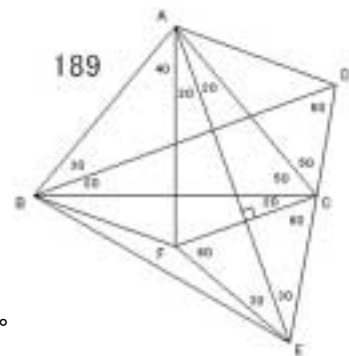
H を BD と EF の交点とする。

 $\triangle FCE$ は 2 等辺三角形より $FC = FE$ よって $\angle FCG = \angle FEG$ よって $\angle FEG = 20^\circ$ $\angle EBG = 40^\circ = \angle EFG$ より EBFG は同一円周上にある。よって $\angle FBG = \angle FEG = 20^\circ$ よって $\triangle BEF$ は正三角形 $\angle BEH = \angle BFH$ より $EH = FH$ よって $\angle DEH = \angle DFH$ よって $\angle EDB = 10^\circ$ $\angle EAC = 20^\circ = \angle EDC$ より AECD は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 90^\circ$ よって $\angle ADB = 100^\circ$ 

188

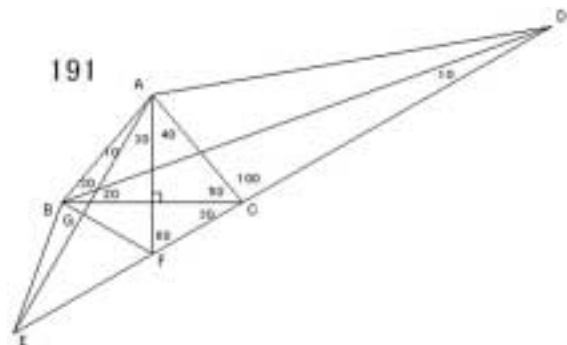
E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 10^\circ$ G を $\angle CFG = 10^\circ$ H を $\angle BAH = 60^\circ$ ($FG \parallel AH$)I を AH と FG の交点 とする。 $\triangle AHC$ は 2 等辺三角形より $AH = AC$ $\triangle AFC$ は 2 等辺三角形より $AF = AC$ よって $AF = AH$ $\angle FAH = 60^\circ$ より $\triangle AFH$ は正三角形よって $\angle FAI = \angle FHI$ よって $AI = HI$ よって $\angle GAI = \angle GHI$ よって $\angle AGI = 20^\circ$, $\angle GAI = 70^\circ$ よって $\angle GAC = 30^\circ$ $\angle AFG = 30^\circ = \angle AEG$ より A, F, E, G は同一円周上にある。よって $\angle AEF = \angle AGF = 20^\circ$, $\angle GFE = \angle GAE = 110^\circ$ よって $\angle BFE = 140^\circ$ $\angle BFE + \angle BCE = 180^\circ$ より B, F, E, C は同一円周上にある。よって $\angle BEF = \angle BCF = 10^\circ$ ゆえに $\angle AEB = 10^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より A, B, E, D は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$ 

189

E を $\angle BAE = 60^\circ$ F を AE に関する C の対称点 とする。 $\triangle ACF$ は 2 等辺三角形より $AC = AF$ $\triangle ACB$ は 2 等辺三角形より $AC = AB$ よって $AF = AB$ よって $\triangle ACF \cong \triangle AFB$ よって $FC = FB$ $\triangle EFC$ は正三角形より $FE = FC$ よって $FB = FE$ $\angle BFE = 160^\circ$ より $\angle FEB = 10^\circ$ よって $\angle AEB = 40^\circ$ $\angle BAE = 60^\circ = \angle BDE$ より A, B, E, D は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 40^\circ$ 

190 解法 E

191

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle BAF = 40^\circ$ ($AF \parallel BC$)G を AE と BF の交点 とする。 $\triangle ABC$ は 2 等辺三角形より $AB = AC$ $\angle BAF = \angle CAF = 40^\circ$ より $\triangle ABF \cong \triangle ACF$ よって $\angle AFB = 60^\circ$ よって $\angle EFG = 60^\circ$ よって $\angle FAG = \angle FEG$ 

よって $AG = EG$, $AE \perp FB$ よって $\angle BAG = \angle BEG$ よって $\angle BEG = 10^\circ$

$\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

$\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$

192 解法 G

193 解法 B

194

E を $\angle BDE = 10^\circ$

F を $\angle BEF = 50^\circ$

G を $\angle BFG = 60^\circ$ ($BD \parallel FG$)

H を BD と FG の交点とする。

FEG は 2 等辺三角形より $FE = FG$

FBE は 2 等辺三角形より $FE = FB$ よって $FB = FG$

$\angle BFG = 60^\circ$ より $\triangle BFG$ は正三角形

よって $\angle BFH = \angle BGH$ よって $FH = GH$

よって $\angle DFH = \angle DGH$

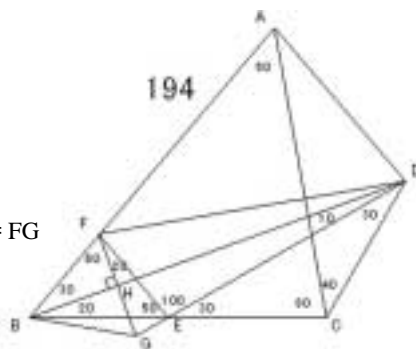
よって $\angle FDH = 10^\circ$ よって $\angle FDC = 50^\circ$

$\angle FAC = 50^\circ = \angle FDC$ より $AFCD$ は同一円周上にある。

$\angle FAC + \angle FEC = 180^\circ$ より $AFEC$ は同一円周上にある。

よって $AFECD$ は同一円周上にある。 よって $\angle CAD = \angle CED = 30^\circ$

よって $\angle ADB = 70^\circ$



195 解法 F

196

E を $\angle CDE = 50^\circ$

F を $\angle CEF = 50^\circ$

G を $\angle EFG = 20^\circ$

H を FG に関する G の対称点 とする。

$\triangle GEH$ は正三角形である。よって $HG = HE$

$\triangle FEH$ は 2 等辺三角形より $FE = FH$

$\triangle FEB$ は 2 等辺三角形より $FE = FB$

よって $FB = FH$ よって $\triangle FEH \cong \triangle FHB$

よって $HE = HB$ よって $HG = HB$

$\angle BHG = 160^\circ$ より $\angle HGB = 10^\circ$ よって $\angle FGB = 40^\circ$

$\angle BFG = 60^\circ = \angle BDG$ より $FBGD$ は同一円周上にある。

よって $\angle FDB = \angle FGB = 40^\circ$ よって $\angle FDC = 50^\circ$

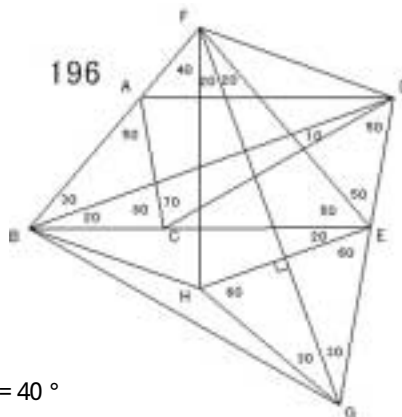
$\angle FEC = 50^\circ = \angle FDC$ より $FCED$ は同一円周上にある。

$\angle FDC + \angle FAC = 180^\circ$ より $FACD$ は同一円周上にある。

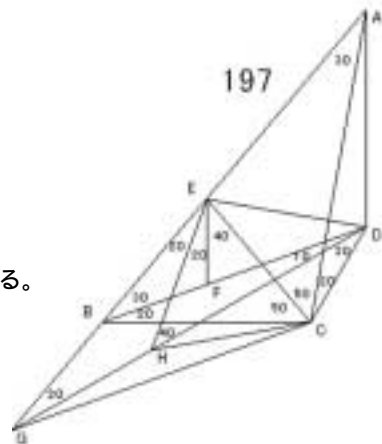
よって $FACED$ は同一円周上にある。

よって $\angle FCD = \angle FED = 50^\circ$ よって $\angle FCA = 20^\circ$ よって $\angle FDA = \angle FCA = 20^\circ$

よって $\angle ADB = 20^\circ$



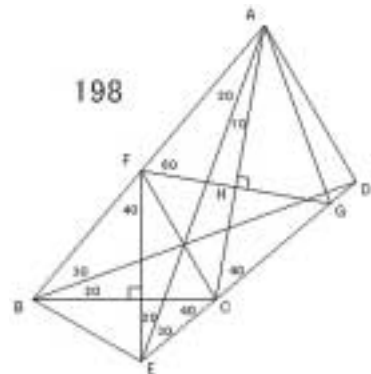
197

E を $\angle BCE = 50^\circ$ F を $\angle CEF = 40^\circ$ ($\angle BCE = \angle ECF$)G を $\angle BDG = 10^\circ$ H を $\angle BEH = 20^\circ$ とする。 $\triangle EBC$ は 2 等辺三角形より $EB = EC$ よって $\angle EBF = \angle ECF$ よって $\angle ECF = 30^\circ$ $\angle FEC = 40^\circ = \angle FDC$ より $\angle FEC$ は同一円周上にある。よって $\angle EDF = \angle ECF = 30^\circ$ よって $\angle CED = 40^\circ$, $\angle DEA = 60^\circ$ $\triangle ECD$ は 2 等辺三角形より $EC = ED$ $\triangle EHD$ は 2 等辺三角形より $EH = ED$ よって $EC = EH$ よって $\triangle ECH$ は正三角形 よって $HC = HE$ $\triangle HEG$ は 2 等辺三角形より $HE = HG$ よって $HC = HG$ $\angle CHG = 160^\circ$ より $\angle HCG = 10^\circ$ よって $\angle ACG = 120^\circ$ $\angle GAC = 30^\circ = \angle GDC$ より $\angle AGC$ は同一円周上にある。よって $\angle ADG = \angle ACG = 120^\circ$ よって $\angle ADB = 110^\circ$ 

198

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle AEF = 20^\circ$ ($\angle BAE = \angle AFE$)G を $\angle AFG = 60^\circ$ ($\angle ACF = \angle AFG$)

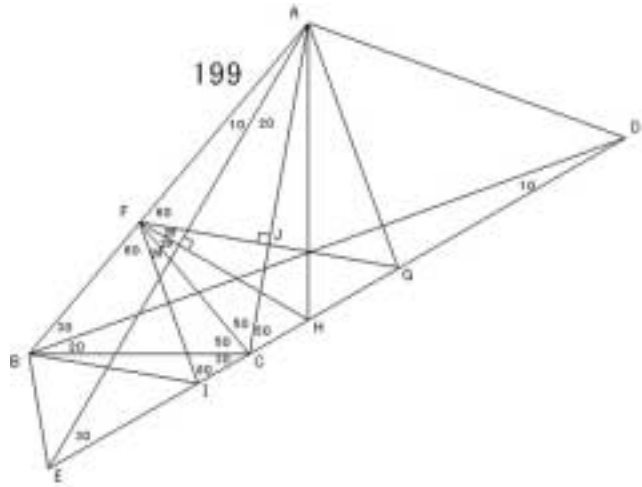
H を AC と FG の交点 とする。

 $\triangle FAE$ は 2 等辺三角形より $FA = FE$ $\angle EFG = 80^\circ$ より $\triangle FEG$ は 2 等辺三角形よって $FG = FE$ ゆえに $FA = FG$ $\angle AFG = 60^\circ$ より $\triangle AFG$ は正三角形 $\triangle AFH \cong \triangle AGH$ より $FH = GH$ よって $\angle CFH = \angle CGH$ ゆえに $\angle FCH = 40^\circ$ よって $\angle FCB = 60^\circ$ $\angle BFE = 40^\circ = \angle BCE$ より $\angle FBE$ は同一円周上にある。よって $\angle BEF = \angle BCF = 60^\circ$ ゆえに $\angle AEB = 80^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より $\angle ABE$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 80^\circ$ 

199

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle BCF = 50^\circ$ ($\angle AEF = 10^\circ$)G を $\angle AFG = 60^\circ$ ($\angle ACF = 10^\circ$)H を $\angle AFH = 80^\circ$ ($\angle AEH = 10^\circ$)I を $\angle BFI = 60^\circ$

J を AC と FG の交点 とする。

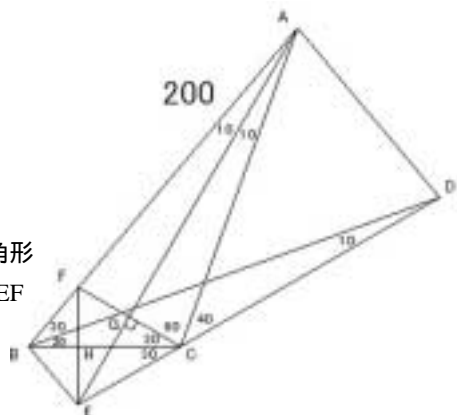
CFJ, CGJ より $FJ = GJ$ よって $\angle AFJ = \angle AGJ$ よって $\triangle AFG$ は正三角形 $\angle AGH + \angle AFH = 180^\circ$ より $\triangle AFHG$ は同一円周上にある。よって $\angle HAG = \angle HFG = 20^\circ$ よって $\angle CAH = 10^\circ$ よって $\angle HAE = 30^\circ$ $\triangle HAE$ は 2 等辺三角形で $AE = EH$ より $\triangle FAE$ は 2 等辺三角形よって $\angle FEA = 10^\circ$ よって $\angle FEI = 40^\circ$ $\triangle FBC$ は 2 等辺三角形より $FB = FC$ $\triangle FCI$ は 2 等辺三角形より $FC = FI$ よって $FB = FI$ $\angle BFI = 60^\circ$ より $\triangle BFI$ は正三角形 よって $IF = IB$ $\angle IEF = 40^\circ$, $\angle IFE = 40^\circ$ より $IE = IF$ よって $IE = IB$ $\angle BIE = 40^\circ$ より $\angle IEB = 70^\circ$ よって $\angle AEB = 40^\circ$ $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $\triangle ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 40^\circ$ 

200

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle BCF = 30^\circ$ ($\angle AEF = 10^\circ$)

G を AE と FC の交点

H を BC と EF の交点とする。

 $\triangle ACG, \triangle AFG$ より $CG = FG$ よって $\triangle ECG, \triangle EFG$ より $\triangle ECF$ は正三角形よって $\triangle CEH, \triangle CFH$ より $EH = FH, BC = EF$ よって $\triangle BEH, \triangle BFH$ よって $\angle BEH = \angle BFH = 40^\circ$ よって $\angle AEB = 70^\circ$ $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $\triangle ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 70^\circ$ 

201 解法 C

202 解法 C

203 解法 A

204 解法 A

205 解法 A

206 解法 A

207 解法 A, 解法 G

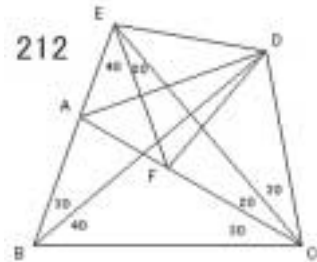
208 解法 A

209 解法 A

210 解法 D

211 解法 D

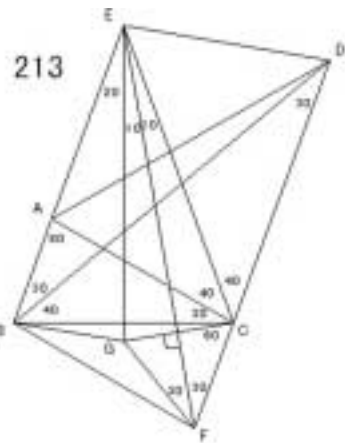
212

E を $\angle ACE = 20^\circ$ F を $\angle CEF = 20^\circ$ とする。 $\triangle FCE$ は 2 等辺三角形で, $\angle CFE = 2 \times \angle CBE$ よりF は $\triangle BCE$ の外心である。よって $FB = FC = FE$ $\angle EBD = 30^\circ = \angle ECD$ より $EBCD$ は同一円周上にある。よって $FB = FC = FD = FE$ $\triangle FCD$ は 2 等辺三角形より $\angle CFD = 80^\circ$ $\angle AFE = 40^\circ$ より $\angle DFE = 60^\circ$ よって $\triangle DEF$ は正三角形 よって $DE = DF$ $\triangle AEF$ は 2 等辺三角形より $AE = AF$ よって $\angle EAD = \angle FAD$ よって $\angle EAD = \angle FAD = 50^\circ$ $\angle EAD = \angle ABD + \angle ADB$ より $\angle ADB = 20^\circ$ 

213

E を $\angle DCE = 40^\circ$ F を $\angle CEF = 10^\circ$

G を EF に関する C の対称点とする。

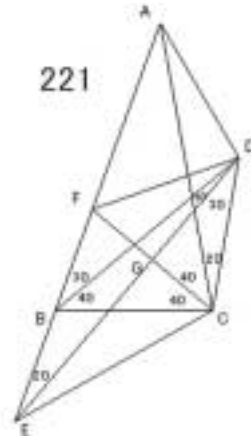
 $\triangle ECG$ は 2 等辺三角形より $EC = EG$ $\triangle ECB$ は 2 等辺三角形より $EC = EB$ よって $EG = EB$ よって $\triangle ECG \cong \triangle EBG$ よって $GC = GB$ $\triangle FCG$ は正三角形より $GC = GF$ よって $GB = GF$ $\angle BGF = 140^\circ$ より $\angle BFG = 20^\circ$ よって $\angle EFB = 50^\circ$ $\angle BEF = 30^\circ = \angle BDF$ より $EBCD$ は同一円周上にある。よって $\angle EDB = \angle EFB = 50^\circ$ よって $\angle EDC = 80^\circ$ $\angle EAC + \angle EDC = 180^\circ$ より $ACDE$ は同一円周上にある。よって $\angle EDA = \angle ECA = 40^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

214 解法 F

221

E を $\angle CDE = 30^\circ$ F を $\angle BCF = 40^\circ$

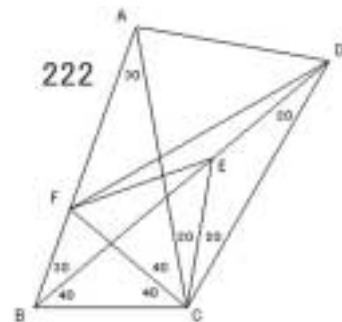
G を DE と CF の交点とする。

CBF は 2 等辺三角形より $CB = CF$ CBD は 2 等辺三角形より $CB = CD$ よって $CF = CD$ $\angle DCF = 60^\circ$ より $\triangle CDF$ は正三角形よって $\triangle DCG \cong \triangle DFG$ よって $CG = FG, CF \perp DE$ よって $\triangle ECG \cong \triangle EFG$ よって $\angle CEG = 20^\circ$ よって $\angle ECG = 70^\circ$ よって $\angle ECA = 110^\circ$ $\angle AED = 20^\circ = \angle ACD$ より AECD は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 110^\circ$ よって $\angle ADB = 100^\circ$ 

222

E を $\angle ACE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 40^\circ$ とする。CBF は 2 等辺三角形より $CB = CF$ CBE は 2 等辺三角形より $CB = CE$ よって $CF = CE$ $\angle ECF = 60^\circ$ より $\triangle CEF$ は正三角形 よって $EC = EF$ $\angle ECD = 20^\circ$ より $\triangle ECD$ は 2 等辺三角形より $EC = ED$ よって $EF = ED$ $\angle DEF = 160^\circ$ より $\angle EDF = 10^\circ$ よって $\angle CDF = 30^\circ = \angle CAF$

よって AFCD は同一円周上にある。

よって $\angle ADF = \angle ACF = 40^\circ$ よって $\angle ADB = 50^\circ$ 

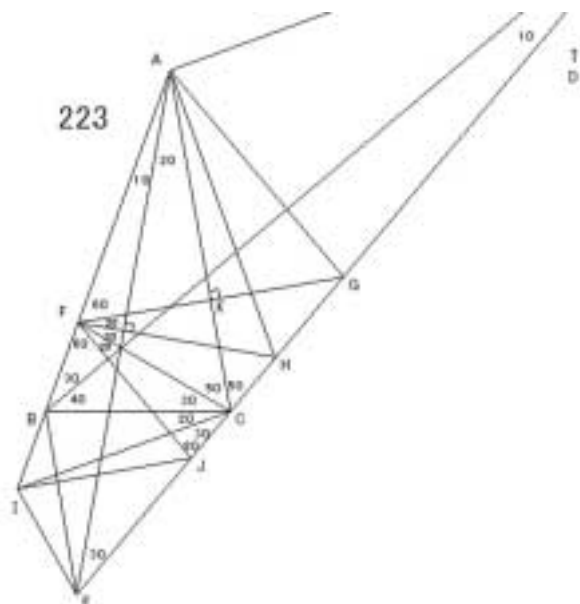
223

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle BCF = 30^\circ$ G を $\angle AFG = 60^\circ$ ($\angle ACF = 60^\circ$)H を $\angle AFH = 80^\circ$ ($\angle AEH = 80^\circ$)I を $\angle BCI = 20^\circ$ J を $\angle BFJ = 60^\circ$

K を AC と FG の交点 とする。

CFK \cong CGK より $FK = GK$ よって $\triangle AFK \cong \triangle AGK$ よって $\triangle AFG$ は正三角形よって $\angle AGH = 100^\circ$ $\angle AFH + \angle AGH = 180^\circ$ より

AFHG は同一円周上にある。

よって $\angle HAG = \angle HFG = 20^\circ$ よって $\angle CAH = 10^\circ$ よって $\angle HAE = 30^\circ$ 

HAE は 2 等辺三角形で AE HF より FAE は 2 等辺三角形
よって $\angle AEF = 10^\circ$ よって $\angle EFJ = 40^\circ$

FCJ は 2 等辺三角形より $FC = FJ$

FCI は 2 等辺三角形より $FC = FI$ ゆえに $FI = FJ$

$\angle IFJ = 60^\circ$ より IFJ は正三角形 よって $JF = JI$

$\angle JEF = 40^\circ$, $\angle JFE = 40^\circ$ より $JE = JF$ よって $JI = JE$

$\angle EJI = 40^\circ$ より $\angle JEI = 70^\circ$

$\angle IBC + \angle IEC = 180^\circ$ より BIEC は同一円周上にある。

よって $\angle BEI = \angle BCI = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 20^\circ$

$\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$

224

E を $\angle BCE = 80^\circ$

F を $\angle BCF = 40^\circ$

G を AC と BD の交点

H を AC と DE の交点とする。

CBF は 2 等辺三角形より $CB = CF$

CBG は 2 等辺三角形より $CB = CG$ よって $CF = CG$

$\angle FCG = 60^\circ$ より CFG は正三角形 よって $GF = GC$

GCD は 2 等辺三角形より $GC = GD$ よって $GF = GD$

$\angle FGD = 160^\circ$ より $\angle GDF = 10^\circ$

$\angle CDF = 30^\circ = \angle CEF$ より EFCD は同一円周上にある。

よって $\angle CED = \angle CFD = 70^\circ$, $\angle EDF = \angle ECF = 40^\circ$

よって AC ED

CDH CEH より $DH = EH$ よって ADH AEH

よって $\angle HAD = 10^\circ$, $\angle ADH = 80^\circ$

よって $\angle ADB = \angle ADH + \angle EDF + \angle GDF = 130^\circ$

225 解法 F

226

E を $\angle BAE = 30^\circ$

F を $\angle BCF = 40^\circ$

G を $\angle CFG = 10^\circ$

H を FG に関する C の対称点 とする。

FAC は 2 等辺三角形より $FA = FC$

FCH は 2 等辺三角形より $FC = FH$ ゆえに $FH = FA$

よって $\angle FHA = \angle FCH$ ゆえに $HA = HC$

GCH は正三角形より $HG = HC$ ゆえに $HA = HG$

$\angle AHG = 140^\circ$ より $\angle AGH = 20^\circ$ ゆえに $\angle AGF = 50^\circ$

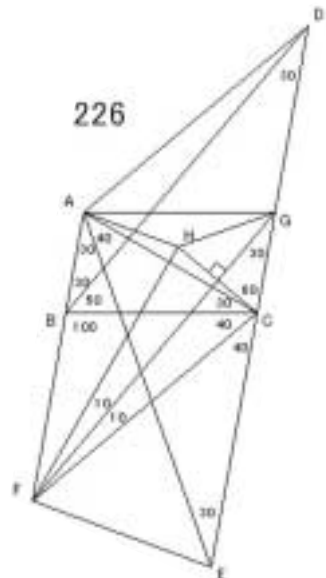
$\angle AFG = 30^\circ = \angle AEG$ より AFEH は同一円周上にある。

よって $\angle AEF = \angle AGF = 50^\circ$

224



226



$FEC + FBC = 180^\circ$ より $BFEC$ は同一円周上にある。
 よって $FEB = FCB = 40^\circ$ ゆえに $AEB = 10^\circ$
 $BAE = 30^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $ADB = AEB = 10^\circ$

227 解法 B

228

E を $BAE = 20^\circ$
 F を $BCF = 40^\circ$
 G を $CAG = 40^\circ$
 H を $CAH = 10^\circ$
 I を $AHI = 10^\circ$ と $HAH = 10^\circ$ の交点 とする。

IAH は 2 等辺三角形より $IA = IH$

FAH は 2 等辺三角形より $FA = FH$

よって $AFI = HFI$

よって $AFI = HFI = 20^\circ$, $AIF = HIF = 80^\circ$

$HAG = 30^\circ = HCG$ より

ACHG は同一円周上にある。 よって

$AHG = ACG = 70^\circ$, $HGC = HAC = 10^\circ$

よって $AGH = 80^\circ$

IAH は 2 等辺三角形で, $AIH = 2 \times AGH$ より

I は AGH の外心である。 よって $IG = IH$

$GIH = 2 \times GAH = 60^\circ$ より IGH は正三角形 よって $GH = GI$

FHI は 2 等辺三角形より $FH = FI$ よって $HFG = IFG$

よって $HGF = 30^\circ$, $HFG = 10^\circ$ よって $AGF = 50^\circ$

$AFG = 30^\circ = AEG$ より AFEG は同一円周上にある。

よって $AEF = AGF = 50^\circ$ よって $FEC = 80^\circ$

$FEC + FBC = 180^\circ$ より $BFEC$ は同一円周上にある。

よって $BEF = BCF = 40^\circ$ よって $AEB = 10^\circ$

$BAE = 20^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $ADB = AEB = 10^\circ$

229

E を $BAE = 30^\circ$

F を $BCF = 10^\circ$

G を AE に関する C の対称点 ($AE \perp CG$)

H を AE と CG の交点 とする。

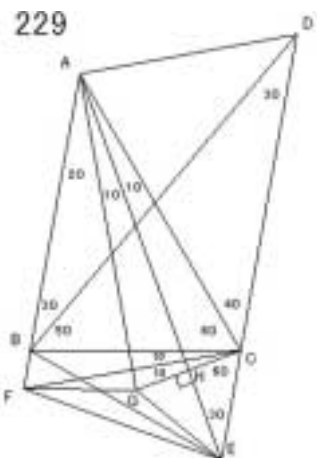
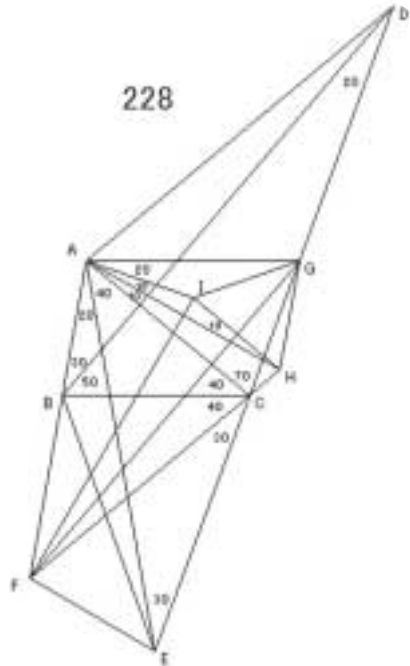
ACG は 2 等辺三角形より $AC = AG$

ACF は 2 等辺三角形より $AC = AF$ よって $AG = AF$

よって $ACG \cong AGF$ ゆえに $GC = GF$

ACH \cong AGH より $CH = GH$

よって $ECH \cong EGH$ よって ECG は正三角形



よって $GC = GE$ よって $GF = GE$

$FGE = 140^\circ$ より $FEG = 20^\circ$ よって $CEF = 80^\circ$

$CEF + CBF = 180^\circ$ より $BFEC$ は同一円周上にある。

よって $BEF = BCF = 10^\circ$ よって $AEB = 40^\circ$

$BAE = 30^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $ADB = AEB = 40^\circ$

230 解法 G

231

E を $BAE = 10^\circ$ ($BC \perp AE$)

F を $BDF = 10^\circ$

G を $BFG = 10^\circ$

H を $BGH = 30^\circ$

I を $BGI = 80^\circ$ ($DF \perp GI$)

J を DF と GI の交点

K を BC と AE の交点 とする。

$CAK = CEK$ より $AK = EK$

よって $BAK = BEK$

よって $BEK = 10^\circ$ よって $FBE = 20^\circ$

$DGJ = DIJ$ より $GJ = IJ$ よって $FGJ = FIJ$

よって FGI は正三角形 よって $IG = IF$

IGH は 2 等辺三角形より $IG = IH$ ゆえに $IF = IH$

$FIH = 140^\circ$ より $IFH = 20^\circ$ よって $BFH = 30^\circ$

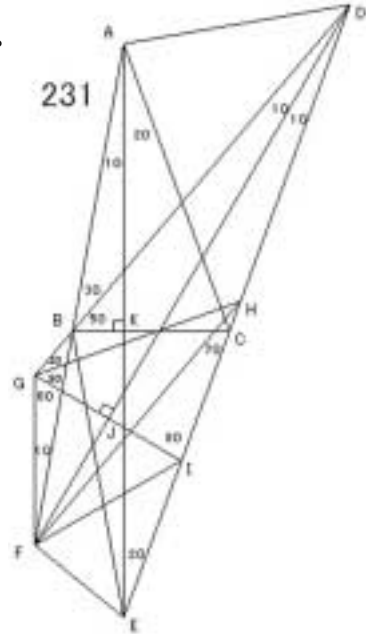
$BEH = 30^\circ = BFH = BGH$ より $BGFEH$ は同一円周上にある。

よって $BHG = BFG = 10^\circ$ よって $BHF = 40^\circ$

よって $BEF = BHF = 40^\circ$ よって $AEF = 50^\circ$

$FAE = 10^\circ = FED$ より $AFED$ は同一円周上にある。

よって $ADF = AEF = 50^\circ$ よって $ADB = 40^\circ$



232

E を $BCE = 60^\circ$, $BDE = 10^\circ$ の交点

F を $CEF = 50^\circ$ ($EF \perp CD$)

G を AC と BD の交点 とする。

ECD は 2 等辺三角形より $EC = ED$ よって $EDF = ECF$

よって $ECF = 10^\circ$

$CEF = 50^\circ = CBF$ より $EBCF$ は同一円周上にある。

よって $EBF = ECF = 10^\circ$ よって $EBC = 60^\circ$

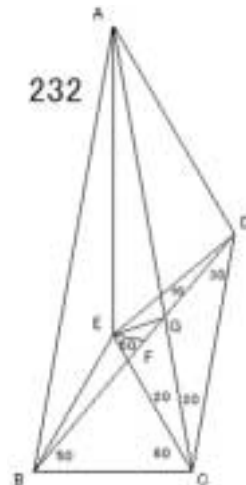
よって EBC は正三角形 よって $EB = EC$

ABC は 2 等辺三角形より $AB = AC$ よって $ABE = ACE$

よって $BAE = CAE = 10^\circ$

CBG は 2 等辺三角形より $CB = CG$ よって $CE = CG$

よって $CGE = 80^\circ$ よって $AGE = 100^\circ$



$EAG = 10^\circ = EDG$ より $AEGD$ は同一円周上にある。

よって $ADE = AGE = 100^\circ$ よって $ADB = 110^\circ$

233 解法 E

234

E を $CBE = 40^\circ$ ($AC \parallel BE$)

F を AC と BE の交点

G を AE と BD の交点とする。

$CBF = CEF$ より $BF = EF$

よって $ABF = AEF$ よって ABE は正三角形

よって $BAG = BEG$ よって $AG = EG, AE \perp BD$

よって $DAG = DEG$ よって $ADG = 10^\circ$

よって $ADB = 10^\circ$

235

E を $BCE = 50^\circ$

F を $CBF = 40^\circ$ ($CE \parallel BF$)

G を CE と BF の交点

H を BD と EF の交点 とする。

$CBG = CFG$ より $BG = FG$

よって $EBG = EFG$ よって EBF は正三角形

よって $BEH = BFH$ よって $EH = FH, EF \perp BD$

よって $DEH = DFH$ よって $EDH = 10^\circ, DEH = 80^\circ$

よって $AED = 40^\circ$

$AED = 40^\circ = ACD$ より $AECD$ は同一円周上にある。

よって $ADE = ACE = 10^\circ$ よって $ADB = 20^\circ$

236

E を $BAE = 30^\circ$

F を $CEF = 20^\circ$ ($AC \parallel EF$)

G を $BAG = 30^\circ$ とする。

EAC は 2 等辺三角形より $EA = EC$

よって $EAF = ECF$ よって $EAF = 40^\circ$

$AGF = 20^\circ = AEF$ より

$AGEF$ は同一円周上にある。

よって $EGF = EAF = 40^\circ$ よって $AGE = 60^\circ$

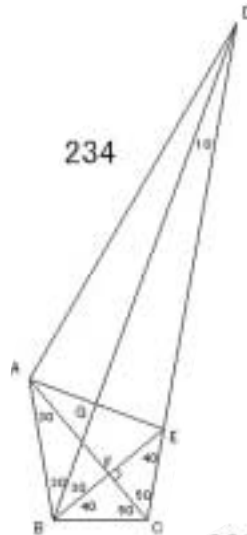
よって AGE は正三角形 よって $AG = AE$

よって $AGB = AEB$ よって $AEB = 20^\circ$

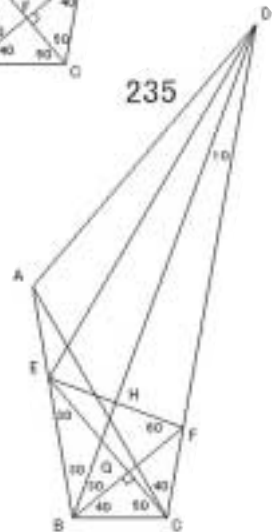
$BAE = 30^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $ADB = AEB = 20^\circ$

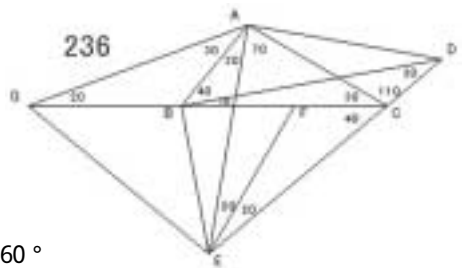
234



235



236



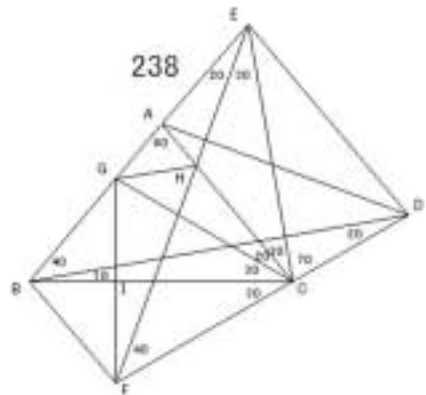
237 解法 E, 解法 G

238

E を $\angle DCE = 70^\circ$ F を $\angle BEF = 20^\circ$ G を $\angle ACG = 20^\circ$

H を AC と EF の交点

I を BC と GF の交点とする。

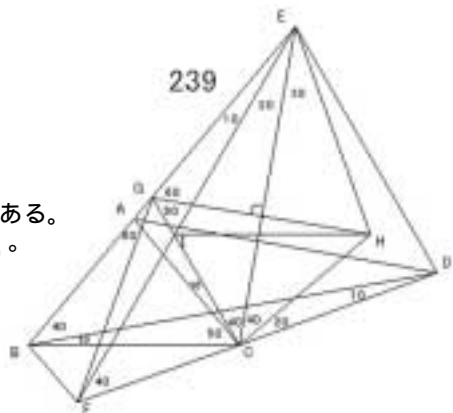
 $\triangle GCE$ は 2 等辺三角形より $GC = GE$ $\triangle HCE$ は 2 等辺三角形より $HC = HE$ よって $\angle GCH = \angle GEH$ よって $\angle CGH = \angle EGH = 40^\circ$ $\angle CGH = 40^\circ = \angle CFH$ より $HGFC$ は同一円周上にある。よって $\angle GFH = \angle GCH = 20^\circ$ よって $\triangle CFG$ は正三角形よって $\angle CFI = \angle CGI$ よって $FI = GI, FG \perp BC$ よって $\angle BFI = \angle BGI$ よって $\angle BFI = \angle BGI = 40^\circ$ よって $\angle BFE = 60^\circ$ $\angle BEF = 20^\circ = \angle BDF$ より $EBFD$ は同一円周上にある。よって $\angle BDE = \angle BFE = 60^\circ$ よって $\angle CDE = 80^\circ$ $\angle CAE + \angle CDE = 180^\circ$ より $ACDE$ は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$ 

239

E を $\angle DCE = 60^\circ$ F を $\angle BEF = 10^\circ$ G を $\angle BCG = 60^\circ$

H を CE に関する G の対称点

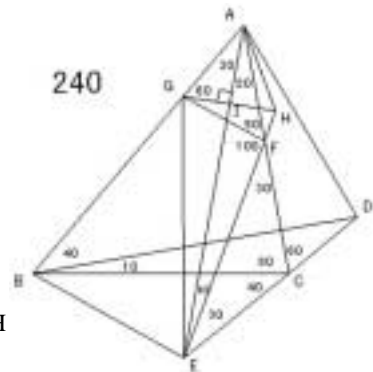
I を EF と GC の交点 とする。

 $\angle IGH = 50^\circ = \angle IEH$ より $GIHE$ は同一円周上にある。よって $\angle HIE = \angle HGE = 60^\circ, \angle IHG = \angle IEG = 10^\circ$ よって $\angle HIC = 60^\circ$ よって $\angle CIF = 60^\circ$ よって $\angle HIC = \angle FIC$ よって $CH = CF$ $\triangle CGH$ は 2 等辺三角形より $CH = CG$ よって $CF = CG$ $\angle FCG = 80^\circ$ より $\angle CFG = 50^\circ$ よって $\angle EFG = 10^\circ$ $\angle CFG = 50^\circ = \angle CBG$ より $GBFC$ は同一円周上にある。よって $\angle BFG = \angle BCG = 60^\circ$ よって $\angle EFB = 70^\circ$ $\angle BEF = 10^\circ = \angle BDF$ より $EBFD$ は同一円周上にある。よって $\angle EDB = \angle EFB = 70^\circ$ よって $\angle EDC = 80^\circ$ $\angle EAC + \angle EDC = 180^\circ$ より $EACD$ は同一円周上にある。よって $\angle EDA = \angle ECA = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$ 

240

E を $\angle BAE = 30^\circ$ F を $\angle AEF = 10^\circ$ G を $\angle AFG = 50^\circ$ H を EF 上 $\angle AGH = 60^\circ$ ($\angle GHA = 90^\circ$)

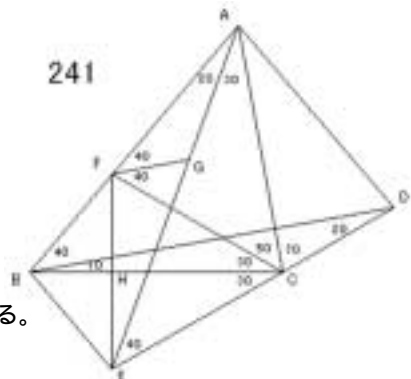
I を AE と GH の交点 とする。

 $\angle GFH = 80^\circ$, $\angle FGH = 20^\circ$ だから $\angle GFH$ は 2 等辺三角形より $GF = GH$ $\angle GAF$ は 2 等辺三角形より $GA = GF$ よって $GA = GH$ $\angle AGH = 60^\circ$ より $\triangle AGH$ は正三角形よって $\triangle AGI \cong \triangle AHI$ よって $GI = HI$ よって $\triangle EGI \cong \triangle EHI$ よって $\angle GEI = \angle HEI = 10^\circ$ $\angle GEC + \angle GFC = 180^\circ$ より $GECF$ は同一円周上にある。 $\angle GFC + \angle GBC = 180^\circ$ より $GBCF$ は同一円周上にある。よって $GBECF$ は同一円周上にある。よって $\angle BEF = \angle BCF = 80^\circ$ より $\angle AEB = 70^\circ$ $\angle ABD = 40^\circ = \angle AED$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 70^\circ$ 

241

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 30^\circ$ G を $\angle AFG = 40^\circ$ ($\angle ACF = 40^\circ$)

H を BC と EF の交点 とする。

 $\triangle FAC$ は 2 等辺三角形より $FA = FC$ よって $\triangle FAG \cong \triangle FCG$ よって $\angle FCG = 20^\circ$ $\angle CFG = 40^\circ = \angle CEG$ より $FECG$ は同一円周上にある。よって $\angle FEG = \angle FCG = 20^\circ$ よって $\angle FEC = 60^\circ$ よって $\triangle FEC$ は正三角形 よって $CE = CF$ よって $EH = FH$, $BC \parallel EF$ よって $\triangle BEH \cong \triangle BFH$ よって $\angle BEH = \angle BFH = 40^\circ$ よって $\angle AEB = 60^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 60^\circ$ 

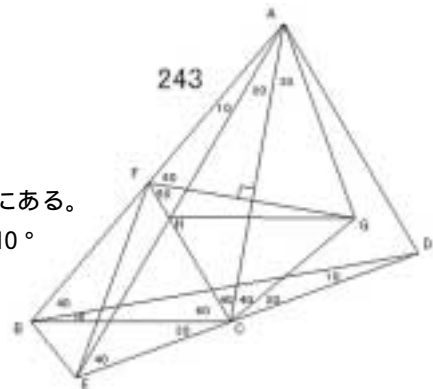
242 解法 B

243

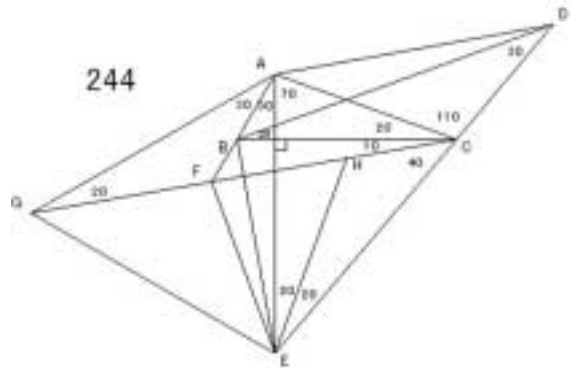
E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle BCF = 60^\circ$

G を AC に関する F の対称点

H を AE と FC の交点 とする。

 $\angle HFG = 50^\circ = \angle HAG$ より AFHG は同一円周上にある。よって $\angle AHG = \angle AFG = 60^\circ$, $\angle FAH = \angle FGH = 10^\circ$ よって $\angle GHC = 60^\circ$ よって $\angle CHE = 60^\circ$ よって $\angle CGH = \angle CEH$ よって $CG = CE$ $\triangle CGF$ は 2 等辺三角形より $CG = CF$ よって $CE = CF$ $\angle ECF = 80^\circ$ より $\angle CEF = 50^\circ$ よって $\angle AEF = 10^\circ$ $\angle FBC = 50^\circ = \angle FEC$ より FBEC は同一円周上にある。よって $\angle BEF = \angle BCF = 60^\circ$ よって $\angle AEB = 70^\circ$ $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 70^\circ$ 

244

E を $\angle BAE = 30^\circ$ ($\angle BAE = 30^\circ$)F を $\angle BCF = 10^\circ$ G を $\angle BAG = 30^\circ$ H を $\angle CEH = 20^\circ$ ($\angle CEH = 20^\circ$) とする。 $\triangle EAC$ は 2 等辺三角形より $EA = EC$ よって $\angle EAH = \angle ECH$ よって $\angle EAH = 40^\circ$ $\angle AGH = 20^\circ = \angle AEH$ より $\triangle AGEH$ は同一円周上にある。よって $\angle EGH = \angle EAH = 40^\circ$ よって $\angle AGE = 60^\circ$ よって $\triangle AGE$ は正三角形 よって $AE = AG$ よって $\angle AEF = \angle AGF$ よって $\angle AEF = 20^\circ$ よって $\angle FEC = 60^\circ$ $\angle FBC + \angle FEC = 180^\circ$ より BFEC は同一円周上にある。よって $\angle BEF = \angle BCF = 10^\circ$ よって $\angle AEB = 10^\circ$ $\angle BAE = 30^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$ 

247 解法 G

248 解法 F

249 解法 E

250 解法 F

251 解法 B

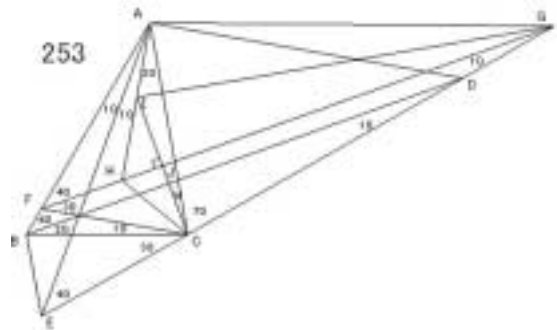
252

E を $\angle BCE = 20^\circ$ F を $\angle BEF = 30^\circ$ ($BC \parallel EF$)G を $\angle BCG = 10^\circ$ H を $\angle BEH = 30^\circ$ I を $\angle CFI = 20^\circ$ ($EC \parallel FI$) とする。 $\triangle FCE$ は 2 等辺三角形 より $FC = FE$ よって $\angle FCI = \angle FEI$ よって $\angle FEI = 40^\circ$ $\angle EHI = 20^\circ = \angle EFI$ より $\triangle EHF$ は同一円周上にある。よって $\angle FHI = \angle FEI = 40^\circ$ よって $\triangle HEF$ は正三角形よって $EH = EF$ よって $\angle EHG = \angle EFG$ よって $\angle EFG = 20^\circ$ よって $\angle GFC = 60^\circ$ $\angle GBC + \angle GFC = 180^\circ$ より $\triangle BCFG$ は同一円周上にある。よって $\angle BFG = \angle BCG = 10^\circ$ よって $\angle EFB = 10^\circ$ $\angle BEF = 30^\circ = \angle BDF$ より $\triangle EBF$ は同一円周上にある。よって $\angle EDB = \angle EFB = 10^\circ$ よって $\angle EDC = 40^\circ$ $\angle EAC = 40^\circ = \angle EDC$ より $\triangle AEC$ は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 60^\circ$ よって $\angle ADB = 70^\circ$ 

253

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle BCF = 10^\circ$ G を $\angle CFG = 30^\circ$ ($BD \parallel FG$)H を $\angle CAH = 20^\circ$ ($AH \parallel FC$)I を $\angle ACI = 10^\circ$

J を FG と CI の交点とする。

 $\triangle ACF$ は 2 等辺三角形 より $AC = AF$ よって $\angle ACH = \angle AFH$ よって $\angle ACH = 40^\circ$ よって $\angle HCJ = 30^\circ$ $\angle HCJ = 30^\circ = \angle HIJ$ より $\triangle HCJ \sim \triangle HIJ$ よって $CJ = IJ$ よって $\angle GCJ = \angle GIJ$ よって $\angle IGJ = \angle CGJ = 10^\circ$ $\angle IAC = 20^\circ = \angle IGC$ より $\triangle AICG$ は同一円周上にある。よって $\angle AGI = \angle ACI = 10^\circ$ よって $\angle AGF = 20^\circ$ $\angle FAE = 10^\circ = \angle FGE$ より $\triangle AFE$ は同一円周上にある。よって $\angle AEF = \angle AGF = 20^\circ$ 

$\angle CEF = 60^\circ = \angle CBF$ より $FBEC$ は同一円周上にある。よって $\angle BEF = \angle BCF = 10^\circ$

$\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$

254

E を $\angle BCE = 60^\circ$

F を $\angle BEF = 30^\circ$ ($BC \parallel EF$)

G を $\angle AEG = 20^\circ$ とする。

$\triangle EBC$ は 2 等辺三角形より $EB = EC$

よって $\angle EBF = \angle ECF$ よって $\angle ECF = 40^\circ$

$\angle FEC = 30^\circ = \angle FDC$ より $EFCD$ は同一円周上にある。

よって $\angle EDF = \angle ECF = 40^\circ$

よって $\angle CED = 40^\circ$, $\angle DEG = 60^\circ$

$\triangle ECD$ は 2 等辺三角形より $EC = ED$

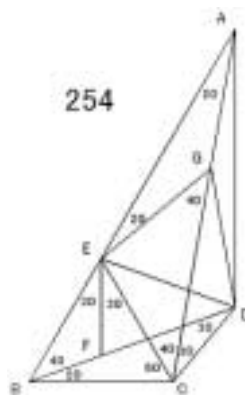
$\triangle ECG$ は 2 等辺三角形より $EC = EG$ よって $ED = EG$

$\angle DEG = 60^\circ$ より $\triangle EDG$ は正三角形 よって $GD = GE$

$\triangle GEA$ は 2 等辺三角形より $GE = GA$ よって $GD = GA$

$\angle AGD = 160^\circ$ より $\angle ADG = 10^\circ$

よって $\angle ADB = 110^\circ$



255

E を $\angle BCE = 80^\circ$ と $\angle CBE = 80^\circ$ の交点 とする。

$\triangle EBC$ は 2 等辺三角形で $\angle BEC = 2 \times \angle BDC$ より

E は $\triangle BCD$ の外心である。よって $EB = EC = ED$

$\triangle ECD$ は 2 等辺三角形より $\angle CED = 40^\circ$

よって $\angle BED = 60^\circ$ よって $\triangle BDE$ は正三角形

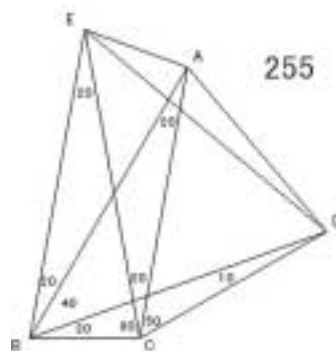
$\angle BEC = 20^\circ = \angle BAC$ より $EBCA$ は同一円周上にある。

よって $\angle AEC = \angle ABC = 60^\circ$

よって $\angle AEB = 80^\circ$

$\triangle BAE$ は 2 等辺三角形より $BE = BA$

$\triangle BDE$ は正三角形より $BD = BE$ よって $BD = BA$ よって $\angle ADB = 70^\circ$



256

E を $\angle ACE = 20^\circ$

F を BD と AC の交点

G を BD と CE の交点 とする。

$\triangle FBC$ は 2 等辺三角形で $\angle BFC = 2 \times \angle BEC$ より

F は $\triangle EBC$ の外心である。

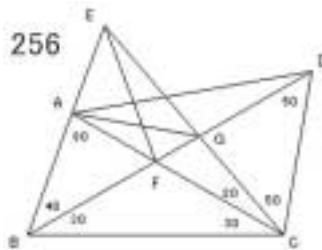
よって $FC = FE$ よって $\angle FEC = 20^\circ$

$\angle EGF = \angle GBC + \angle GCB = 80^\circ$ であるから

$\angle EGF + \angle EAF = 180^\circ$ より $EAFG$ は同一円周上にある。

よって $\angle GAF = \angle GEF = 20^\circ$

$\triangle GAC$ は 2 等辺三角形より $GA = GC$



GCD は 2 等辺三角形より $GC = GD$ よって $GA = GD$
 $\angle AGD = 140^\circ$ より $\angle ADG = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$

257

E を $\angle BAE = 20^\circ$ ($BC \parallel AE$)

F を $\angle BCF = 20^\circ$

G を $\angle CAG = 20^\circ$ とする。

ACG は 2 等辺三角形より $AC = AG$

ACF は 2 等辺三角形より $AC = AF$

よって $AG = AF$

$\angle FAG = 60^\circ$ より AFG は正三角形

よって $GA = GF$

GAE は 2 等辺三角形より $GA = GE$

よって $GF = GE$

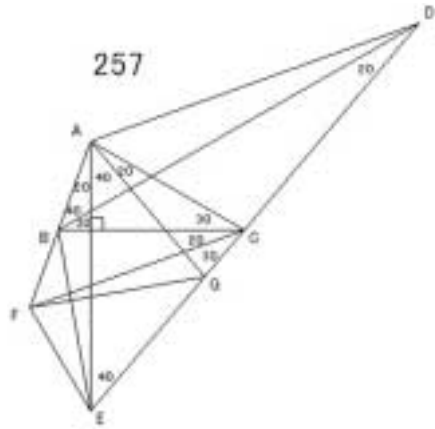
$\angle EGF = 40^\circ$ より $\angle GEF = 70^\circ$

$\angle CEF + \angle CBF = 180^\circ$ より BFEC は同一円周上にある。

よって $\angle BEF = \angle BCF = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 10^\circ$

$\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$



258

E を AC と BD の交点

F を $\angle CEF = 30^\circ$

G を $\angle EBG = 20^\circ$ とする。

$\angle BEG = 80^\circ$, $\angle EBG = 20^\circ$ であるから

BEG は 2 等辺三角形より $BE = BG$

$\angle BAE = 70^\circ$, $\angle BEA = 70^\circ$ であるから

BAE は 2 等辺三角形より $BA = BE$ よって $BA = BG$

$\angle ABG = 60^\circ$ より BAG は正三角形 よって $GA = GB$

よって $\angle AGE = 20^\circ$, $\angle GAE = 10^\circ$

$\angle BEF = 80^\circ = \angle BCF$ より EBFC は同一円周上にある。

よって $\angle BFE = \angle BCE = 40^\circ$

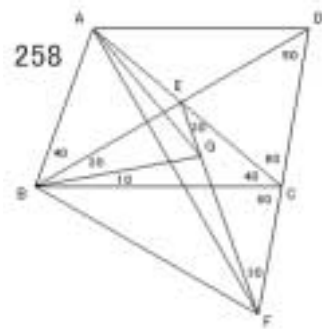
$\angle BGF = 100^\circ$ より $\angle GBF = 40^\circ$

よって GBF は 2 等辺三角形 よって $GB = GF$ よって $GA = GF$

$\angle AGF = 160^\circ$ より $\angle GFA = 10^\circ$ よって $\angle AFB = 30^\circ$

$\angle BAF = 50^\circ = \angle BDF$ より ABFD は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AFB = 30^\circ$



259 解法 F

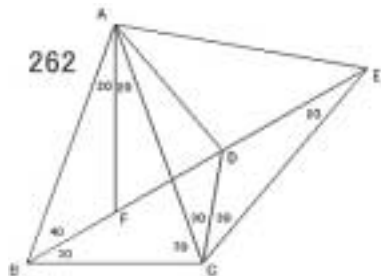
260 解法 G

261 解法 B

262

E を $\angle DCE = 30^\circ$ F を $\angle BAF = 40^\circ$ ($BC \parallel AF$) とする。ABC は 2 等辺三角形より $AB = AC$ よって $\angle ABF = \angle ACF$ よって $\angle ACF = 40^\circ$ $\angle FAC = 20^\circ = \angle FEC$ より

AFCE は同一円周上にある。

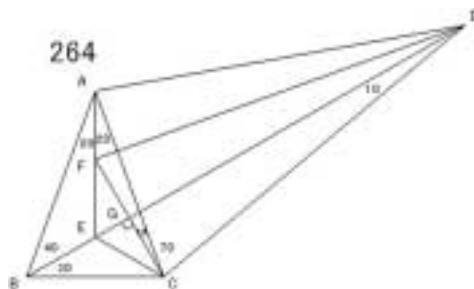
よって $\angle AEF = \angle ACF = 40^\circ$ よって ACE は正三角形 よって $CA = CE$ よって $\angle CAD = \angle CED$ よって $\angle CAD = 20^\circ$ よって $\angle DAE = \angle DEA = 40^\circ$ よって $\angle ADB = 80^\circ$ 

263 解法 E

264

E を $\angle BAE = 20^\circ$ ($BC \parallel AE$)F を $\angle ACF = 10^\circ$ ($BD \parallel CF$)

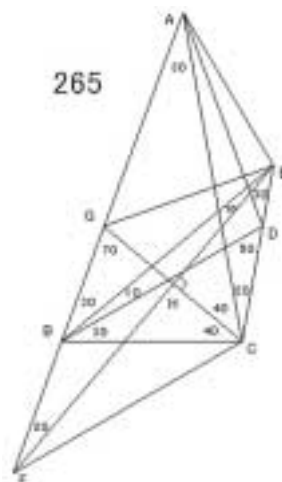
G を BD と CF の交点 とする。

ABC は 2 等辺三角形より $AB = AC$ よって $\angle ABE = \angle ACE$ よって $\angle ACE = 40^\circ$ よって $\angle ECG = 30^\circ$ $\angle CEG = 60^\circ$, $\angle FEG = 60^\circ$ より $\angle ECG = \angle EFG$ よって $CG = FG$ よって $\angle DCG = \angle DFG$ よって $\angle FDG = 10^\circ$ $\angle FAC = 20^\circ = \angle FDC$ より AFCD は同一円周上にある。よって $\angle ADF = \angle ACF = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$ 

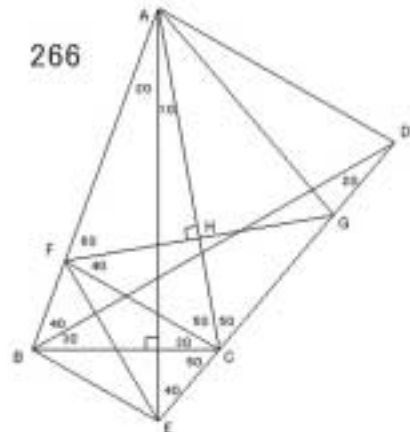
265

E を $\angle ABE = 30^\circ$ F を $\angle BEF = 10^\circ$ G を $\angle BCG = 40^\circ$ ($EF \parallel CG$)

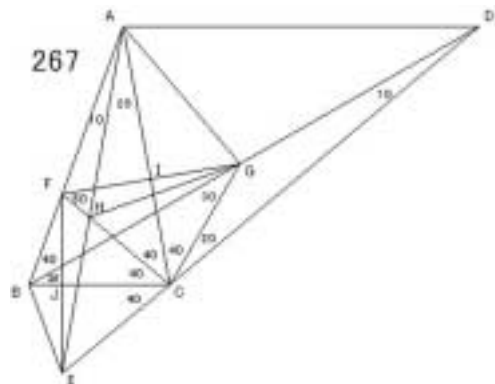
H を CG と EF の交点 とする。

CBG は 2 等辺三角形より $CB = CG$ CBE は 2 等辺三角形より $CB = CE$ よって $CG = CE$ $\angle ECG = 60^\circ$ より ECG は正三角形よって $\angle ECH = \angle EGH$ よって $CH = GH$ よって $\angle FCH = \angle FGH$ よって $\angle FCH = 70^\circ$ よって $\angle ACF = 110^\circ$ $\angle FAC = 30^\circ = \angle FEC$ より AFCE は同一円周上にある。よって $\angle AEF = \angle ACF = 110^\circ$ よって $\angle AED = 140^\circ$ $\angle AED + \angle ABD = 180^\circ$ より ABDE は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 100^\circ$ 

266

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 30^\circ$ G を $\angle AFG = 60^\circ$ ($AC \perp FG$)H を AC と FG の交点とする。 $\angle CFH = \angle CGH$ より $FH = GH$ よって $\angle AFH = \angle AGH$ よって $\angle AGH = 60^\circ$ よって $\triangle AFG$ は正三角形 よって $GA = GF$ $\triangle GAE$ は 2 等辺三角形より $GA = GE$ よって $GF = GE$ $\angle EGF = 40^\circ$ より $\angle GEF = 70^\circ$ よって $\angle AEF = 30^\circ$ よって $\angle BFE = 50^\circ$ $\angle BFE = 50^\circ = \angle BCE$ より F, B, E, C は同一円周上にある。よって $\angle BEF = \angle BCF = 30^\circ$ よって $\angle AEB = 60^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より A, B, E, D は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 60^\circ$ 

267

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle BCF = 40^\circ$ G を $\angle DCG = 20^\circ$ H を AE と CF の交点I を AC と FG の交点J を BC と FE の交点 とする。 $\triangle CBF$ は 2 等辺三角形より $CB = CF$ $\triangle CBG$ は 2 等辺三角形より $CB = CG$ よって $CF = CG$ よって $\angle CFI = \angle CGI$ よって $FI = GI, FG \perp CA$ よって $\angle AFI = \angle AGI$ よって $\triangle AFG$ は正三角形 $\angle HFG = 50^\circ = \angle HAG$ より A, F, H, G は同一円周上にある。よって $\angle AHG = \angle AFG = 60^\circ$, $\angle FGH = \angle FAH = 10^\circ$ よって $\angle GHC = 60^\circ$ よって $\angle CHE = 60^\circ$ よって $\angle GCH = \angle ECH$ よって $CG = CE$ よって $CE = CF$ よって $\angle CEJ = \angle CFJ$ よって $EJ = FJ, EF \perp BC$ よって $\angle BEJ = \angle BFJ = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 30^\circ$ $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より A, B, E, D は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$ 

268

E を $\angle BCE = 70^\circ$ F を $\angle BEF = 20^\circ$ ($BC \parallel EF$)

G を AC と ED の交点とする。

EBC は 2 等辺三角形より $EB = EC$ よって $\angle EBF = \angle ECF$
 よって $\angle ECF = 40^\circ$

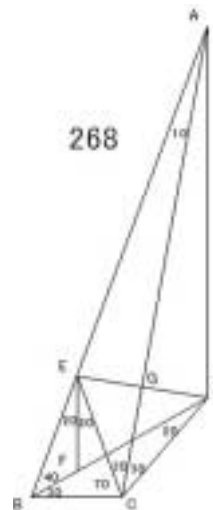
$\angle FEC = 20^\circ = \angle FDC$ より EFCD は同一円周上にある。

よって $\angle EDF = \angle ECF = 40^\circ$ よって $\triangle CDE$ は正三角形

よって $\angle CDG = \angle CEG$ よって $DG = EG$, AC \perp DE

よって $\angle ADG = \angle AEG$ よって $\angle ADG = 80^\circ$

よって $\angle ADB = 120^\circ$



269 解法 F

270 解法 C

271 解法 A

272 解法 A

273 解法 A

274 解法 A, 解法 G

275 解法 D

276

E を A の BC に関する対称点 ($\angle BAE = 10^\circ$ で CD 上にある)F を $\angle BAF = 20^\circ$ G を $\angle EBG = 20^\circ$ とする。

BAE は 2 等辺三角形より $BA = BE$

よって $\angle FAB = \angle GBE$ よって $FA = FB = GB = GE$

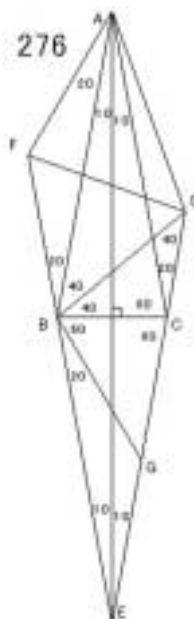
BGD は 2 等辺三角形より $BD = BG$ よって $BD = BF$

$\angle DBF = 60^\circ$ より $\triangle DBF$ は正三角形 よって $FD = FB$

よって $FD = FA$

$\angle AFD = 80^\circ$ より $\angle ADF = 50^\circ$

よって $\angle ADB = 110^\circ$



277

E を $\angle BCE = 50^\circ$ ($BD \parallel CE$)

F を AC と ED の交点

G を BD と CE の交点とする。

BCG \cong BEG より $CG = EG$

よって $\angle DCG = \angle DEG$

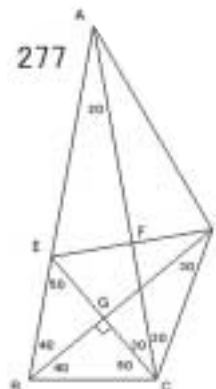
よって $\triangle DCE$ は正三角形 よって $CD = CE$

よって $\angle CDF = \angle CEF$

よって $\angle DFE = \angle EFC$, AC \perp DE よって $\angle ADF = \angle AEF$

よって $\angle DAF = 20^\circ$, $\angle ADF = 70^\circ$

よって $\angle ADB = 100^\circ$



278 解法 E

279

E を $\text{BAE} = 20^\circ$ F を $\text{BCF} = 20^\circ$

G を BC と AE の交点とする。

FAC は 2 等辺三角形より $FA = FC$

GAC は 2 等辺三角形より $GA = GC$

よって FAG FCG

よって $AFG = CFG = 40^\circ$

GFC = 40 ° = GEC より GFEC は同一円周上にある。

よって $\text{GEF} = \text{GCF} = 20^\circ$

よって $\triangle FCE$ は正三角形 よって $CF = CE$

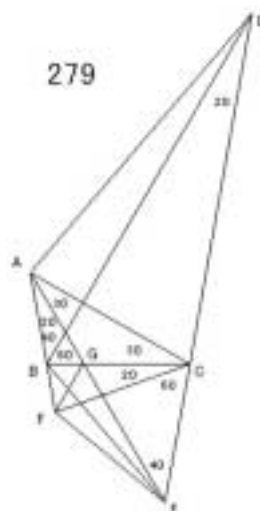
CBF = 80° , BCF = 20° より CBF は 2 等辺三角形

よって $CB = CF$ よって $CB = CE$

よって $\text{CEB} = 50^\circ$ よって $\text{AEB} = 10^\circ$

$\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$



280

E を $\text{BCE} = 30^\circ$

F を $\text{BEF} = 20^\circ$

G を $\text{BCG} = 20^\circ$

H を BC と EF の交点とする。

GCE は 2 等辺三角形より $GC = GE$

HCE は 2 等辺三角形より $HC = HE$

よって GCH GEH

よって $\text{CGH} = \text{EGH} = 40^\circ$

CGH = 40 ° = CFH より HGFC は同一円周上にある。

よって $HFG = HCG = 20^\circ$ よって $CFG = 60^\circ$

よって CFG は正三角形 よって $CG = CF$

BCG = 20°, CBG = 80° より CBG は 2 等辺三角形

よって $CB = CG$ よって $CB = CF$

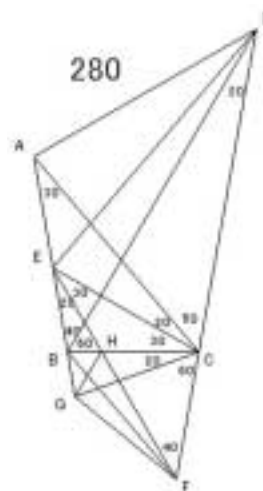
よって $\text{CFB} = 50^\circ$ よって $\text{BFE} = 10^\circ$

$\angle BEF = 20^\circ = \angle BDF$ より E, B, F, D は同一円周上にある。

よって $BDE = BFE = 10^\circ$ よって $EDC = 30^\circ$

$\angle EAC = 30^\circ = \angle EDC$ より A, E, C, D は同一円周上にある。

よって $\angle ADE = \angle ACE = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$



281 解法 G

282 解法 E

283 解法 F

284 解法 B

285

E を $\angle BAE = 20^\circ$ ($\angle BAE$)F を $\angle ABF = 30^\circ$ G を $\angle ACG = 60^\circ$ H を $\angle BDH = 20^\circ$ I を $\angle EBI = 30^\circ$

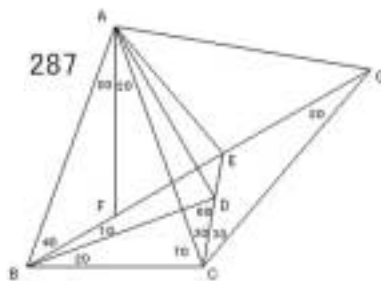
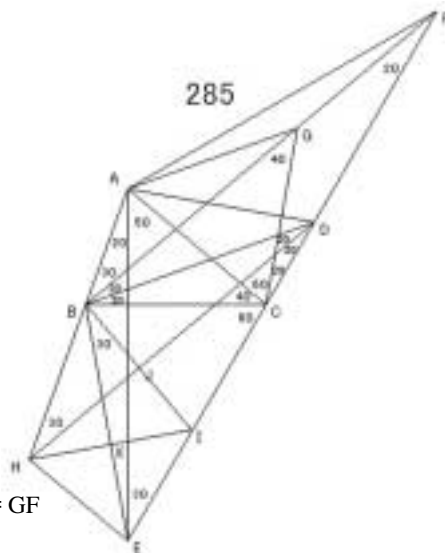
J を BI と DH の交点

K を BE と HI の交点 とする。

CAB は 2 等辺三角形より $CA = CB$ CBG は 2 等辺三角形より $CB = CG$ よって $CA = CG$ よって CAB は正三角形 よって $GA = GC$ GCF は 2 等辺三角形より $GC = GF$ よって $GA = GF$ $\angle AGF = 160^\circ$ より $\angle AFG = 10^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BFE$ より ABEF は同一円周上にある。よって $\angle AEB = \angle AFB = 10^\circ$ よって $\angle CBI = 50^\circ$, $\angle HBE = 30^\circ$ よって BI \parallel DH, $\angle HBI = 60^\circ$ DBJ \parallel DIJ より BJ = IJ よって HBJ \parallel HIJ よって BHI は正三角形よって BH = BI よって BHK \parallel BIK よって HK = IK, HI \parallel BEよって EHK \parallel EIK よって $\angle HEK = 40^\circ$ よって $\angle AEH = 50^\circ$ $\angle HAE = 20^\circ = \angle HDE$ より AHED は同一円周上にある。よって $\angle ADH = \angle AEH = 50^\circ$ よって $\angle ADB = 30^\circ$

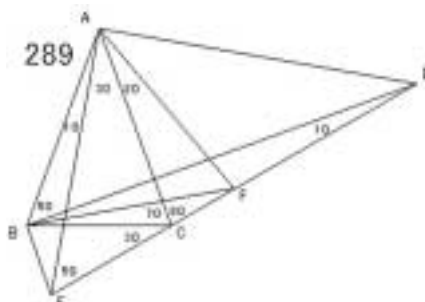
286 解法 F, 解法 G

287

E を $\angle ACE = 30^\circ$ F を $\angle BAF = 20^\circ$ ($\angle BAF$)G を $\angle ACG = 60^\circ$ とする。ABC は 2 等辺三角形より $AB = AC$ よって ABF \parallel ACF よって $\angle ACF = 40^\circ$ $\angle FAC = 20^\circ = \angle FGC$ より AFCG は同一円周上にある。よって $\angle AGF = \angle ACF = 40^\circ$ よって $\angle AGC = 60^\circ$ よって ACG は正三角形 よって $CA = CG$ よって CAE \parallel CGE よって $\angle CAE = 20^\circ$, $\angle AEB = 80^\circ$ よって $\angle BAE = 60^\circ$ $\angle BAE + \angle BDE = 180^\circ$ より ABDE は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 80^\circ$ 

288 解法 B

289

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle CAF = 20^\circ$ とする。ACF は 2 等辺三角形より $AC = AF$ ABC は 2 等辺三角形より $AB = AC$ よって $AB = AF$ $\angle BAF = 60^\circ$ より $\triangle ABF$ は正三角形よって $FA = FB$ FAE は 2 等辺三角形より $FA = FE$ よって $FB = FE$ $\angle BFE = 20^\circ$ より $\angle FEB = 80^\circ$ よって $\angle AEB = 30^\circ$ $\angle ABD = 50^\circ = \angle AED$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$ 

290 解法 F

291

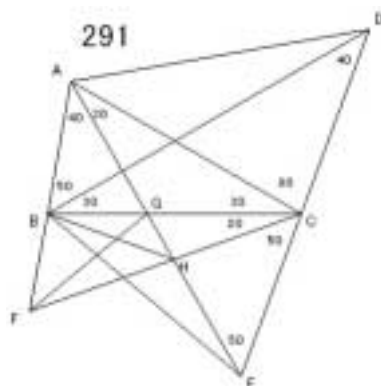
E を $\angle BAE = 40^\circ$ F を $\angle BCF = 20^\circ$

G を BC と AE の交点

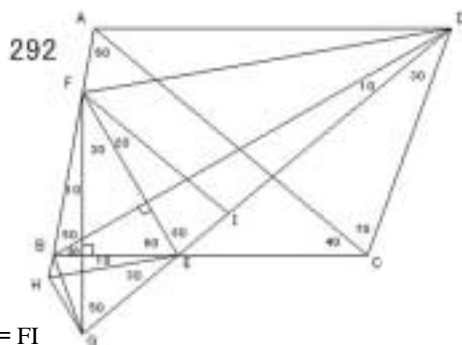
H を CF と AE の交点 とする。

 $\angle AFC = 60^\circ$ である。

GAC は 2 等辺三角形で

 $\angle AGC = 2 \times \angle AFC$ より G は $\triangle AFC$ の外心である。よって $GC = GF$ よって $\angle GFC = 20^\circ$ $\angle GHF + \angle GBF = 180^\circ$ より $BFHG$ は同一円周上にある。よって $\angle GBH = \angle GFH = 20^\circ$ よって $\angle HBC = 20^\circ$ よって $\triangle HBC$ は 2 等辺三角形 よって $HB = HC$ $\triangle HCE$ は 2 等辺三角形より $HC = HE$ よって $HE = HB$ $\angle BHE = 140^\circ$ より $\angle BEH = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 20^\circ$ $\angle BAE = 40^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$ 

292

E を $\angle BDE = 10^\circ$ F を $\angle BEF = 60^\circ$ ($\angle BD = EF$)G を $\angle BFG = 10^\circ$ ($\angle BE = FG$)H を $\angle BEH = 10^\circ$ I を $\angle EFI = 20^\circ$ とする。 $\triangle FEH$ は 2 等辺三角形より $FE = FH$ $\triangle FEI$ は 2 等辺三角形より $FE = FI$ よって $FH = FI$ $\angle HFI = 60^\circ$ より $\triangle HFI$ は正三角形 よって $IF = IH$ 

IFG は 2 等辺三角形より $IF = IG$ よって $IH = IG$
 $HIG = 20^\circ$ より $IHG = IGH = 80^\circ$ よって $BHG = 140^\circ$
 $BHG + BEG = 180^\circ$ より $BHGE$ は同一円周上にある。
 よって $BGH = BEH = 10^\circ$ よって $FGB = 20^\circ$
 $BFG = 10^\circ = BDG$ より $FBGD$ は同一円周上にある。
 よって $FDB = FGB = 20^\circ$
 $FAC = 60^\circ = FDC$ より $AFCD$ は同一円周上にある。
 $FDC + FEC = 180^\circ$ より $FECD$ は同一円周上にある。
 よって $AFECD$ は同一円周上にある。
 よって $FCE = FDE = 30^\circ$ よって $FCA = 10^\circ$
 よって $ADF = ACF = 10^\circ$ よって $ADB = 30^\circ$

293 解法 G

294 解法 B

295

E を $BAE = 10^\circ$ ($BC \perp AE$)F を $BCF = 10^\circ$ G を $CAG = 20^\circ$ とする。 ACF は 2 等辺三角形 より $AC = AF$ ACG は 2 等辺三角形より $AC = AG$ よって $AF = AG$ $FAG = 60^\circ$ より FAG は正三角形よって $GA = GF$ GAE は 2 等辺三角形 より $GA = GE$ よって $GE = GF$ $EGF = 20^\circ$ より $GEF = 80^\circ$ よって $AFE = 140^\circ$

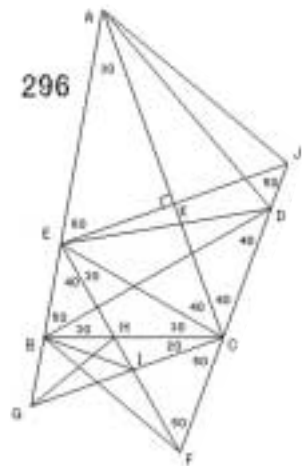
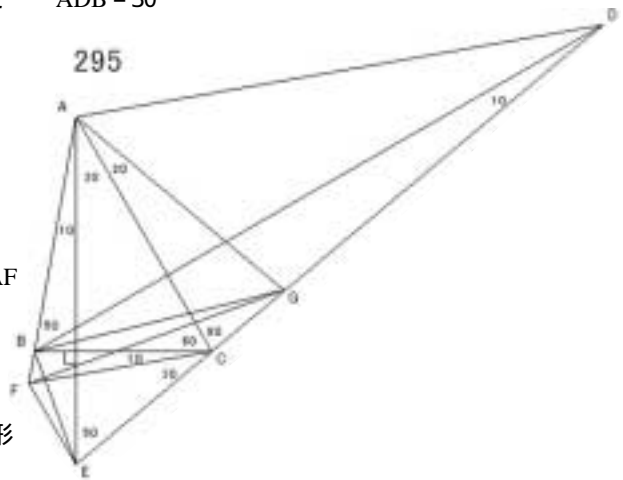
$BFE + BCE = 180^\circ$ より $BFEC$ は同一円周上にある。よって $BEF = BCF = 10^\circ$
 よって $AEB = 20^\circ$

 $BAE = 10^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $ADB = AEB = 20^\circ$

296

E を $BCE = 30^\circ$ F を $BEF = 40^\circ$ G を $BCG = 20^\circ$ H を BC と EF の交点I を GC と EF の交点J を $AEJ = 60^\circ$ ($AC \perp EJ$)K を AC と EJ の交点 とする。

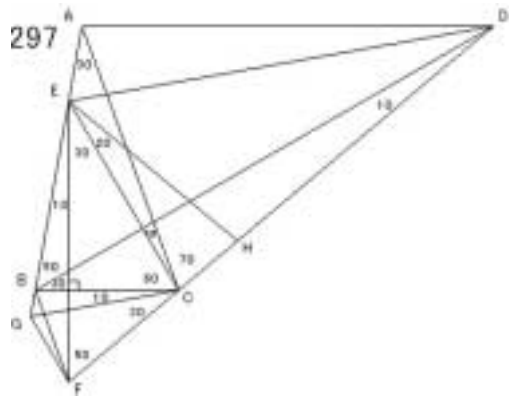
HEC は 2 等辺三角形で, $EH = EC = 2 \times EG$ より
 H は EGC の外心である。

よって $HG = HC$ ゆえに $HGC = 20^\circ$ 

$HIG + HBG = 180^\circ$ より $BGIH$ は同一円周上にある。
 よって $HBI = HGI = 20^\circ$ よって $IBC = 20^\circ$
 よって IBC は 2 等辺三角形 ゆえに $IB = IC$
 ICF は 2 等辺三角形より $IC = IF$ ゆえに $IB = IF$
 $BIF = 140^\circ$ より $BFI = 20^\circ$
 $BEF = 40^\circ = BDF$ より $EBFD$ は同一円周上にある。
 よって $EDB = EFB = 20^\circ$ よって $DEC = 40^\circ$ よって $DEJ = 10^\circ$
 CEK CJK より $EK = JK$ よって AEK AJK よって AEJ は正三角形
 よって $AJD = 110^\circ$
 $AJD + AED = 180^\circ$ より $AEDJ$ は同一円周上にある。
 よって $ADE = AJE = 60^\circ$ よって $ADB = 80^\circ$

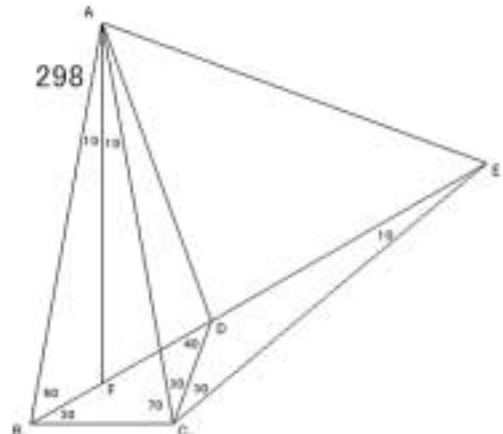
297

E を $BCE = 60^\circ$
 F を $BEF = 10^\circ$ ($BC \parallel EF$)
 G を $BCG = 10^\circ$
 H を $CEH = 20^\circ$ とする。
 ECG は 2 等辺三角形より $EC = EG$
 ECH は 2 等辺三角形より $EC = EH$
 よって $EG = EH$
 $GEH = 60^\circ$ より GEH は正三角形
 よって $HE = HG$
 HEF は 2 等辺三角形より $HE = HF$ よって $HG = HF$
 $FHG = 20^\circ$ より $HFG = HGF = 80^\circ$ よって $BGF = 140^\circ$
 $BGF + BCF = 180^\circ$ より $BGFC$ は同一円周上にある。
 よって $BFG = BCG = 10^\circ$ よって $EFB = 20^\circ$
 $BEF = 10^\circ = BDF$ より $EBFD$ は同一円周上にある。
 よって $EDB = EFB = 20^\circ$
 $EAC = 30^\circ = EDC$ より $AECD$ は同一円周上にある。
 よって $ADE = ACE = 10^\circ$ よって $ADB = 30^\circ$



298

E を $DCE = 30^\circ$
 F を $BAF = 10^\circ$ ($BC \parallel AF$) とする。
 ABC は 2 等辺三角形より $AB = AC$
 よって $ABF \cong ACF$
 よって $ACF = 50^\circ$
 また $FAC = 10^\circ = FEC$ より
 $AFCE$ は同一円周上にある。
 よって $AEF = ACF = 50^\circ$
 よって ACE は正三角形 よって $CA = CE$
 よって $CAD = CED$



$\angle EDC + \angle EAC = 180^\circ$ より $\angle EACD$ は同一円周上にある。

よって $\angle EDA = \angle ECA = 20^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$

312 解法 G または

E を $\angle BDE = 60^\circ$

F を $\angle DEF = 30^\circ$ ($BD \perp EF$)

G を BD と EF の交点とする。

$\triangle EBD$ は正三角形である。

よって $\angle EBG = \angle EDG$ よって $BG = DG$

よって $\angle FBG = \angle FDG$

よって $\angle FBG = 10^\circ$, $\angle BFG = \angle DFG = 80^\circ$

$\angle EBC + \angle EFC = 180^\circ$ より

$\angle EBCF$ は同一円周上にある。

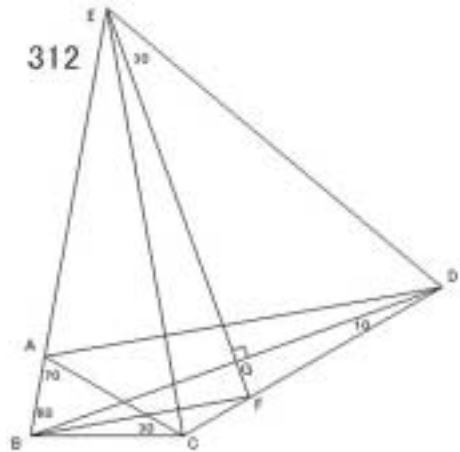
よって $\angle ECF = \angle EBF = 70^\circ$

よって $\angle ACE = 50^\circ$

$\angle ACD + \angle AED = 180^\circ$ より $\angle ACDE$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADE = \angle ACE = 50^\circ$

よって $\angle ADB = 10^\circ$



313

E を BD に関する C の対称点 ($BD \perp CE$) とする。

$\triangle BCA$ は 2 等辺三角形より $BA = BC$

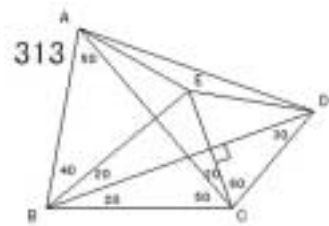
$\triangle BCE$ は 2 等辺三角形より $BC = BE$ よって $BA = BE$

よって $\triangle BCE \cong \triangle BEA$ よって $EC = EA$

$\triangle CDE$ は正三角形より $ED = EC$

よって $ED = EA$

$\angle AED = 160^\circ$ より $\angle EDA = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$



314

E を $\angle CDE = 20^\circ$

F を $\angle CEF = 50^\circ$

G を BD に関する E の対称点 ($BD \perp EG$) とする。

$\triangle BEG$ は 2 等辺三角形より $BE = BG$

$\triangle BEF$ は 2 等辺三角形より $BE = BF$

よって $BG = BF$

よって $\triangle BEG \cong \triangle BGF$ ゆえに $GE = GF$

$\triangle DEG$ は正三角形より $GE = GD$

よって $GD = GF$

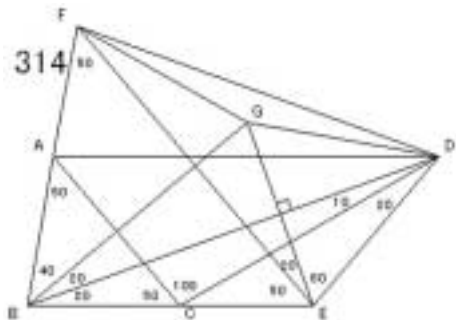
$\angle DGF = 160^\circ$ より $\angle GDF = 10^\circ$ よって $\angle FDC = 50^\circ$

$\angle FDC = 50^\circ = \angle FEC$ より $\angle FCED$ は同一円周上にある。

$\angle FDC + \angle FAC = 180^\circ$ より $\angle FACD$ は同一円周上にある。

よって $\angle FACED$ は同一円周上にある。

よって $\angle CAE = \angle CDE = 20^\circ$ よって $\angle AEC = 30^\circ$



よって $ADC = AEC = 30^\circ$ よって $ADB = 20^\circ$

315

E を $BDE = 20^\circ$

F を $BEF = 30^\circ$

G を $BFG = 70^\circ$

H を EF 上で $CGH = 10^\circ$

I を $DFI = 30^\circ$ ($GH \parallel FI$)

J を HI と BD の交点

K を FI と GH の交点 とする。

GFK GIK より $FK = IK$

よって HFK HIK

よって HFI は正三角形 よって $FH = FI$

よって FHJ FIJ よって $HJ = IJ, FD = HI$

よって DHJ DIJ

よって $DHJ = 40^\circ$ ゆえに $DHG = 70^\circ$

$DGH = 10^\circ = DEH$ より HEGD は同一円周上にある。

よって $GED = GHD = 70^\circ$ よって $BEG = 110^\circ$

$BEG + BFG = 180^\circ$ より BEGF は同一円周上にある。

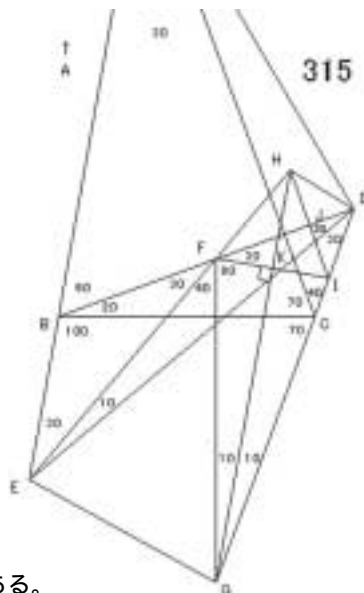
$BFG = 70^\circ = BCG$ より FBGC は同一円周上にある。

よって FBEGC は同一円周上にある。 よって $BCE = BFE = 30^\circ$

よって $ACE = 100^\circ$

$EAC = 30^\circ = EDC$ より AECD は同一円周上にある。

よって $ADE = ACE = 100^\circ$ よって $ADB = 80^\circ$



316 解法 B

317

E を $BAE = 10^\circ$ ($BC \parallel AE$)

F を $BCF = 20^\circ$

G を AC に関する F の対称点

H を AE と GC の交点

I を $AFI = 80^\circ$ ($AE \parallel FI$) とする。

AFG は正三角形である。

よって $AGI = 100^\circ$

$AGI + AFI = 180^\circ$ より

AFIG は同一円周上にある。

よって $IAG = IFG = 20^\circ$ よって $IAH = 30^\circ$

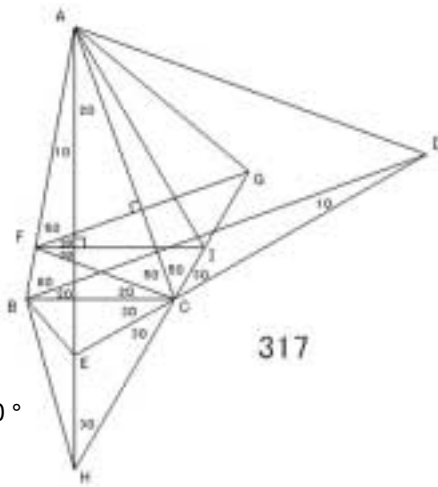
よって IAH は 2 等辺三角形で $AH = FI$

よって FAH は 2 等辺三角形

よって $AFH = 160^\circ$ よって $CFH = 60^\circ$

ECH は 2 等辺三角形で $CEH = 2 \times CFH$ より E は CFH の外心である。

よって $EC = EF$ よって $CEF = 80^\circ$

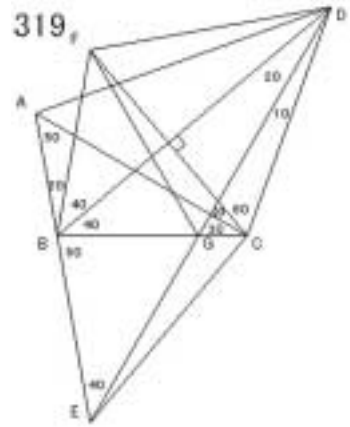


$\angle CBF = 80^\circ = \angle CEF$ より $FBEC$ は同一円周上にある。
 よって $\angle FEB = \angle FCB = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 40^\circ$
 $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADB = \angle AEB = 40^\circ$

318 解法 E

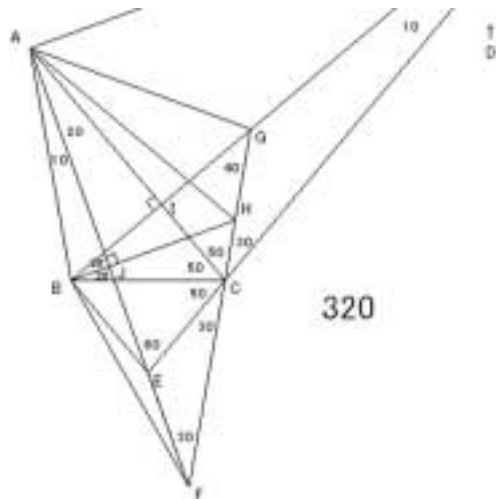
319

E を $\angle CDE = 10^\circ$
 F を BD に関する C の対称点 ($BD \perp FC$)
 G を BC と DE の交点 とする。
 $\triangle CDF$ は正三角形である。
 $\angle FCG = 50^\circ = \angle FDG$ より $FGCD$ は同一円周上にある。
 よって $\angle FGD = \angle FCD = 60^\circ$, $\angle CFG = \angle CDG = 10^\circ$
 よって $\angle BGF = 60^\circ$ よって $\angle BGE = 60^\circ$
 よって $\angle EBG = \angle FBG$ よって $BE = BF$
 $\triangle BCF$ は 2 等辺三角形より $BC = BF$ よって $BC = BE$
 よって $\angle BCE = \angle BEC = 50^\circ$ よって $\angle GEC = 10^\circ$
 $\triangle CDE$ は 2 等辺三角形で $AC \parallel DE$ より $\triangle ADE$ は 2 等辺三角形
 よって $\angle ADE = 40^\circ$
 よって $\angle ADB = 20^\circ$



320

E を $\angle BAE = 10^\circ$
 F を AE 上 $\angle ECF = 30^\circ$
 G を BD と CF の交点 ($\angle BCG = 100^\circ$)
 H を $\angle CBH = 20^\circ$ ($AE \parallel BH$)
 I を BD と AC の交点
 J を BH と AF の交点 とする。
 $\triangle CBI \cong \triangle CGI$ より $BI = CI$
 よって $\triangle ABI \cong \triangle AGI$
 よって $\triangle ABG$ は正三角形
 $\angle ABH + \angle AGH = 180^\circ$ より
 $ABHG$ は同一円周上にある。
 よって $\angle GAH = \angle GBH = 20^\circ$
 よって $\angle HAC = 10^\circ$ よって $\angle HAF = 30^\circ$
 よって $\triangle HAJ \cong \triangle HFJ$ よって $AJ = FJ$
 よって $\triangle BAJ \cong \triangle BFJ$ よって $\angle BFJ = 10^\circ$ よって $\angle FBC = 60^\circ$
 $\triangle ECF$ は 2 等辺三角形で $\angle CEF = 120^\circ = 2 \times \angle CBF$ より E は $\triangle BCF$ の外心である。
 よって $EB = EF$ よって $\angle EBF = \angle EFB = 10^\circ$ よって $\angle BEA = 20^\circ$
 $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$



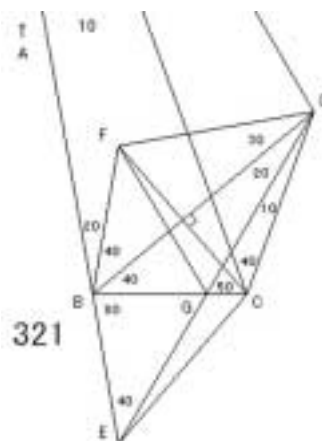
321

E を $\angle CDE = 10^\circ$

F を BD に関する C の対称点 (BD 垂直 FC)

G を BC と DE の交点 とする。

CDF は正三角形である。

FCG = $50^\circ = \angle FDG$ より FGCD は同一円周上にある。よって $\angle FGD = \angle FCD = 60^\circ$, $\angle GFC = \angle GDC = 10^\circ$ よって $\angle FGB = 60^\circ$ よって $\angle BGE = 60^\circ$ EBG FBG より $BE = BF$ BCF は 2 等辺三角形より $BC = BF$ よって $BC = BE$ よって $\angle BCE = \angle BEC = 50^\circ$ よって $\angle ACE = 120^\circ$ $\angle EAC = 10^\circ = \angle EDC$ より AECD は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 120^\circ$ よって $\angle ADB = 100^\circ$ 

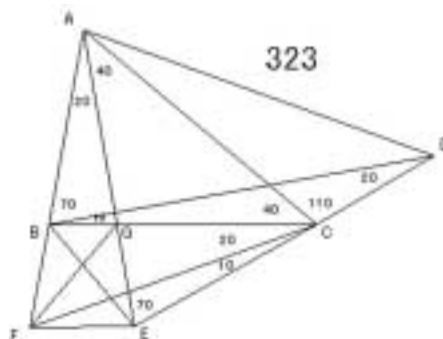
321

322 解法 F, 解法 G

323

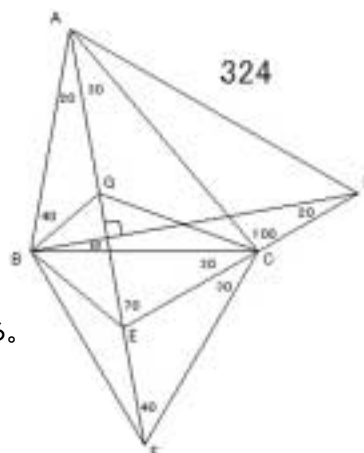
E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 20^\circ$

G を BC と AE の交点 とする。

FAC は正三角形より $FA = FC$ GAC は 2 等辺三角形より $GA = GC$ よって $\angle FAG = \angle FCG$ よって $\angle AFG = \angle CFG = 30^\circ$ $\angle ACE$ は 2 等辺三角形より $AC = AE$ $\angle ACF$ は正三角形より $AC = AF$ よって $AE = AF$ よって $\angle AFE = 80^\circ$ $\angle BFE + \angle BGE = 180^\circ$ より BFEG は同一円周上にある。よって $\angle BEG = \angle BFG = 30^\circ$ よって $\angle AEB = 30^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$ 

323

324

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle ECF = 30^\circ$ G を $\angle ABG = 40^\circ$ ($\angle AC = BG$) とする。 $\angle BAC$ は 2 等辺三角形より $BA = BC$ よって $\angle BAG = \angle BCG$ よって $\angle BCG = 20^\circ$, $\angle CBG = 40^\circ$ $\angle GBC = 40^\circ = \angle GFC$ より GBFC は同一円周上にある。よって $\angle BFG = \angle BCG = 20^\circ$ よって $\angle BFC = 60^\circ$ よって $\angle BCF$ は正三角形よって $\angle BCE = \angle FCE$ 

324

よって $\angle CBE = 40^\circ$ よって $\angle AEB = 40^\circ$
 $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADB = \angle AEB = 40^\circ$

325

E を $\angle BAE = 10^\circ$
 F を $\angle ACF = 60^\circ$ と $\angle CAF = 60^\circ$ の交点 とする。

$\triangle FAC$ は正三角形より $FA = FC$

$\triangle BAC$ は 2 等辺三角形より $BA = BC$

よって $\angle FAB = \angle FCB$

よって $\angle AFB = \angle CFB = 30^\circ$

$\triangle ACE$ は 2 等辺三角形より $AC = AE$

$\triangle ACF$ は正三角形より $AC = AF$

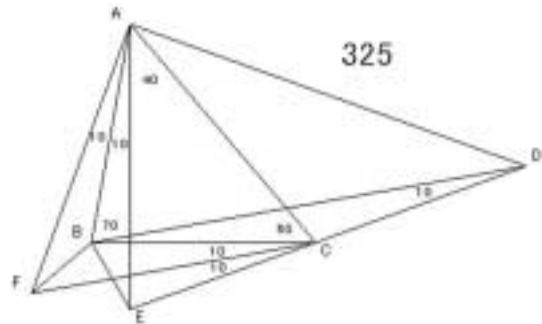
よって $AE = AF$

よって $\angle AEB = \angle AFB$

よって $\angle AEB = \angle AFB = 30^\circ$

$\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$



326

E を $\angle CDE = 10^\circ$

F を $\angle CEF = 40^\circ$

G を $\angle BFG = 20^\circ$

H を $\angle CEH = 20^\circ$

I を BC と FG の交点 とする。

$\triangle HEF$ は正三角形より $HE = HF$

$\triangle IEF$ は 2 等辺三角形より $IE = IF$

よって $\angle HEI = \angle HFI$

よって $\angle EHI = \angle FHI = 30^\circ$

$\triangle FEG$ は 2 等辺三角形より $FE = FG$

$\triangle FEH$ は正三角形より $FE = FH$

よって $FG = FH$ よって $\angle FGH = 80^\circ$

$\angle HGI + \angle HBI = 180^\circ$ より $BHGI$ は同一円周上にある。

よって $\angle BGI = \angle BHI = 30^\circ$

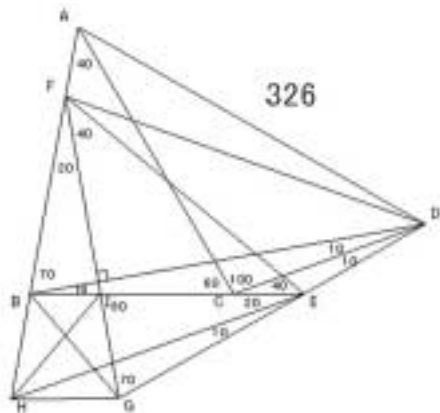
$\angle BFG = 20^\circ = \angle BDG$ より $FBGD$ は同一円周上にある。

よって $\angle FDB = \angle FGB = 30^\circ$ よって $\angle FDC = 40^\circ$

$\angle FAC = 40^\circ = \angle FDC = \angle FEC$ より $AFCED$ は同一円周上にある。

よって $\angle FCD = \angle FED = 110^\circ$ よって $\angle ACF = 10^\circ$

よって $\angle ADF = \angle ACF = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$

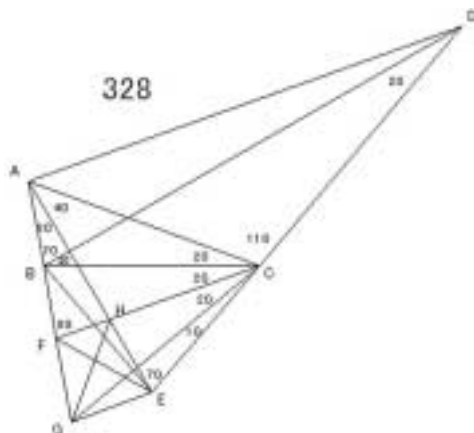


327 解法 B

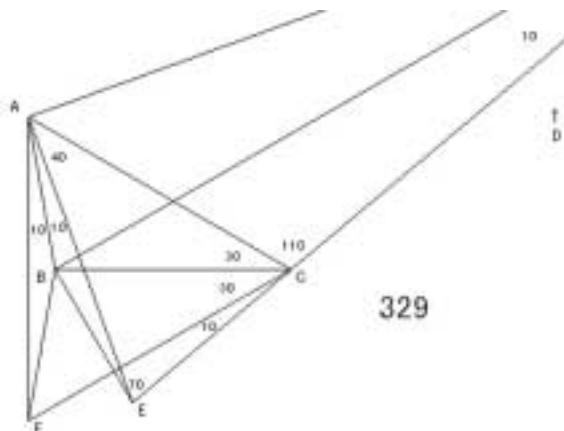
328

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 20^\circ$ G を $\angle BCG = 40^\circ$

H を AE と CF の交点 とする。

 $\triangle GAC$ は正三角形より $GA = GC$ $\triangle HAC$ は 2 等辺三角形より $HA = HC$ よって $\angle GAH = \angle GCH$ よって $\angle AGH = \angle CGH = 30^\circ$ $\triangle ACE$ は 2 等辺三角形より $AC = AE$ $\triangle ACG$ は正三角形より $AC = AG$ よって $AE = AG$ よって $\angle AEG = 80^\circ$ $\angle GEH + \angle GFH = 180^\circ$ より $FGEH$ は同一円周上にある。よって $\angle FEH = \angle FGH = 30^\circ$ よって $\angle FEC = 100^\circ$ $\angle FEC + \angle FBC = 180^\circ$ より $BFEC$ は同一円周上にある。よって $\angle FEB = \angle FCB = 20^\circ$ よって $\angle AEB = 10^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$ 

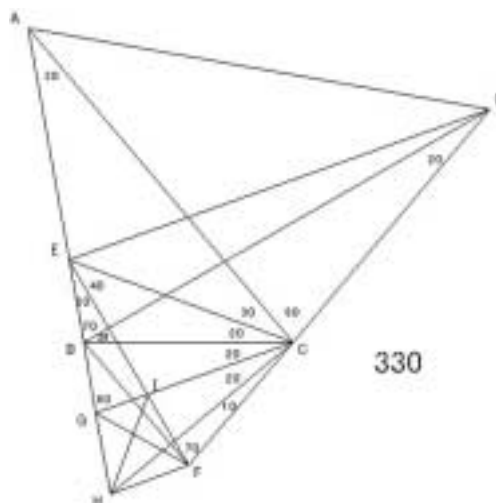
329

E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle ACF = 60^\circ$ と $\angle CAF = 60^\circ$ の交点 とする。 $\triangle CAF$ は正三角形より $\angle CAB = \angle CFB$ よって $BA = BF$ よって $\angle AFB = 10^\circ$ $\triangle ACE$ は 2 等辺三角形より $AC = AE$ $\triangle ACF$ は正三角形より $AC = AF$ よって $AE = AF$ よって $\angle AEB = \angle AFB$ よって $\angle AEB = 10^\circ$ $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$ 

330

E を $\angle BCE = 20^\circ$ F を $\angle BEF = 20^\circ$ G を $\angle BCG = 20^\circ$ H を $\angle BCH = 40^\circ$

I を EF と GC の交点 とする。

 $\triangle HCE$ は正三角形より $HC = HE$ $\triangle ICE$ は 2 等辺三角形より $IC = IE$ よって $\angle HCI = \angle HEI$ よって $\angle CHI = \angle EHI = 30^\circ$ $\triangle ECF$ は 2 等辺三角形より $EC = EF$ $\triangle ECH$ は正三角形より $EC = EH$ よって $EF = EH$ よって $\angle EFH = 80^\circ$ $\angle HFI + \angle HGI = 180^\circ$ より $\angle GHFI$ は同一円周上にある。よって $\angle GFI = \angle GHI = 30^\circ$ よって $\angle GFC = 100^\circ$ $\angle GBC + \angle GFC = 180^\circ$ より $\angle BGFC$ は同一円周上にある。よって $\angle BFG = \angle BCG = 20^\circ$ よって $\angle EFB = 10^\circ$ $\angle BEF = 20^\circ = \angle BDF$ より $\angle EBF$ は同一円周上にある。よって $\angle EDB = \angle EFB = 10^\circ$ よって $\angle EDC = 30^\circ$ $\angle EAC = 30^\circ = \angle EDC$ より $\angle AEC$ は同一円周上にある。よって $\angle ADE = \angle ACE = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$ 

330

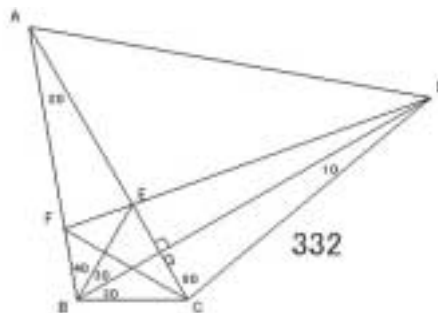
331 解法 B

332

E を $\angle ABE = 40^\circ$

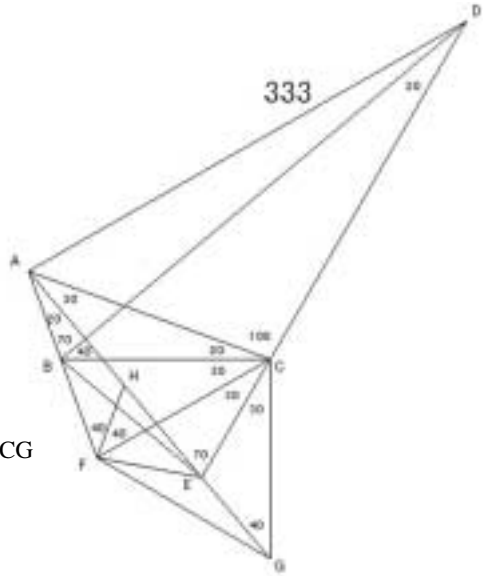
F を AB と DE の交点

G を AC と BD の交点とする。

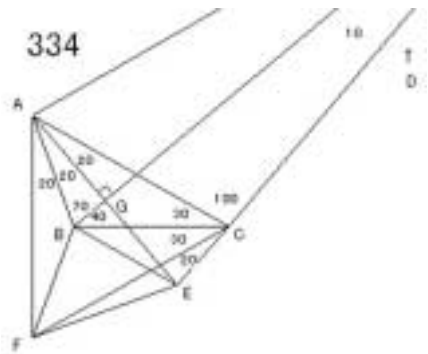
 $\triangle BCG \cong \triangle BEG$ より $CG = EG$ よって $\angle DCG = \angle DEG$ よって $\angle DEG = 80^\circ$, $\angle EDG = 10^\circ$ よって $\angle BEF = 40^\circ$ よって $\triangle FBE$ は 2 等辺三角形よって $FB = FE$ $\triangle BCE$ は正三角形より $CB = CE$ よって $\triangle BCF \cong \triangle ECF$ よって $\angle FCB = \angle FCE = 30^\circ$ $\angle AFD = 80^\circ = \angle ACD$ より $\angle AFC$ は同一円周上にある。よって $\angle ADF = \angle ACF = 30^\circ$ よって $\angle ADB = 40^\circ$ 

332

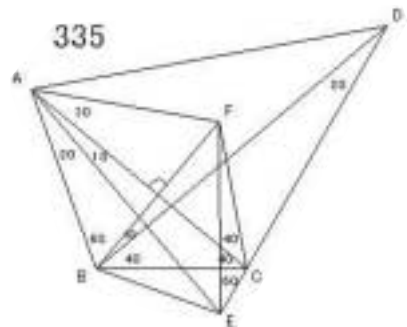
333

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle BCF = 30^\circ$ G を $\angle ECG = 30^\circ$ H を $\angle BFH = 40^\circ$ ($\angle ACH = 40^\circ$) とする。 $\triangle FAC$ は 2 等辺三角形より $FA = FC$ よって $\angle FAH = \angle FCH$ よって $\angle FCH = 20^\circ$ $\angle HFC = 40^\circ = \angle HGC$ より H, F, G, C は同一円周上にある。よって $\angle FGH = \angle FCH = 20^\circ$ よって $\triangle FGC$ は正三角形 よって $CF = CG$ よって $\angle CFE = \angle CGE$ よって $\angle CFE = 40^\circ$ よって $\angle FEA = 40^\circ$ $\angle FEC + \angle FBC = 180^\circ$ より B, F, E, C は同一円周上にある。よって $\angle BEF = \angle BCF = 30^\circ$ よって $\angle AEB = 10^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より A, B, E, D は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$ 

334

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle ACF = 60^\circ$ と $\angle CAF = 60^\circ$ の交点G を BD と AE の交点 とする。 $\triangle CAF$ は正三角形より $CA = CF$ よって $\angle CAB = \angle CFB$ よって $BA = BF$ よって $\angle AFB = 20^\circ$ $\triangle ACE$ は 2 等辺三角形より $AC = AE$ $\triangle ACF$ は正三角形より $AC = AF$ よって $AE = AF$ よって $\angle AEB = \angle AFB$ よって $\angle AEB = 20^\circ$ よって $\angle BAG = \angle BEG$ ゆえに $AG = EG$ よって $\angle DAG = \angle DEG$ よって $\angle ADG = \angle EDG = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 10^\circ$ 

335

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を AC に関する B の対称点 ($\angle ACB = \angle ACF$) とする。 $\angle FCE + \angle FAE = 180^\circ$ より F, A, E, C は同一円周上にある。よって $\angle EFC = \angle EAC = 10^\circ$, $\angle FEA = \angle FCA = 40^\circ$ よって $\triangle FAE$ は 2 等辺三角形 よって $FA = FE$ $\triangle ABF$ は正三角形より $FA = FB$ よって $FB = FE$ 

BFE = 40° より FEB = 70° よって AEB = 30°

BAE = 20° = BDE より ABED は同一円周上にある。

よって ADB = AEB = 30°

336

E を BCE = 30°

F を BEF = 20°

G を CEG = 60° と

ECG = 60° の交点

H を BD と EF の交点 とする。

CEG は正三角形より CE = CG

よって CEB CGB よって BE = BG

よって EGB = 20°

ECF は 2 等辺三角形より EC = EF

ECG は正三角形より EC = EG

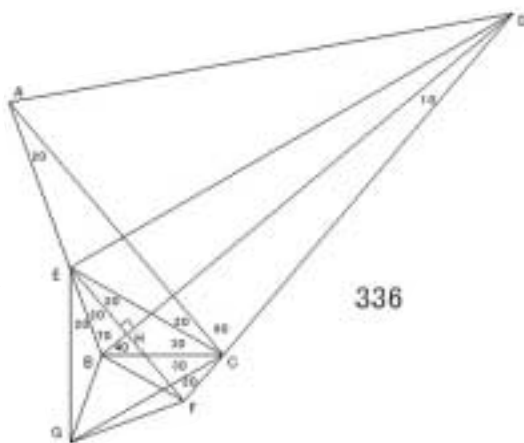
よって EF = EG よって EFB EGB

よって EFB = 20° よって BEH BFH

よって EH = FH よって DEH DFH よって EDH = 10°

EAC = 20° = EDC より AECD は同一円周上にある。

よって ADE = ACE = 20° よって ADB = 30°



336

337 解法 D

338

E を BAE = 10° (BD AE)

F を ACF = 60° と CAF = 60° の交点

G を BD と AE の交点 とする。

CAF は正三角形より CA = CF

よって CAB CBF

よって BA = BF よって AFB = 10°

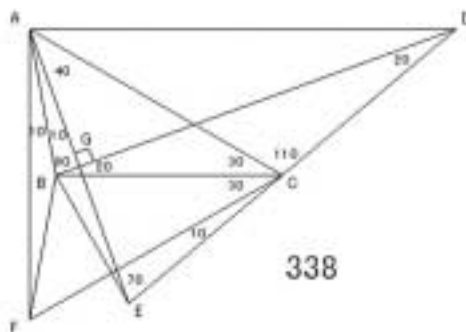
ACE は 2 等辺三角形より AC = AE

ACF は正三角形より AC = AF よって AE = AF

よって AEB AFB よって AEB = 10°

よって BAG BEG よって AG = EG

よって DAG DEG よって ADG = 20° よって ADB = 20°



338

339

E を BAE = 20°

F を BCF = 30° (AE CF)

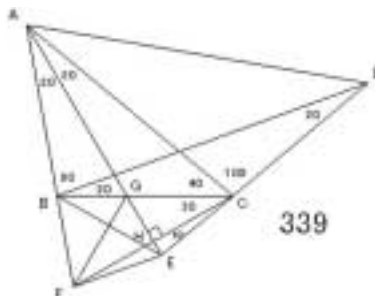
G を AE と BC の交点

H を AE と CF の交点 とする。

ACF は 2 等辺三角形より AC = AF

よって ACG AFG

よって GC = GF, AFG = 40°



339

よって $GCH = GFH$

よって $CGH = FGH = 60^\circ$, $CH = FH$

よって $BGF = 60^\circ$

$ECH = EFH$ より $EFH = 10^\circ$ よって $EFG = 40^\circ$

$BGF = 60^\circ = EGF$, $BFG = 40^\circ = EFG$

よって $BGF = EGF$ よって $GB = GE$

$BGE = 120^\circ$ より $BEG = 30^\circ$

$BAE = 20^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $ADB = AEB = 30^\circ$

340

E を $BAE = 10^\circ$

F を $BCF = 60^\circ$ と

$CBF = 60^\circ$ の交点

G を $ABG = 20^\circ$

H を AE と BG の交点

I を AC と HF の交点 とする。

BCF は正三角形より $BF = BC$

BAC は 2 等辺三角形より $BA = BC$ よって $BA = BF$

$ABF = 40^\circ$ より $BAF = BFA = 70^\circ$ よって $GAF = 30^\circ$

$GBF = 20^\circ = GCF$ より $GBCF$ は同一円周上にある。

よって $BGC = BFC = 60^\circ$, $CGF = CBF = 60^\circ$ よって $AGH = AGF = 120^\circ$

よって $AHG = AFG$ よって $AH = AF$

$HAF = 60^\circ$ より AHF は正三角形 よって $AHI = AFI$

よって $HI = FI$, $AC = HF$

よって $CHI = CFI$ よって $HCI = FCI = 20^\circ$ よって $BCH = 20^\circ$

$CBH = 80^\circ = CEH$ より $HBEC$ は同一円周上にある。よって $HEB = HCB = 20^\circ$

$BAE = 10^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

よって $ADB = AEB = 20^\circ$

341

E を $BAE = 10^\circ$

F を AC に関する B の対称点 ($AC \perp BF$) とする。

$EAH + ECF = 180^\circ$ より

$AECF$ は同一円周上にある。

よって $AEF = ACF = 50^\circ$,

$EFC = EAC = 20^\circ$

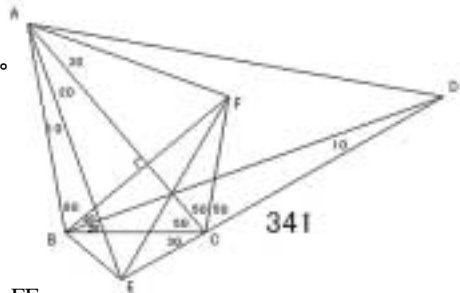
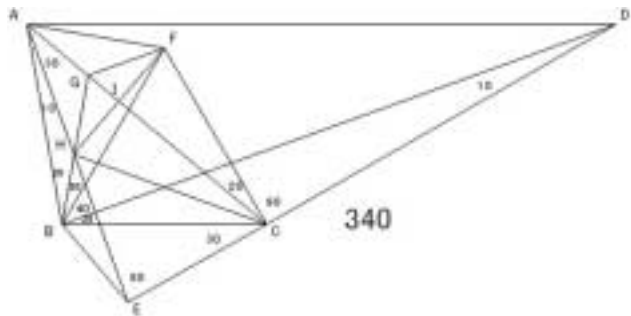
FAE は 2 等辺三角形より $FA = FE$

FAB は正三角形より $FA = FB$ よって $FB = FE$

$BFE = 20^\circ$ より $FEB = 80^\circ$ よって $AEB = 30^\circ$

$BAE = 10^\circ = BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。

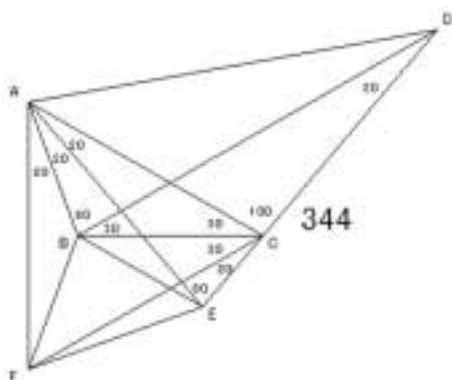
よって $ADB = AEB = 30^\circ$



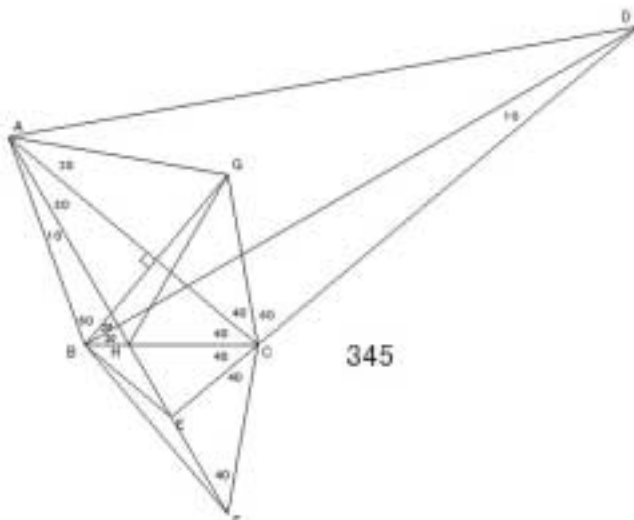
342 解法 C

343 解法 B

344

E を $\angle BAE = 20^\circ$ F を $\angle ACF = 60^\circ$ と $\angle CAF = 60^\circ$ の交点とする。 $\triangle CAF$ は正三角形より $CA = CF$ よって $\angle CAB = \angle CFB$ よって $BA = BF$ よって $\angle AFB = 20^\circ$ $\triangle ACE$ は 2 等辺三角形より $AC = AE$ $\triangle ACF$ は正三角形より $AC = AF$ よって $AE = AF$ よって $\angle AEB = \angle AFB$ よって $\angle AEB = 20^\circ$ $\angle BAE = 20^\circ = \angle BDE$ より A, B, E, D は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$ 

345

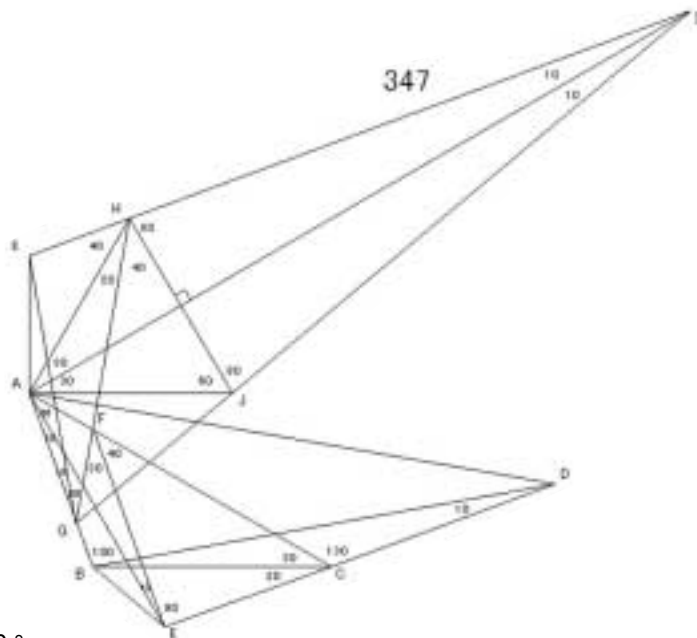
E を $\angle BAE = 10^\circ$ F を $\angle ECF = 40^\circ$ G を AC に関する B の対称点 ($\angle ABG = 60^\circ$)

H を BC と AE の交点 とする。

 $\triangle ABG$ は正三角形である。 $\angle HAG = 50^\circ = \angle HBG$ より A, B, H, G は同一円周上にある。よって $\angle BGH = \angle BAH = 10^\circ$, $\angle AHG = \angle ABG = 60^\circ$ よって $\angle GHC = 60^\circ$ よって $\angle FHC = 60^\circ$ よって $\angle GHC = \angle FHC$ よって $CG = CF$ $\triangle CBG$ は 2 等辺三角形より $CB = CG$ よって $CB = CF$ よって $\angle CBE = \angle CFE$ よって $\angle CBE = 40^\circ$ よって $\angle AEB = 20^\circ$ $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より A, B, E, D は同一円周上にある。よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$

346 解法 B

347



E を $\angle BAE = 10^\circ$

F を $\angle AEF = 10^\circ$

G を $\angle EFG = 30^\circ$

H を GF 上で $\angle FAH = 90^\circ$

I を $\angle HAI = 30^\circ$ と $\angle AHI = 140^\circ$ の交点

J を AI に関する H の対称点

K を $\angle AGK = 10^\circ$ とする。

JHA は 2 等辺三角形 (正三角形) で $AJH = 2 \times \angle AGH$ より

J は $\triangle AGH$ の外心である。

よって $\angle JA = \angle JG$ よって $\angle GAJ = 70^\circ$ より $\angle AJG = 40^\circ$

ゆえに $\angle GJI = 180^\circ$ となり一直線

$\angle AIK = 10^\circ = \angle AGK$ より $\angle KAGI$ は同一円周上にある。

よって $\angle AKG = \angle AIG = 10^\circ$ ゆえに $\angle KAF = 120^\circ$

$\angle KAF + \angle KHF = 180^\circ$ より $\angle KAFH$ は同一円周上にある。

よって $\angle AFK = \angle AHK = 40^\circ$ よって $\angle EFK$ は一直線

$\angle AGK = 10^\circ = \angle AEK$ より $\angle KAGE$ は同一円周上にある。

よって $\angle AEG = \angle AKG = 10^\circ$ ゆえに $\angle GEC = 110^\circ$

$\angle GBC = 110^\circ = \angle GEC$ より $\angle GBEC$ は同一円周上にある。

$\angle GBC + \angle GFC = 180^\circ$ より $\angle FGBC$ は同一円周上にある。

よって $\angle FGBEC$ は同一円周上にある。

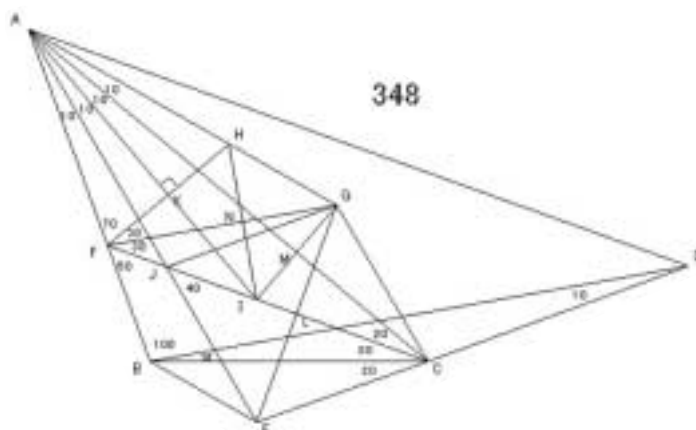
$\angle GCF = \angle GEF = 20^\circ$ ゆえに $\angle GCB = 10^\circ$

$\angle GEB = \angle GCB = 10^\circ$ ゆえに $\angle AEB = 20^\circ$

$\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $\angle ABED$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 20^\circ$

348



E を $\angle BAE = 10^\circ$

F を $\angle BCF = 20^\circ$

G を $\angle CAG = 10^\circ$ と $\angle CFG = 30^\circ$ の交点

H を $\angle AFH = 70^\circ$

I を $\angle CAI = 10^\circ$ ($AI \perp FH$)

J を AE と CF の交点

K を AI と FH の交点

L を CF と EG の交点

M を AC と GI の交点

N を FG と HI の交点 とする。

AFK AHK より $FK = HK$ ゆえに IFK IHK より FHI は正三角形
よって FHN FIN より $HN = IN$, FN HI より GHN GIN
よって $\angle GHI = 50^\circ$ より $\angle GIH = 50^\circ$

よって $\angle GIA = 80^\circ$ よって AC GI より AGM AIM より $GM = IM$
よって CGM CIM より $\angle MCG = 20^\circ$ よって $\angle GCI = 40^\circ$

$\angle JAG = 30^\circ = \angle JFG$ より AFJG は同一円周上にある。

よって $\angle FGJ = \angle FAJ = 10^\circ$ よって $\angle CJG = 40^\circ$

よって ECJ GCJ (よって 四辺形 JECG は菱形) より $JE = JG$

よって JEL JGL より $EL = GL$, JL EG

よって FEL FGL より $\angle FEL = \angle FGL = 60^\circ$

よって $\angle FEA = 10^\circ$ より $\angle FEC = 110^\circ$

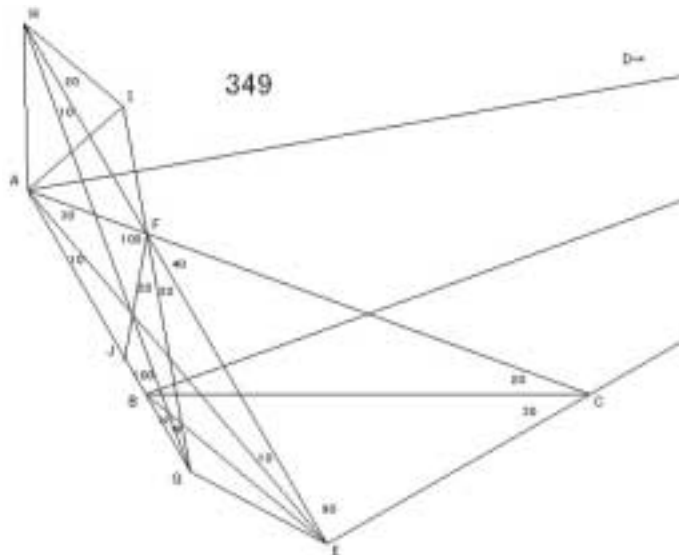
$\angle FBC = 110^\circ = \angle FEC$ より FBEC は同一円周上にある。

よって $\angle FEB = \angle FCB = 20^\circ$ より $\angle AEB = 30^\circ$

$\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$

349



E を $\angle BAE = 10^\circ$

F を $\angle AEF = 10^\circ$

G を $\angle EFG = 20^\circ$

H を EF 上 $\angle FGH = 10^\circ$

I を GF 上 $\angle FHI = 20^\circ$

J を $\angle AFJ = 100^\circ$ とする。

FGH は 2 等辺三角形より $FG = FH$

よって $\angle JFG = \angle IFH$ よって $JG = JF = IF = IH$

FAJ は 2 等辺三角形より $FA = FJ$ よって $FA = FI$

$\angle AFI = 60^\circ$ より $\triangle AFI$ は正三角形 よって $IF = IA$ よって $IA = IH$

$\angle AIH = 80^\circ$ より $\angle IAH = \angle IHA = 50^\circ$ よって $\angle AHG = 20^\circ$

$\angle AGH = 10^\circ = \angle AEH$ より AGEH は同一円周上にある。

よって $\angle AEG = \angle AHG = 20^\circ$

$\angle GBC = 60^\circ = \angle GFC$ より BGCF は同一円周上にある。

$\angle GBC + \angle GEC = 180^\circ$ より BGEC は同一円周上にある。

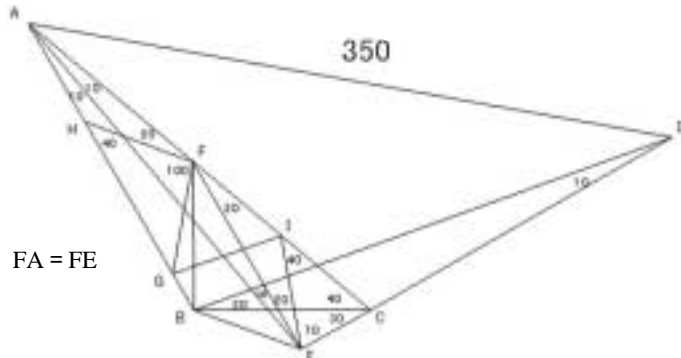
よって BGECF は同一円周上にある。

よって $\angle BEF = \angle BCF = 20^\circ$ よって $\angle BEA = 10^\circ$

$\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 10^\circ$

350



E を $\angle BAE = 10^\circ$

F を $\angle AEF = 10^\circ$

G を $\angle AFG = 120^\circ$

H を $\angle AFH = 20^\circ$

I を $\angle FEI = 20^\circ$ とする。

FAE は 2 等辺三角形より $FA = FE$

よって $\angle HAF = \angle IEF$

よって $HA = HF = IE = IF$

FGH は 2 等辺三角形より $FG = FH$ よって $FG = FI$

$\angle GFI = 60^\circ$ より $\triangle FGI$ は正三角形 よって $IF = IG$

ICE は 2 等辺三角形より $IC = IE$ よって $IC = IG$

ICG は 2 等辺三角形となり $\angle CIG = 120^\circ$ より

$\angle ICG = \angle IGC = 30^\circ$ よって $\angle BCG = 10^\circ$
 $\angle FGC = 90^\circ = \angle FEC$ より $FGEC$ は同一円周上にある。
 よって $\angle FEG = \angle FCG = 30^\circ$ よって $\angle AEG = 20^\circ$
 $\angle BGE = \angle GAE + \angle GEA = 30^\circ = \angle BCE$ より $GBEC$ は同一円周上にある。
 よって $\angle BEG = \angle BCG = 10^\circ$ よって $\angle BEA = 30^\circ$
 $\angle BAE = 10^\circ = \angle BDE$ より $ABED$ は同一円周上にある。
 よって $\angle ADB = \angle AEB = 30^\circ$

351

E を $\angle CBE = 60^\circ$ と $\angle BCE = 60^\circ$ の交点 (BD EC)

F を BD と CE の交点 とする。

$\angle BCF = \angle BEF$ より $CF = EF$

よって $\angle DCF = \angle DEF$

よって $\angle EDF = 10^\circ$, $\angle DEF = 80^\circ$

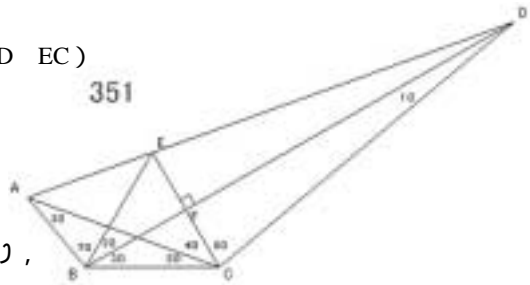
$\triangle EBC$ は 2 等辺三角形 (正三角形) であり,

$\angle BEC = 2 \times \angle BAC$ より

E は $\triangle ABC$ の外心である。

よって $EA = EB$ よって $\angle AEB = 40^\circ$

よって AED は一直線 よって $\angle ADB = 10^\circ$



352

E を $\angle BCE = 20^\circ$

F を $\angle BCF = 60^\circ$ と

$\angle CBF = 60^\circ$ の交点 (BD CF)

G を BD と CF の交点とする。

$\triangle BCF$ は正三角形である

よって $\angle BCG = \angle BFG$

よって $CG = FG$

よって $\angle DCG = \angle DFG$ よって $\angle DFG = 80^\circ$, $\angle FDG = 10^\circ$

$\triangle FBC$ は 2 等辺三角形 (正三角形) で $\angle BFC = 2 \times \angle BEC$ より

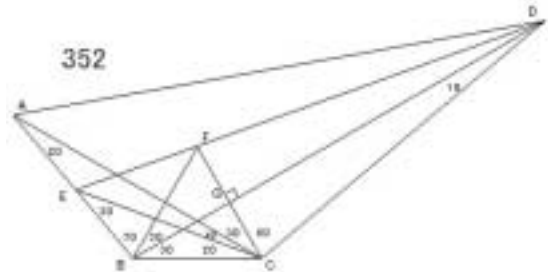
F は $\triangle BCE$ の外心である。

よって $FB = FE$

よって $\angle BFE = 40^\circ$ となり DFE は一直線

$\angle EAC = 20^\circ = \angle EDC$ より $AECD$ は同一円周上にある。

よって $\angle ADE = \angle ACE = 10^\circ$ よって $\angle ADB = 20^\circ$



解法 A

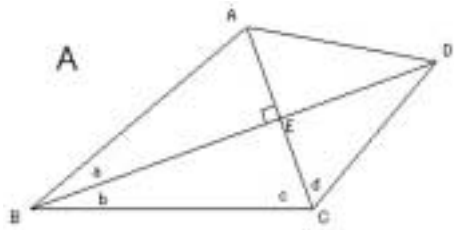
E を AC と BD の交点とする。

AC BD かつ $\angle ABE = \angle CBE$ であるから,

$\angle ABE = \angle CBE$ ゆえに $AE = CE$.

よって $\angle DAE = \angle DCE$

よって $\angle ADB = \angle CDB$ となる。



解法 A の問題

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122, 203, 204, 205, 206, 207, 208, 209, 271, 272, 273, 274, 301, 302, 303 (28問)

解法 B

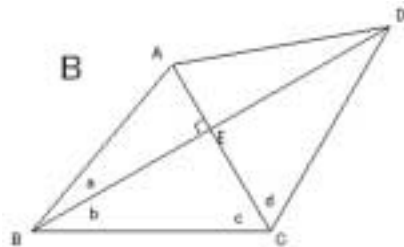
E を AC と BD の交点とする。

AC BD かつ $\angle BCE = \angle DCE$ であるから,

$\angle BCE = \angle DCE$ ゆえに $BE = DE$.

よって $\angle ABE = \angle ADE$

よって $\angle ADB = \angle ABD$ となる。



解法 B の問題

40, 59, 73, 78, 100, 136, 148, 157, 180, 193, 216, 227, 242, 251, 261, 284, 288, 294, 309, 316, 327, 331, 343, 346 (25問)

解法 C

E を BA の延長上で BD ⊥ CE となる点

F を BD と CE の交点とする。

$\angle EBF = \angle CBF$ かつ

$\angle ACB + 2 \angle ACD = 180^\circ$ である。

($\angle CBD + \angle ACB < 90^\circ$)

$\angle EBF = \angle CBF$ より $\angle BCF = \angle BEF$ よって $CF = EF$ よって $\angle CDF = \angle DEF$

$\angle CDE = 2 \times \angle CDB = 2 \times (180^\circ - \angle CBD - \angle ACB - \angle ACD)$

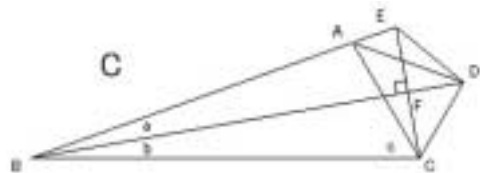
$\angle BAC = 180^\circ - \angle ABD - \angle CBD - \angle ACB$

よって $\angle CDE - \angle BAC = 180^\circ - \angle CBD - \angle ACB - 2 \angle ACD + \angle ABD$
 $= 180^\circ - \angle ACB - 2 \angle ACD = 0$

ゆえに $\angle CDE = \angle BAC$ よって ACDE は同一円周上にある。

よって $\angle ADC = \angle AEC = 90^\circ - \angle ABD = 90^\circ - \angle CBD$

よって $\angle ADB = \angle ADC - \angle BDC = 90^\circ - (\angle CBD + \angle BDC)$
 $= 90^\circ - (180^\circ - \angle ACB - \angle ACD)$
 $= 90^\circ - \angle ACD$



解法 C の問題

5, 10, 109, 115, 201, 202, 270, 300, 342 (9問)

解法 D

E を AB で BD と CE となる点

F を BD と CE の交点とする。

$$EBF = CBF \text{ かつ}$$

$$ACB + 2 \angle ACD = 180^\circ \text{ である。}$$

$$(\angle CBD + \angle ACB > 90^\circ)$$

$$CBF = EBF \text{ より } \angle BCF = \angle BEF$$

よって $\angle CDF = \angle EDF$

$$\angle CDE = 2 \times \angle CDB = 2 \times (180^\circ - \angle CBD - \angle ACB - \angle ACD)$$

$$\angle BAC = 180^\circ - \angle ABD - \angle CBD - \angle ACB$$

よって

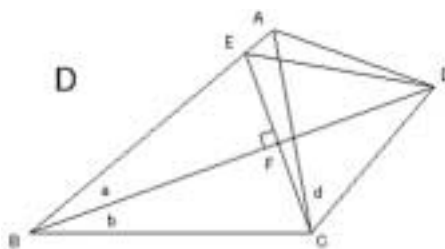
$$\begin{aligned} \angle CDE - \angle BAC &= 180^\circ - \angle CBD - \angle ACB - 2 \angle ACD + \angle ABD \\ &= 180^\circ - \angle ACB - 2 \angle ACD = 0 \end{aligned}$$

ゆえに $\angle CDE = \angle BAC = \angle EAC$

よって AECD は同一円周上にある。

$$\text{よって } \angle ADE = \angle ACE = \angle DCF - \angle ACD$$

$$\begin{aligned} \text{よって } \angle ADB &= \angle ADE + \angle EDB \\ &= \angle DCF - \angle ACD + \angle CDF \\ &= 90^\circ - \angle ACD \end{aligned}$$



解法 D の問題

20, 25, 123, 129, 210, 211, 275, 304, 337 (9問)

解法 E

A から BC に垂線 F をおろし, BD との

交点を E とする。

$$\angle CBD + \angle ACD = 90^\circ \text{ である。}$$

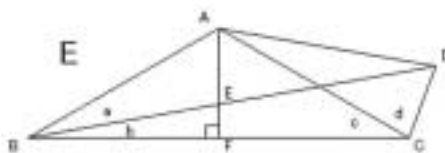
$$\angle ABC = \angle ACB \text{ より } \triangle ABC \text{ は 2 等辺三角形}$$

$$\angle ABE = \angle ACE \text{ より } \angle ACE = \angle ABE$$

$$\angle AED = \angle BEF = 90^\circ - \angle CBD = \angle ACD \text{ より}$$

よって AECD は同一円周上にある。

$$\text{よって } \angle ADB = \angle ADE = \angle ACE = \angle ABD$$



解法 E の問題

1, 31, 56, 80, 82, 86, 88, 113, 134, 151, 161, 167, 171, 190, 220, 233, 237, 249, 263, 278, 282, 299, 308, 318 (24問)

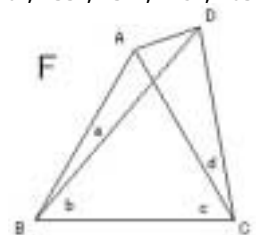
解法 F

$$\triangle CAB \text{ において, } \angle ABC = \angle BAC \text{ より } CA = CB$$

$$\triangle BCD \text{ において, } \angle DBC = \angle BDC \text{ より } CB = CD$$

よって BAD を通る円は C が中心である。(C は BAD の外心)

$$\text{よって } \angle ADB = \angle ACB / 2$$



解法 F の問題

29, 50, 65, 74, 79, 107, 125, 139, 149, 150, 182, 195, 214, 225, 248, 250, 259, 269,

283, 286, 290, 307, 310, 322 (24問)

解法 G

E を DC の C の方の延長線上で $BC = AE$ となる点

F を BC と AE の交点とする。

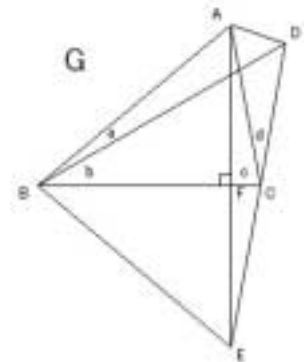
$\angle ACF = \angle ECF$ より $\angle CAF = \angle CEF$ よって $AF = EF$

よって $\angle ABF = \angle EBF$

よって $\angle BEA = \angle BAE = 90^\circ - \angle ABC$

また $\angle BAE = \angle BDE$ より ABED は同一円周上にある。

よって $\angle ADB = \angle AEB = 90^\circ - \angle ABC$



解法 G の問題

12, 41, 62, 74, 81, 95, 118, 137, 152, 161, 166, 173, 192, 207, 217, 230,
237, 247, 260, 274, 281, 286, 293, 306, 312, 322 (15問)

References

- [1] 兼山瓊典: Langley の問題とその一般化問題の解法 岐阜聖徳学園大学紀要第43集 (2004年) 53頁 72頁
- [2] 山下純一: 数学の未来史, ラングレーの問題 理系への数学 5 (2003年) 69頁 72頁