

教材としての「九九」の歴史的研究（その2）
—「吉田光由の選択とその影響」の解明に向けての年表—¹⁾²⁾

柴 田 録 治

**Historical Study on multiplication table (“Ku-Ku”)
as teaching materials in school mathematics
—Chronological kuku table contributive to elucidate
to play Yoshida Mituyoshi’s parts in changing time—**

Rokuji Shibata

Abstract

Kuku tables in the old China had changed into New type at the time emerging Mongorian Imperial, that is old type kuku starting from phrase [9・9.81] , transited into New type kuku ending at the phrase [9・9.81] , which is adopted in China till today.

In Japan, Our Kuku tables are affected by these Chinese movements and shows more varieties in kuku types than Chinese.

Concerning this, Yosida Mituyoshi played an important role in our kuku history. To elucidate his work, I summarize the chronological kuku tables with some features of new ages.

1 九九表の特徴づけ

中国の九九は、モンゴル帝国の成立を期に、逆転した「九九」に変容している。すなわち、古代の「九九八十一から始まる九九」から、現在の「九九八十一で終わる九九」へと一大変身を遂げている。日本においても、これらの影響を受けながら、徐々に多様な側面を示しつつ変遷してきたとみられる。この時期を中心に両国の変容の様相を捉えるため暫定的九九年表を作成し、吉田光由の掛け算九九の選択・実施環境、そしてその影響の姿をとらえる準備を整える。そのため、九九表を2つの視点、タイプ分けと、パターン分けで特徴づけて作成することとする。

1-1. 九九表の特徴づけ—タイプ分け

九九表を大きく二分して、モンゴル帝国以前と以後とにわけ、以前の古いタイプを、O型、P型、Q型と3分し、以後の新しいタイプを、R、S、T、……型として分類する³⁾。

(1) 〈タイプ分けの形態的視点〉とは、古代の中国・日本において「九九八十一」が最初の句となっている特徴があるので、この「九九八十一」の平方数が初発にあるか末尾に来るかに着眼してタイプ分けをする。

① 「九九八十一」が九九の最初の句となるもの……O、P、Q

O型；九九あるいは九九表への言及があるものの、具体的には句の順などの表現が不明のもの
 P型；平方数から始まる36句型九九である。

P型	九九→八八→七七→六六→五五→四四→三三→二二。
	八八→七七→六六→五五→四四→三三→二二。
	七七→六六→五五→四四→三三→二二。
	六六→五五→四四→三三→二二。
	五五→四四→三三→二二。
	四四→三三→二二。
	三三→二二。
	二二。
	一一。
	一。
	〇。

具体的には；

九九八十一，八九七十二，……
 ……二二而四。

すなわち k の段は次の通りである。

$$kk. (k-1)k. (k-2)k. \dots 2k.$$

ただし $k = 9.8.7.6.5.4.3.2$
 とした段や句の展開を持つ。

例. 敦煌での木片記載九九 拾芥抄

Q型；P型の展開に，一九，一八，……，一一と言った1との積，9句がさらに付加された45句型九九である。

九九八十一，八九七十二，……二二而四，一二而二，一一而一

すなわち k の段は次の通りである。

$$kk, (k-1)k, (k-2)k, \dots 2k, 1k \quad \text{ただし, } k = 9.8.7.6.5.4.3.2.1$$

例. 敦煌千佛洞経 口遊

② 「九九八十一」が九九の最後の句として終わるもの……R, S, T等

(最初の要素が一一如一〈あるいは二二如四〉で始まるもの)

R型；これは，Q型を全く逆順にならびかえたもの，平方数で終わる45句型タイプ

一一如一：一二如二，二二如四：……，八九七十二，九九八十一

すなわち k の段は次の通りである。

$$1k. 2k. 3k. \dots (k-2)k. (k-1)k. kk \quad \text{ただし, } k = 1.2.3.4.5.6.7.8.9.$$

要するにR型は，段が第二要素で分類される伝統的な仕方で定められている。

例. 算学啓蒙. 算法統宗. 豎亥録

ロドリゲスの記述した第一タイプの日本の九九？

S型；平方数から始まり，乗数を大きくし，9までの数の組を考える45句型タイプ

一一如一，一二如二，一三如三，……，一九如九

二二如四，二三如六，二九十八

……九九八十一

k の段は，次のようである。

$$kk. k(k+1). k(k+2) \dots k8. k9 \quad \text{ただし, } k = 1.2.3. \dots 9$$

S型は，段が第一要素（被乗数）により構成されている。1との積を含める45句タイプ。

例. 寛永四年版塵劫記

ロドリゲスの記述した第二タイプの日本の九九

T型；二二如四，一三如三，二三如四，……，八九七十二，九九八十一

k の段は，次のようである

$$kk. k(k+1). k(k+2) \dots k8. k9 \quad \text{ただし, } k = 2.3.4. \dots 9$$

T型は，S型から，1との積を除外した36句型九九表である。

例. 寛永八年版塵劫記

U型；一一如一，一二如二，一三如三，……，八九七十二，九九八十一

k1. k2. k3. ……k7. k8. k9 ただし、 $k = 1. 2. 3. …… 7. 8. 9$

例. 現在の日本の九九

F型 この他、二次元の表の形式をもついわゆる枠組みを持つタイプをこれらに追加し、分類を考えるものとする。

1-2. 九九表の特徴づけ—パターン分け

〈パターン化の視点〉を掲げておこう。

A. 句数による分類；36.45.(48).64.81.100.144.25*25.∞×9（広九九）

先に句数36句の九九表としてP型，敦煌・居延；T型，寛永八年塵劫記に言及した。

句数45として，Q型，R型，S型がある。

句数48として，1578数学通軌には，他のR型九九表には見られない $8 \cdot 7 = 56$ ； $9 \cdot 7 = 63$ ；
と $9 \cdot 8 = 72$ とがあって，計48句になる。

B. 表中における句の置かれ方による分類

1. 問題順序による順の提示

例. 孫子算経

2. consecutive

段と次の段との区切りのないもの

例. 口遊，算学啓蒙

3. separate；段と次の段との間に区切りあり

3-1 subconciouness of groupe（段）

例. 筆算啓蒙，数学啓蒙

3-2 clear Expression of groupe（段）

例. 算法統宗

3-3 headings

例. 因婦算歌 九因

4. Framed；No heading, または heading(s)

4-0 no heading

例. 加算九九ノ図

4-1 combinational table of number

例. 洋算用法の広九九

4-2 combinational table of numeral

例. 戦後の九九表

C. 表中における句の配列様態による分類

1. 縦並び型（上から下へ，そして左へ）

2. 横並び型

2-1 左から右へ（そして下へ）→

例. 洋算用法，西算速知

2-2 右から左へ（そして下へ）←

例. 小学入門

D. 句の表記法；

1. 使用数字（漢数字，アラビア数字）または数図 数図の例. 数理精蘊

2. 記数法の大原則，とその省略化の度合 例18を十八とするか一十八とするか

3. 特別な漢字等の使用；而. 如. 成. 得. 当. 成. 為 が の

積1位数に対しての語：而. 如. 成（数学通軌），為（数理精蘊），得（現代中国）
が の

積何十（ラウンドナンバー）に対しての語：得（算法統宗），當＝当（算法指南）

1-3. タイプ分けに対する若干の補足

P型：「拾芥抄←敦煌・居延考古学的資料」タイプ

九九→八八→七七→六六→五五→四四→三三→二二。
八八→七七→六六→五五→四四→三三→二二。
七七→六六→五五→四四→三三→二二。
六六→五五→四四→三三→二二。
五五→四四→三三→二二。
四四→三三→二二。
三三→二二。
二二。
一一。
〇。
P 型

九九の句が9の平方数から、2の平方数へと移動するもの

Q型：「口遊←孫子算経・敦煌千佛洞算経」タイプ

「口遊」に描かれた「孫子算経」と同じ順序で配列された九九表のタイプを想定している。
(参照；孫子算経卷上 四丁裏～11丁表)

九九の句の取り上げ方は以下の通りであった；

九九→八八→七七→六六→五五→四四→三三→二二→一一。
八八→七七→六六→五五→四四→三三→二二→一一。
七七→六六→五五→四四→三三→二二→一一。
六六→五五→四四→三三→二二→一一。
五五→四四→三三→二二→一一。
四四→三三→二二→一一。
三三→二二→一一。
二二→一一。
一一。
〇。
Q 型

〈孫子算経→口遊〉とするのも時間の流れに適合する表記であったかもしれないが、日本の九九分類で「口遊」とするものがすでに存在すること、及び私の研究の狙いが我が国の九九の対外的影響とその発展の意味を考察する願いを持つことから上述の表現を選択した。

他のタイプ命名についても同様である。

R型：「豎亥録←算学啓蒙・算法統宗」タイプ

一一	平方数まで	45句
一二→二二		
一三→二三→三三		
一四→二四→三四→四四		
一五→二五→三五→四五→五五		
一六→二六→三六→四六→五六→六六		
一七→二七→三七→四七→五七→六七→七七		
一八→二八→三八→四八→五八→六八→七八→八八		
一九→三九→四九→五九→六九→七九→八九→九九		
		R 型

モンゴル帝国の出現は古代の句の順を、完全に逆転させる。

その代表が算学啓蒙1299、算法統宗1593である。

この中国での並べ方は、塵劫記1627の著者吉田光由の兄弟子数学者今村知商が、後進の数学者のために記し配布した書「豎亥録（じゅがいろく）」1639に取り上げており、そしてその影響は、筆算訓蒙1869に再度見出され明治学制成立期まで及ぶことになる。それをふまえて、この九九の配列の仕方を私は、

R型「豎亥録←算学啓蒙・算法統宗」タイプと名付けることとする。

ついでながら、現代中国小学校教科書(乘法口訣表；六年制小学課本、数学、第三冊 p.55. 人民教育出版社数学室編1989年1月)もこのタイプの九九の配列を受け継いでいると見てよい。このことについては、紀要第40集 p24で含意的ではあったが既に示したところである⁴⁾。

S型：「塵劫記（寛永四年版1627）タイプ」

モンゴル帝国出現による九九の句順の逆転は、さらに進んで、「段の構成」にまで及ぶ再構

成にまで改善が加わる。例えば、句は積(被乗数)×(乗数)として書かれるが、段のグルーピングを、P・Q・R型においては、(乗数)により分類してきたものを、S、T型では(被乗数)に変更して、(被除数)により分類する試みがなされている。これによれば、たとえば3の段は、1・3, 2・3, 3・3, の3句構成であったものが、S型では、3・3, 3・4, 3・5, 3・6, 3・7, 3・8, 3・9, の7句構成にと変化する(これは1との積を含むの場合である。含まない場合、2句構成から7句構成へと変化するようになる)。

一一→一二→一三→一四→一五→一六→一七→一八→一九
二二→二三→二四→二五→二六→二七→二八→二九
三三→三四→三五→三六→三七→三八→三九
四四→四五→四六→四七→四八→四九
五五→五六→五七→五八→五九
六六→六七→六八→六九
七七→七八→七九
八八→八九
九九

吉田光由の塵劫記が寛永4年(1627)に刊行されるが、S型九九を採用していたという。この型は、大正十四年に全九九が国定教科書に採用されるまで存続することになる。

T型：「塵劫記(寛永八年版1631)タイプ」

二二→二三→二四→二五→二六→二七→二八→二九
三三→三四→三五→三六→三七→三八→三九
四四→四五→四六→四七→四八→四九
五五→五六→五七→五八→五九
六六→六七→六八→六九
七七→七八→七九
八八→八九
九九

いわゆる初版本は、その評判のよさにより、より多数の海賊版が刊行されそれらにはあまつさえ誤記等が多くあり光由は自己の評判にかかわると判断し、朱書きや緑での書き入れた塵劫記(寛永八年版)を発行した。この書は句数を(寛永四年版)の45句から、1との積としての9句を外して、句数を36句に減少させている。

さて以上の視点をふまえ江戸時代までの数学書を中心に九九にかかわる年表を作成することとする。

2-1. 九九年表A (太古～江戸時代)

九九タイプ分け O, P, Q; R, S, T, U, F

なお、表中のP₀, Q₀, R₀等の添数「0」は中国数学書を示す⁵⁾。

中国	日 本	書 名	事 項	型	句 数	積 一 位	積 一 十	並び句 具の 方合並	名 称
殷 西周 東 周	～BC1100年頃 ～BC770年 春秋 BC403 BC256	周髀算經 九九; 特記に値しない知的財産		O ₀					
秦 前漢 新 後漢	戦国 BC221 BC221～202 BC202～AD.9 AD.9～25 AD25～220	敦煌・居延 九章算術		P ₀	36而□		consecutive		2位数×2位数の問題から始まる

	2C	数術記遺		
三国時代	265			
	263	魏劉徽九章算術注		九九への言及アリ
	266	(晋書, 日本書紀)		
西晋	317			
東晋	420			
		孫子算經	Q ₀	45如, 問題提示 type
		夏侯陽算經	O ₀	「乗除之法先明九九」ト言及アリ
	538	百濟より仏教伝来 算經十書, 日本へ	P ₀ Q ₀	36 P 45Q
南北朝	589			
隋	589~618; 600	遣隋使はじめて渡航 敦煌千佛洞算經		
		伯3349号 算經	Q ₀	45而□ consecutive
		斯4569号	Q ₀	45而□ consecutive 九九乘法歌
		斯930号	Q ₀	45而□ consecutive 背面立成算經
		など		如
		敦煌・居延考古学的資料		36而□ consecutive
	700~ 800	奈良時代		
	800~1192	平安時代		
唐	907			
五代十国	960			
	970	源為憲; 口遊	Q	45□□ consecutive
南宋	1126~			
	1206	テムジン部族統一		~~~~~
	1260	フビライ即位 64大都		
	1274	楊輝; 楊輝算法	R ₀ ?	「先念九九合数一一如一至九九八十一」
元	1279~1368			
	1299	朱世傑; 算学啓蒙	R ₀	45如□ cons ○の区切りナシ釋九数法
	****	賈亨; 算法全能集	S ₀	45如□ cons ○段頭except 1 因法, 九因乃法
	1373	安止齋; 詳明算法	R ₀	45如□ cons ○段尾 九九合数法
	1450	呉敬; 九章算法一		
		比類大全	R ₀	45如□ cons ○段尾 九九演数
	室町	拾芥抄 (九九)	P	36□□ cons ○の区切りナシ
	1524	****; 算学宝鑑	R ₀	45如□ cons ○の区切りナシ九九合数
			+陰R ₀	
			= U	81如□
	1578	数学通軌	R ₀	48如成 separ ○段頭 習九九数 総念歌
	1593	程大位; 算法統宗	R ₀	45如得 cons ○段頭 九九合数
	1595	天草耶蘇学会; ラポ日対訳辞典 日葡辞典		
	1604-8	Ioão Rodriguez; Arte da lingoa de Iapam 日本文典	R ? & S	1・9 2・9 3・9……9・9の記述あり 同時に 81ガ, ノ, consecutive ○ナシ
	1604	黄龍吟; 算法指南	R ₀	45如当 separ ○数字段頭 因法総念
	1614	利瑪竇, 他 同文算指	F	81 framed 九九相乗図
			& T ₀	45如得 cons ○の区切りナシ九九相乗歌
	~1627	室町安土桃山		

明	1368~1644~62				
	1627	吉田光由；塵劫記 I	S	45□□ ? ?	
	1631	吉田光由；塵劫記 II	T	36ノ□separa	
	1639	今村知商；豎亥録	R	45□□separa n因 の頭出し	
	1627~1868	江戸時代			
	1723	康熙帝；数理精蘊	平方 +T ₀ F	45為□ ○の区切りナシ 45Fram 数図；ドットによるアレイの数図	
	1782	四庫全書総目提要			
	1853	偉烈亜力；数学啓蒙	R ₀	45如得 separ	
	1857	福田理軒；西算速知	F	81□□ Framed	
	1857	柳河春三；洋算用法	F F	81□□ Framed ∞×9 Framed	九九合数表 広九九
	1868~1912	明治時代			
清	1645~1912				
	1869	塚本明毅；筆算訓蒙 小学入門	R R ₀	45如得 separ 36□□ Fram	
中華民国	1912~1949				
中華人民共和国	1949~	六年制小学課本 数学第三冊 乘法口訣表	R ₀	45得□ consecutive ○の区切りナシ	

この年表中のゴシック体数学書について、「九九」関連部分を附録に収録する。

2-2. 九九年表B（江戸，明治期での，R・S・T型を中心に）^{6,7)}

さて，九九の順の大転換が生じた後，和算書においても，R，S，Tの3系列の九九タイプの和算書の刊行がなされている。須賀源藏氏の作業に敬意を払いつつ，江戸明治の時代の九九の流れに注目したい³⁾。

和算に深い関心を寄せこれを学び発展させた先人達は，豎亥録のRタイプの九九が背後に重厚な中国数学という学問とつながりを持つことから，豎亥録のRタイプの九九の信奉がある。それも根強いものであったと見る。実用的数学に便利なソロバンに対して，天元術等算木をあやつりいわば代数的発展にかかわる人々にとっては，意識的にもこのR型九九をもとに構成される世界への帰属願望があったのではないかと考えている。

例えば，明治初期の数学のテキストとして，沼津兵学校教官をしていた塚本明毅の「筆算訓蒙」が引き合いに出されるが，この書は，R型九九を採用している，約百年の間にR型はこの書1冊である。この書籍がR型をひっさげて出現したのは前述の憧憬願望と「数学啓蒙」を種本とする書であるからか，あるいは，塵劫記型S型T型全盛の時代であったからこそ，復古の中に新しい西洋数学を紹介できるとしたのであろうか。この点自分の考えはいずれを是とするかの考えに至っていない。

塵劫記は，ソロバンをふくむ挿し絵入りの計算書であり，算盤という計数器の為の数学のテキストであった。寛永11年の版に「遺題」が初見する。巻末に解答の付してない問題が付されたが，解答した者は新たな自作問題を提示して挑戦を待った。これは挑戦者に問題解決の機会を与え，

この体験させ、受け身の学習をより積極的な探究的学習に変身させ、日本の数学、和算の発展に貢献したのであった。これらがSとTのタイプである。

算用記（龍谷大学蔵）

- 1622 元和8年 割算書, 毛利重能 八算見一
 1627 稿本百川治兵衛 諸勘分物（第二卷）於佐渡
 弟子のために書き残した公式集
 1627 寛永4年 塵劫記, 吉田光由 S型
 1628 寛永5年 算用記（天理大学蔵）

		R型	S型	T型
		竖亥録・算学啓蒙	塵劫記寛永四年型	塵劫記寛永八年型
1627	寛永4年	竖亥録（今村知商） 因婦算歌（卷之上）	塵劫記, 寛四版	塵劫記寛八版
1631	寛永8年		塵劫記	
1634	寛永11年		新編塵劫記	
1639	寛永16年		塵劫記	ア
1640				
1641	寛永18年			
1641	寛永18年			
1643	寛永20（万用不求算）商と余りを数表にした			
1653				
1657	明暦3年			◎参向録 遺題解答書 算元記（藤本茂元）
1657	円方四卷記（初坂重春）			165
1657	格致算書（柴村盛之）遺題書		円方四卷記	
1658	萬治元年		新編算学啓蒙（道雲・久田玄哲）	
1659	萬治2年			◎改算記
1661			算法闕疑抄	
1662	寛文2年		竖亥録仮名抄 （安藤有益）	
1663	◎算俎			
1664	◎童介抄			
*1667	◎方円秘見集			
1669	寛文9年		◎算法根源記	
1669	寛文9年		新篇塵劫記	ア
1670	寛文10年		◎古今算法（沢口氏一之）	
	◎算法発蒙集			
1671	◎算法直解			
1672	寛文12年	算学啓蒙注解（星野実宣注）		
1673	◎算法至源記			
1673			算法発蒙集延宝元 一算法根源記の遺題 150問の解答書	
1674	◎発微算法			
1674		算法闕疑抄		
1684		算法闕疑抄		
1687		貞享4年	改算記	
1693	元禄6年		改算記	
1695	元禄8年			
1696	元禄9年	算学啓蒙諺解（建部賢弘）	◎和漢算法記	

1697	元禄10年			塵劫記大成	ア
1698	元禄11年	算法天元指南			
1716	正徳6年			新板塵劫記	ア
1716	正徳6年			新編塵劫記	ガ
1738	元文3年			塵劫記大全	ガ
1764	明和元年			頭目改算記綱目大成	
1768	明和5年		算学訓蒙		
1769	明和6年			算法指南車	
1778	安永7年			富貴塵劫記	ア
1784	天明4年			算法稽古車	
1788	元文3年		当世改算記		
1793	寛政5年			算法智恵海大全	
1797	寛政9年			早道算用集	
1801	享和元年		十露盤独稽古		
1804	文化元年	算法闕疑抄			
1808	文化5年		算法絹節		
1808	文化5年		算学稽古大全		
1808	文化5年			ちんかう記	
1818	文政元年			算盤調法記	
1820	文政3年			算法智恵宝	
1825	文政8年			永宝塵劫記大全	
1827	文政10年		応用算法大全		
1830	文政13年		算法新書		
1832	天保3年		大全塵劫記		
1834	天保5年		算学提要		
1833	天保4年			万福塵劫記	
1846	弘化3年			塵劫記	
1848	嘉永元年		算法図解大全		
1848	嘉永元年		算盤見安		
1849	嘉永2年			萬延塵劫記	ア
1857	安政4年			ちんかうき	
1866	慶応3年			宝珠塵劫記	ガ
1869	明治2年	筆算訓蒙			
1871	明治4年			ちんかうき	
1871	明治4年			筆算通書	
1872	明治5年			洋算早学	
1878	明治11年			新撰和算大全	
1879	明治12年		新撰早割二一天作		
1880	明治13年			開化塵劫記	
1881	明治14年			算法大成	
1883	明治16年			現今児童節用	
1885	明治18年			百日算法書	
1886	明治19年		和算新書		
1893	明治26年			明治新撰塵劫記	
1894	明治27年			実用塵劫記	
1897	明治30年			早割塵劫記	
1897	明治30年			明治新撰塵劫記	
1901	明治34年			明治塵劫記	
1902	明治35年			新撰塵劫記	

◎印は遺題継承として巻末に解答なしの問題を持つものである

・年号の間に示された書は、柴田には現在までのところ類型化出来ないものを示す

・ア ガはそれぞれ、愛知教育大学図書館、ガは東京学芸大学図書館蔵書を示す

3 九九表からの示唆

3-1. 九九表Aからの示唆

〈1〉 九九年表Aでの最大のよみとり内容は、九九の順が逆転したことである。すなわち、「九九八十一の平方数から小さくなるもの」から、「九九八十一で終わる九九」へと並び順が逆転したことである。

その逆転移行時期は、この年表にもとづけば、フビライが即位し、モンゴル帝国の首都が中国国内の大都へと遷都した時期と同時代であるとよみとることができる⁸⁾。

これについての先行文献として、川原秀樹は次に示すように、「九章算術」解説〈中国天文・数学集の中で九九の逆転現象について、〈およそ13, 14世紀頃に「九九」の順序は正反対に変わったといえるであろう〉と言及しておられるが、非常に的確で妥当な判断がなされているとすべきであろう。

〈川原秀樹：「九章算術」解説。中国天文数学集 pp68-69〉より

乗除の演算といえば、『夏侯陽算法』に、
夫れ乗除の法、先ず九九を明らかにすべし。
と述べられている。したがって、「九九」より説明を始めることにする。文献学的資料、考古学的資料を問わず、古九九は次のような構成をもっている。
これは、「九九八十一」に始まり「八九七十二」……と続き

九九八十一	八九七十二	八十九六十三	八十八五十四	八十七四十五	八十六三十六	八十五二十七	八十四十八	八十三九
八十二	八十一	八十	七十九	七十八	七十七	七十六	七十五	七十四
七十三	七十二	七十一	七十	六十九	六十八	六十七	六十六	六十五
六十四	六十三	六十二	六十一	六十	五十九	五十八	五十七	五十六
五十五	五十四	五十三	五十二	五十一	五十	四十九	四十八	四十七
四十六	四十五	四十四	四十三	四十二	四十一	四十	三十九	三十八
三十七	三十六	三十五	三十四	三十三	三十二	三十一	三十	二十九
二十八	二十七	二十六	二十五	二十四	二十三	二十二	二十一	二十
十九	十八	十七	十六	十五	十四	十三	十二	十一
十	九	八	七	六	五	四	三	二
一								

「一一如一」(あるいは「二二如四」)に終わる合計四十五(あるいは三十六)の句より成り、現在の用法とちよほど正反対である。なお、元の朱世傑『算学啓蒙』の「九九」は、「一一如一」に始まって「九九八十一」に終わっている。したがって、およそ十三、十四世紀頃に「九九」の順序は正反対にか変わったといえるであろう。

〈2〉 須賀源蔵は「九九について」において「逆転型九九」採用の中国数学書として、著名な四書(算学啓蒙、詳明算法、算法統宗、数学啓蒙)を列挙している。そして1274年の南宋楊輝が楊輝算法で「先念九九合数、一一如一至九九八十一」と著述していると述べている。資料が示すように、1274楊輝が冒頭習算綱目として上述の文言をのべ九九合数の説明として「自小至大用法不出於此」としている。具体的に九九表を掲げずに、この様に述べていることから、逆転したタイプの九九、おそらくR型の九九が、この時既に中国大陸に、程度は別にして、流布されていた状況を認識することができよう。

この九九年表Aには、須賀源蔵が見出した上記以外に、R型九九として、算法全能書 1450 吳敬；九章算法比類大全。1524算学宝鑑。1578数学通軌。1604黄龍吟；算法指南など、多数の書があることを我々は見出すことができる。

〈3〉 R型以外の書もあった。まず第一は、PとQのすべての場合を認めたU型タイプである。九九pqの因数の組み合わせを考えると、因数の第一要素Pが、第二要素Qより大きくない時、もし、 $1 \leq P, Q \leq 9$ の範囲で数えれば、45組あり、もし $2 \leq P, Q \leq 9$ の範囲で数え

れば、36組である。

後述するように、割り算九九での数の組み合わせで重複を避ける意味でも、掛け算九九では、 $p \leq q$ の範囲での九九を考えるのが原則であった。

1524年に刊行された算学宝鑑では、「九九合数陰陽凡八十一句令人求簡止念四十五句余置不用 算家惟恐無数可致宣得有数不用者乎故于述左」とあって、九九合数と称したR型九九45句と、 $(p > q)$ であるものの因数の積 pq 、36句が秘めやかに掲げてある。句数で云えば81句あるので、U型と同じ句数である。

〈4〉 R型以外の書の、第二は、S型タイプの九九の書の存在である。

14世紀ころ著作された賈亨の算法全能集である。中国数学書としては、ここにこの1種類を見つけることが出来たが、塵劫記（初版本）と同じくS型45句構成である。

塵劫記に先立つこの時期この書が中国で刊行されていたことが、結果として日本にも伝達されて、ポルトガル人ロドリゲスが16世紀末の日本にR型九九のみならず「我々と同じように使ふ別の九九」の存在として、日本文典で報告したような受容状況になっていたと考えることが自然であると思われる。このことは吉田の行為を評価する上で重要である。

〈5〉 積の答数が一桁になるとき、例えば「2・3が6」となるときの6には「ガ」がつく。このガに相当する文字は、記述されないことも多いが、記述文字として日本には「ガ」と「ノ」がみられる。

これに対して中国文字は、古くは「而」と「如」とが混在しているが、九九逆転の後には、「而」は姿を消す。文献中、孫子算経の引用部分にも「一一如一」として「如」が見られる。武英殿本袖珍版も同じ扱いになっている。この「如」は清の時代を通して使用されているようだが、1723年の康熙帝が編纂させた「数理精蘊」だけは「為」の漢字を用いている。なお、現在の小学校の教科書である「六年制小学課本」では数学第二冊（6年間で12冊使用）で九九を取り上げ「得」を用い、まとめとして第三冊で乗法口訣表を取り上げている。

〈6〉 R型九九表の印刷様態

R型九九表は、1299年の算学啓蒙以降の数学書に見られるが、3句ずつ縦書きの15列の並びの九九構成になっているのが大半である。それ以外は4句ずつ縦書きの11と1句のタイプが3冊で、賈亨の算法全能書、1604年の黄龍吟の算法指南、1614年の利瑪竇等の同文算指に見られる。このように1行に、3句ないし4句であったのは、印刷のための印字サイズなど印刷技術によるものであろう。

その特徴は、単に有識者の学びのためのものでなく、物流・通商の担い手をはじめ、はばひろく人々に習得されるよう、次のような工夫が加えられている点であろう。

〈7〉 R型九九に於ける教育的配慮

① 記数法の原理と文字の導入

用いられた記数法は、十進記数法であったが、位取り記数法ではなかった。したがって、近代までの中国は算木とかソロバン上での数の表示は別にして表記上は、各位とその係数との組み合わせを考え、そのセットで数の大きさを表現する。すなわち、単位の大きさである

十、百、千、万……に、その個数である係数を添えて、大きい方から縦に並べて書くという原則を有していた。ところで、 $1 \times a$ を考えると単位 a の 1 個分であるが、その 1 を省略して単に a と省略することが簡便的になされるが、誤解を生じない範囲で、原則はずれ省略化を認めてきた。三千年の九九の歴史でも係数の 1 の省略は見られるところである。とりわけ計算の庶民化とでも云うべきモンゴル帝国の成立期移行の九九逆転期以降の時期の九九表は、省略化と数値の化け防止のせめぎ合いの歴史であることを年表は示している。

1373の詳明算法では「R45如□ cons」（45句のR型タイプで、答数1桁の場合例えば2・3如6のように如が用いられ、答が十何の時原理通りに一十何と記される、例えば3・4、一十二とする。句のつながりは区切りが無く連続する）といったものであったが、1578年の数学通軌では「R45如成 separa」（45句のR型タイプで、答数1桁の場合例えば2・3如6のように「如」が用いられ、答数が何十の時は「成」何十と記される、例えば4・5成二十と称される。句のつながりは段毎に仕切られる）といったものも出現する。

これについては、使用される計算用具が、「算木」から「ソロバン」へと大きく変更が図られることによって、答数が1桁であったり、二桁であっても何十といったラウンド・ナンバーであったりする数を、二桁揃っていない特化された数として、関係者に注意を与える役割を担わせたりした教育的配慮の結果ではないかと捉えている。

② 表の見易さに対する配慮

各段の一句一句が事実を表しておりそれが正確に記憶されれば、段としての意識は不用で教材の規則性を示すのは不必要だとする立場も存在しよう。しかし実際は、無意味綴りより、意味ある綴りの方が記憶に残りやすいものとの認識は普遍性があるろう。私が算学啓蒙の九九表を見せた現場の教師は「並べ方がわかりにくい」と云う感想を述べた人が多い。

R型九九の数学書は、年代が下るにつれ、段のまとまりを意識づける提示方法の工夫を重ねてきている。例えば、consecutive でだらだら続いていたものを、○を付けて段の区切りとしている。それも最初の内は、段の終わりにつけているもの（九章算法比類大全）もあったが、段の先頭に○を着けている（算法全能集、数学通軌、算法統宗、算法指南）方向へと大勢は進んでいる。そして段毎の分かち書き separate へと進み、枠組の表——マス目の中に数表示をする——が表現の工夫として出現する（同文算指、数理精蘊）。

③ 学習者に「学びの心構え」の訴え

書物により多少の差異があるが、習算之法（比類大全）とか習学之法（算法統宗）とか称して、学ぶときの心得が記されているのも特徴である。そこには例えば、数学通軌では、学算須知・習数□語とあって一先要熟読九数二要誦帰除歌法・三要知加減定位・四要知量度衡畝・五要知諸分母子・六要知……といった心得が訴えられている。これまた学ぶ側が大衆化し脆弱になっている状況に対する工夫と見てよいと思われる。

④ 九九を歌詞として記憶をさせること。

計算を学ぶ人々が増え能率とか記憶の仕方にも配慮が必要とされる時代を感じる。

自分も高校生時代モースの硬度計、メンデレーフの周期律表、年代など工夫した記憶の仕方をもった。また英語やドイツ語など詩や唄などで、助けられた思いがする。能力的に余裕

がないときや、能力以上に仕事をしたいときの触媒やブースターとして、九九の唄が活用されだしたのが、この時代である。

⑤ 割り算九九の出現

乗法九九だけでなく、同じく除法も割り算九九を利用して、効率よく処理しようとし始めたのが、九九逆転のこの時代である。P型・Q型九九の時代のテキスト孫子算経では、算木を用いて乗法九九を用いて除法を処理していた； $9 \cdot 9 = 81$ 。81を自乗せよ。それを9で割れ。その（術）仕方は、……の、術の説明をよむと算木を算盤に置く置き方も記されていて、割り算をかけ算九九で処理していることも鮮明になる。

ところが、RST型九九の時代になると、わり算は実用的な数値処理としてみて、割り算専用の九九で処理してしまい、仮商が大きすぎてやり直す等のない仕方を、ソロバンとタイアップして生み出し、活用するのである。このため九帰総歌法語（数学通軌1578）といったわり算九九を暗記することを学習者に強いることになる。

4. 結 語

モンゴル帝国の勃興は、世界史的規模の莫大な物流を基盤とし、効率的な数量処理を必要とした。そこでは計算処理の器具と能力の実効性が求められた。九九の句の呼び順の逆転といった九九の多様化もこのような状況の中で発生した。

その変遷での九九の様相は、学び手がより庶民化し若年化したという事態に対応してどのような数学教育的意味を持つものであったか。逆に学習者のより庶民化一般化に対してどのような教育的配慮なされることが妥当なのか、なされるのが望ましいものかを考察する上での知見を得るために、この時歴史的に何がなされたのかを、年表Aにかかわっての資料を対比的に述べる試みをした。

モンゴル帝国の東端に位置していた日本は、さまざまな情報の吹き溜まりであり、集積地でもあった。このような社会的歴史的状況があり、そのあととりおこなわれた吉田光由の塵劫記初版の九九S型採用は、それに先立つ時代の中国の数学典籍の記載九九表の調査実体とロドリゲスの日本の九九使用状況の記述により、S型九九の創出ではなく、選択であると判断することが妥当であることが論証できた。そしてRST型の3種の九九が、それに続く時代の日本の算数テキストにどのような影響を与えてきているか、を解明するために2枚目の九九年表Bを作成した。

参考文献及び注

1) 柴田録治の九九関係、研究発表記録

- * 九九とその歴史。 数学教育研究談話会 於東京 1999.11.13
- * 九九について <1> ——中国数学史と日本——東海地区数学教育学研究会。 於名古屋 2000.03.11
- * 九九表の変遷について——民俗数学的視点をふまえたパターンわけの試み——数学教育研究談話会 於東京 2000.12.10
- * 教材としての「九九」の歴史的研究（その1） 岐阜聖徳学園大学紀要第40集 2001.02.28
- * “教材としての「九九」の歴史的研究（その1）”について 数学教育研究談話会 於東京 2001.02.28
- * 九九——書籍文献資料について——“その1”の補遺に向けて——数学教育研究談話会 於東京 2001.06.10

- * 中国数学書における「九九」の具体的記述について——古代九九、そして逆転転換の様相——数学教育研究
談話会 於東京 2001.07.08
- * 日本での九九の変遷とその対外的要因について——中国古代数学書からの影響を中心に——日本数学教育
学会 於埼玉大学 2001.08.09
配布資料：A. タイプ・パターン類型と具体的タイプPQ；RSTU 九九タイプ関連図
B. 中国古代数学文献（表） C 和算系数学書D 九九年表 太古～江戸時代
- * 教材としての「九九」の歴史的研究（その3）——吉田光由の選択とその影響の解明に向けて——数学教育
研究談話会 2001.10.21
- * 教材としての「九九」の歴史的研究（その2）——転換期における吉田光由の選択——日本数学教育学会 論
文発表会 東京学芸大学 2001.11.23
- 2) この研究は「教材としての「九九」の歴史的研究（その1）岐阜聖徳学園大学紀要第40集」の「補遺」である。
第40集では、その校正の時までに原典を手にすることが出来なかった資料や、少数の事例から類推せざるを得
なかった結果も含まれている。この1年間にこの年表の中心である四庫全書や中国科学技術典籍集彙に掲載の
関係書約90冊に調査を進めることが出来たので、掲げた「年表A」を得た。なおこの第五巻には、数学巻末取
書目として pp.1501～1543が当てられている。一頁当たり約30冊と見て1200冊、重複分を差し引いても約千冊
で大半が当該時期に該当しないとしても相当数ある。
- 3) 須賀源蔵は九九をつぎのタイプに分けている。[口遊び] [逆口遊]そして[寛永四年版1627] [寛永八年版1631]
九九について、塵劫記論文集 pp.107～120
- 4) 乗法口訣表がR型九九を採用していること；教材としての「九九」の歴史的研究（その1）岐阜聖徳学園大学
研究紀要 No.40 註11 p.24
- 5) この年表作成で基礎資料とした中国数学書籍は、主に、景印文淵閣四庫全書(日子部 天文算法類) <1. 推歩
之属 2. 算書之属>及び、中国科学技術典籍通彙(数学巻, 巻一～巻五)に収録の関係文献約90冊を中心と
した。前者は、後者に包含されている。
ご協力いただいた岐阜聖徳学園大学、愛知教育大学、愛知大学豊橋分校付属図書館に感謝する。また「通彙」
についての情報と算学啓蒙についてのコピーを頂いた岐阜聖徳学園大学外国語学部横久保義洋氏に感謝する。
- 6) 和算関係のR型、S型、T型の分類の主要部分は、須賀源蔵の「九九について、塵劫記論文集、塵劫記刊行三
百五十年記念顕彰事業実行委員会、大阪教育図書株式会社 s.52.10」によっている。その他、岐阜聖徳学園大学、
東京学芸大学(望月文庫・松浦文庫)、愛知教育大学付属図書館などの蔵書による。
- 7) 和算研究所：『塵劫記』に集録された「刊行された『塵劫記』一覧」によると、寛永4年(1627年)から大正
2年(1913年)の300年間に刊行された「塵劫記」は301冊ある。また、異本は、平山謙や田村聡子、名倉敏克
らが見つけただけでも400種を超えているという。
- 8) 柴田録治；教材としての「九九」の歴史的研究（その3）——吉田光由の選択とその影響の解明に向けて——数
学教育研究談話会 2001.10.21

附録. 九九年表 A の原資料

欽定四庫全書
周髀算經卷上之
漢趙君卿注
同甄鸞重述
唐李淳風注釋
昔者周公初於高辛曰竊聞乎天大善數也
周公姓姬名曰武王之弟高辛周時賢大夫善算者
也周公係居冢宰德則至聖
欽定四庫全書
已以自牧
請問古者包犧立周天歷度
包犧三皇之一始畫八卦以高辛善數能通乎微妙
連乎無方無大不綜無幽不顯聞包犧立周天歷度
運章節之法
王天下也仰則觀象於天俯則觀法於地此之謂也
夫天不可階而升地不可得尺寸而度

周髀算經

卷上之一 春秋時代 (紀元前 7, 8 世紀) の数学書, 四庫全書子部よりのコピー。冒頭部分

改本
述乎懸廣無階可升焉手運遠無度可量
請問數安從出
心味其機請問其目
高辛曰數之法出於圓方
圓徑一而周三方徑一而方四伸圓之周而為句展
方之而為股共結一角邪通弦五此圓方邪徑相
通之率
欽定四庫全書
圓方者天地之形陰陽之數然則周公之所問天地
也是以商高陳圓方之形以見其象因奇耦之數以
判其法所謂言的指遂微妙幽遠矣
圓出於方方出於矩
圓規之數理之以方方周而也方正之物出之以矩
矩廣長也
矩出於九九八十一
推圓方之率通廣長之數當須乘除以計之九九者

圓=円, 方=正方形, 矩=長方形, 九九, 八十一といった文字がある。

乘除之原也
故折矩
故者申事之辭也將為句股之率故曰折矩也
以為句廣三
應圓之周
廣廣短也
股脩四
應方之而從者謂之脩股亦脩脩長
欽定四庫全書
徑隅五
自然相應之率徑直隅角也亦謂之弦
既方外半之一矩
脩半之數作半其耳據上云折矩以為句廣三股脩四
徑隅五謂以十二折之句三股四其弦必五此蓋水上
所折之形全其外各自或古則句實九股實十六弦實
二十五合五十年也為一矩於內或股實四其餘得句
或句實四其餘得股若開此一矩則得下云其兩共
實得成三四五是也若實二十五為一矩并句實股實
實二十五為一矩故下文云兩矩共長二十有五是
謂兩矩相充上下文可證其字之字五批今改正
句股之法先知二數然後推一見句股然後求弦先

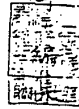
九九者 乘除之原也

3, 4, 5;

ピタゴラスの数が用いられている。

算法通變本末卷上

錢塘楊輝



楊輝：楊輝算法

1274

「先念九九合數一一如一至九九八十一自小至大用法不出於此」

とあるだけで、九九の具体的記述はない。→これが達意の文章とすれば、このタイプの九九が広範囲に流布していると事態が生じていたと考えるのが順当であろう。

習算綱目

先念九九合數自一而一至九九八十一

學相乘起例並是位功課一日

溫習乘法題目自一位乘至六位以

學商除起例并逐位功課一日以上

溫習除法題目自一位除至六位以上

既識乘除起例復習五曹應用算法二本法術日

下兩三問諸乘算法不循次第今用二書以便

學且未要窮理但要知如何發向作如何用法答

題如何用乘除不遇兩月而五曹應用已算得七

八分矣詳解算法第一卷有乘除立問一十三題

專說乘除用體統味註字自然開曉

諸乘算首用度不出(四)三法起例不出(十)

二字下算不出(四)二位引而伸之其機殆要窮

蓋天家除者本鈞深致遠之法指南算法以加

四歸取三旁求捷徑學者望容不曉宜兼而用之

學加法起例並是位功課一日

溫習加一位加二位加隔位三日

學減法起例並是位功課一日

加法力也數也減法乃去其數也有加則有減凡

朱世傑：算學啓蒙

1299

釋九數法

日本でも数多く刊行された。

つぎに割り算の九九 九帰除法が書かれている。

新編算學啓蒙總括

釋九數法

一一如一一	一二如一二	二二如二二	二二如四
一三如三一	二三如六	三三如九	
一四如四	二四如八	三四如十二	
四四一十六	一五如五	二五如十	
三五一十五	四五如二十	五五如二十五	
一六如六	二六如十二	三六如十八	
四六二十四	五六如三十	六六如三十六	
一七如七	二七如十四	三七如二十一	
四七二十八	五七如三十五	六七如四十二	
七七四十九	一八如八	二八如十六	
三八二十四	四八如三十二	五八如四十四	
六八四十八	七八如五十六	八八如六十四	
一九如九	二九如十八	三九如二十七	
四九三十六	五九如四十五	六九如五十四	
七九六十三	八九如七十二	九九如八十一	
九歸除法	按古法多用商除寫初學者難入	則後人以出法代之即非正術也	
一歸如一進	九一進成十	二一添作五	
逢二進成十	三一三十一	三二六十二	

算學啓蒙總括

司封押兩頭每五步繫一小牌十步繫一大牌又有
用網量者一網目為一步尤為捷要其田形狀最多
該數難盡凡有唱斜四曲去處須要相度禰補方正
然後用法乘除之也。

常用法二十項

九因之法甚分明 合數常將記在心
下十過身前一位 如今只就本身算

一如一	一二如二	一三如三	一四如四
一五如五	一六如六	一七如七	一八如八
一九如九	二二如四	二三如六	二四如八
二五如十	二六如十二	二七如十四	二八如十六
二九如十八	三三如九	三四如十二	三五如十五
三六如十八	三七如二十一	三八如二十四	三九如二十七
四四如十六	四五如二十	四六如二十四	四七如二十八
四八如三十二	四九如三十六	五五如二十五	五六如三十
五七如三十五	五八如四十	五九如四十五	六六如三十六
六七如四十二	六八如四十八	六九如五十四	七七如四十九
七八如五十六	七九如六十三	八八如六十四	八九如七十二
九九如八十一			

賈亨；算法全能集

中国においては殆ど見られないS型九九である。

因法

二の段から九の段まで段の初めに○が付けてある。

一九如九	二九如十八	三九如二十七
四九如三十六	五九如四十五	六九如五十四
七九如六十三	八九如七十二	九九如八十一

此字又一半則念上

四四如十六	一五如五	二五如十	三五如十五
一六如六	二六如十二	五六如三十	四六如二十四
一七如七	二七如十四	五七如三十五	四七如二十八
一八如八	二八如十六	五八如四十	四八如三十二
一九如九	二九如十八	五九如四十五	四九如三十六
二〇如十	三〇如三十	六〇如六十	五〇如五十
二一如十一	三一如三十三	六一如六十六	六一如六十六
二二如十二	三二如三十六	六二如七十二	六二如七十二
二三如十三	三三如三十九	六三如七十八	六三如七十八
二四如十四	三四如四十二	六四如八十四	六四如八十四
二五如十五	三五如四十五	六五如九十	六五如九十
二六如十六	三六如四十八	六六如九十六	六六如九十六
二七如十七	三七如五十一	六七如一百零二	六七如一百零二
二八如十八	三八如五十四	六八如一百零八	六八如一百零八
二九如十九	三九如五十七	六九如一百一十四	六九如一百一十四
三〇如二十	四〇如六十	七〇如一百二十	七〇如一百二十
三一如二十一	四一如六十三	七一如一百二十六	七一如一百二十六
三二如二十二	四二如六十六	七二如一百三十二	七二如一百三十二
三三如二十三	四三如六十九	七三如一百三十八	七三如一百三十八
三四如二十四	四四如七十二	七四如一百四十四	七四如一百四十四
三五如二十五	四五如七十五	七五如一百五十	七五如一百五十
三六如二十六	四六如七十八	七六如一百五十六	七六如一百五十六
三七如二十七	四七如八十一	七七如一百六十二	七七如一百六十二
三八如二十八	四八如八十四	七八如一百六十八	七八如一百六十八
三九如二十九	四九如八十七	七九如一百七十四	七九如一百七十四
四〇如三十	五〇如九十	八〇如一百八十	八〇如一百八十
四一如三十一	五一如九十三	八一如一百八十六	八一如一百八十六
四二如三十二	五二如九十六	八二如一百九十二	八二如一百九十二
四三如三十三	五三如九十九	八三如二百	八三如二百
四四如三十四	五四如一百零二	八四如二百零六	八四如二百零六
四五如三十五	五五如一百零五	八五如二百一十二	八五如二百一十二
四六如三十六	五六如一百零八	八六如二百一十八	八六如二百一十八
四七如三十七	五七如一百一十	八七如二百二十四	八七如二百二十四
四八如三十八	五八如一百一十三	八八如二百三十	八八如二百三十
四九如三十九	五九如一百一十六	八九如二百三十六	八九如二百三十六
五〇如四十	六〇如一百一十九	九〇如二百四十二	九〇如二百四十二
五一如四十一	六一如一百二十二	九一如二百四十八	九一如二百四十八
五二如四十二	六二如一百二十五	九二如二百五十四	九二如二百五十四
五三如四十三	六三如一百二十八	九三如二百六十	九三如二百六十
五四如四十四	六四如一百三十	九四如二百六十六	九四如二百六十六
五五如四十五	六五如一百三十三	九五如二百七十二	九五如二百七十二
五六如四十六	六六如一百三十六	九六如二百七十八	九六如二百七十八
五七如四十七	六七如一百三十九	九七如二百八十四	九七如二百八十四
五八如四十八	六八如一百四十二	九八如二百九十	九八如二百九十
五九如四十九	六九如一百四十五	九九如二百九十六	九九如二百九十六
六〇如五十	七〇如一百四十八		
六一如五十一	七一如一百五十一		
六二如五十二	七二如一百五十四		
六三如五十三	七三如一百五十七		
六四如五十四	七四如一百六十		
六五如五十五	七五如一百六十三		
六六如五十六	七六如一百六十六		
六七如五十七	七七如一百六十九		
六八如五十八	七八如一百七十二		
六九如五十九	七九如一百七十四		
七〇如六十	八〇如一百七十六		
七一如六十一	八一如一百七十八		
七二如六十二	八二如一百八十二		
七三如六十三	八三如一百八十六		
七四如六十四	八四如一百九十		
七五如六十五	八五如一百九十四		
七六如六十六	八六如一百九十八		
七七如六十七	八七如二百零二		
七八如六十八	八八如二百零六		
七九如六十九	八九如二百一十		
八〇如七十	九〇如二百一十四		
八一如七十一	九一如二百一十八		
八二如七十二	九二如二百二十二		
八三如七十三	九三如二百二十六		
八四如七十四	九四如二百三十		
八五如七十五	九五如二百三十四		
八六如七十六	九六如二百三十八		
八七如七十七	九七如二百四十二		
八八如七十八	九八如二百四十六		
八九如七十九	九九如二百五十		

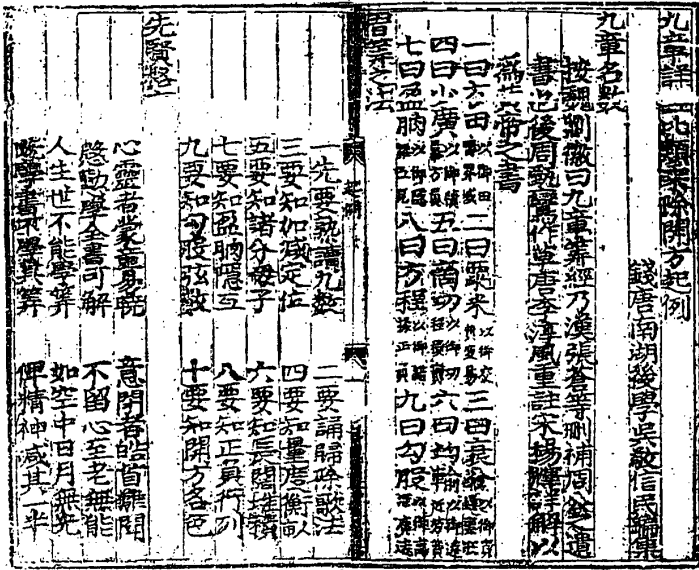
新刊詳明算法卷上 熟此卷則下

安止齋；詳明算法

1373
九九合數

五六方三十とあって「方」が混入している。

10=一十となるが12等については、一十二ではなく十二とする。



呉敬; 九章算法比類大全

1450

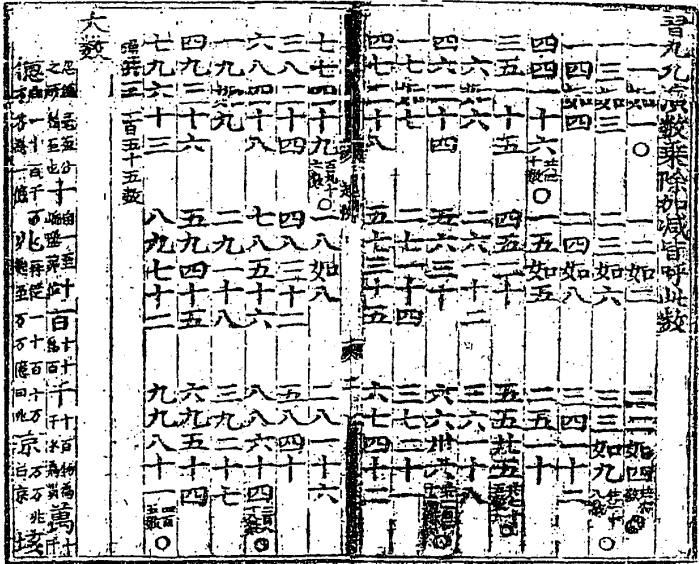
10 ≤ 10 + k ≤ 19である数に対して一十kである表記; 例12 = → 一十二

各段の終わりに○が付けてある。

九九に先立って学ぶ者の心得が; 習算之法, 先賢格言としてある。

「大数」として数の命位として八桁進法が採用されている。

例, 万万億曰兆万万兆曰京……



算学宝鑑
1524
九九合数

算学宝鑑 九九合数 第八

自何代由宋元以来差如令古

一一如一	一二如二	二二如四
一三如三	二三如六	三三如九
一四如四	二四如八	三四如十二
四四一十六	一五如五	二五如十
三五一十五	四五二十	五五二十五
一六如六	二六如十二	三六如十八
四六二十四	五六三十	六六三十六
一七如七	二七如十四	三七如二十一
四七三十八	五七三十五	六七四十二
六七四十九	一八如八	二八如十六
三八二十四	四八三十二	五八四十
六八四十八	七八五十六	八八六十四
一九如九	二九如十八	三九如二十七
四九三十六	五九四十五	六九五十四
七九六十四	八九七十二	九九八十一

九九合数は陰陽で81句ある普通45暗記するだけで止めるが他もある。此処に不用のものを記述する。

揚輝曰宋錢塘人著乘除算寶

九九合数陰陽凡八十一句令人求簡正念四十五句餘置不用算家推恐無數可致堂傳有數不用者乎故述于左

一一如二	三一如三	三二如六
四一如四	四二如八	四三如十二
五一如五	五二如十	五三如十五
五四如二十	六一如六	六二如十二
六三如十八	六四如二十四	六五如三十
七一如七	七二如十四	七三如二十一
七四如二十八	七五如三十五	七六如四十二
八一如八	八二如十六	八三如二十四
八四如三十二	八五如四十	八六如四十八
八七如五十六	九一如九	九二如十八
九三如二十七	九四如三十六	九五如四十五
九六如五十四	九七如六十三	九八如七十二

乘法起例 第九

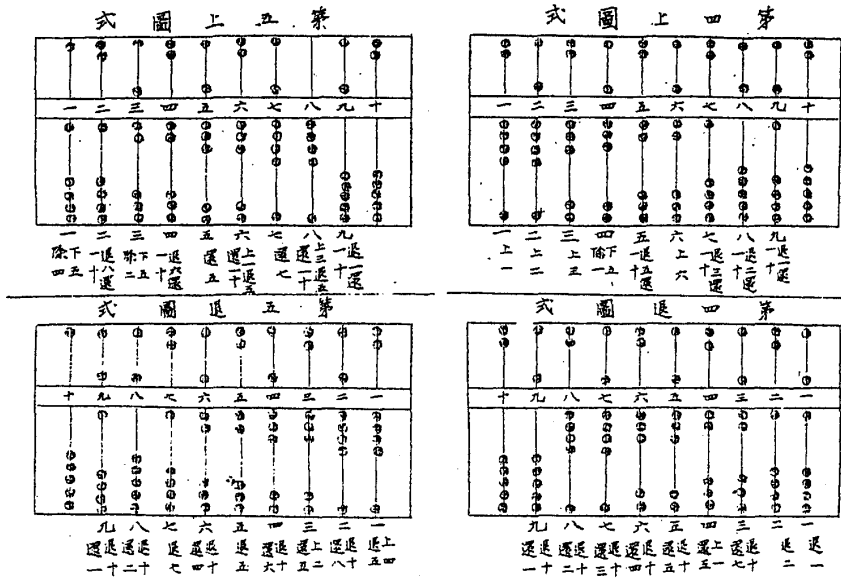
作五訣

起一四作五 二起三作五 三起二作五

数学通軌

1578

ソロバンの図も添えられている。塵劫記刊行50年前のこと。



- 羽日教書語
- 一先要熟讀九數二要誦歸除歌法三要知加減定位
 - 四要知量度衡畝五要知諸分母子六要知長濶堆積
 - 七要知盈朒隱互八要知正負行例九要知勾股弦數
 - 十要知開方各色
- 習九九數總念歌 乘除加減皆呼此數
- 〇一一如一 〇一二如二 二二如四
 - 〇一三如三 二三如六 三三如九
 - 〇一四如四 二四如八 三四一十二
 - 〇一五如五 二五成一十 三五一十五
 - 〇一六如六 二六一十二 三六一十八
 - 〇一七如七 二七一十四 三七二十一
 - 〇一八如八 二八一十六 三八二十四
 - 〇一九如九 二九一十八 三九二十七
- 九九總歌法語
- 一歸 無法定身除 又曰一歸不須歸其法故不立
 - 二歸 二一添作五 逢二進一十 逢四進二十
 - 三歸 三一三十一 逢三進三十 逢六進六十
 - 四歸 四一二十二 逢四進四十 逢八進八十
 - 五歸 五一倍作二 逢五進五十 逢十進一百
- 九九總歌法語
- 七七四十九 八七五十六 九七六十三
 - 〇一八如八 二八一十六 三八二十四
 - 四八三十二 五八成四十 六八四十八
 - 七八五十六 八八六十四 九八七十二
 - 〇一九如九 二九一十八 三九二十七
 - 四九三十六 五九四十五 六九五十四
 - 七九六十三 八九七十二 九九八十一

各段の初めに○があるほぼ段が分離している。

割り算九九が九歸總歌法語として記される。

程大位；算術統宗

1593

掛け算九九

九九合数に先だつてソロバンの加法の指遣いの九九がある。

各段の初めに○あり。

2・4の前の○は誤記か？

句の構成字数が減少し過ぎない積表示の工夫；

二四如八 1位数

三四一十二 一十

五六得三十 何十

割り算九九

九帰歌あり。段の初めの○は中に三の段であれば「歸三」とある。

五下五	六上一起五還一十	七上七
八退二還一十	九退一還一十	
一上一	二上二	三退七還一十
四下五除一	五退五還一十	
六上六	七退三還一十	
八退二還一十	九上四起五還一十	
一上一	二下五除三	三上三
四退六還一十	五下五	
六退四還一十	七上二起五還一十	
八退二還一十	九退一還一十	
算術統宗 卷一 七		
一上一	二上二	三下五除二
四下五除一	五起五還一十	
六上一起五還一十	七退三還一十	
八退二還一十	九退一還一十	
一上一	二上二	三上三
四上四	五上五	六上六
七上七	八上八	九退一還一十
九九合数 乘除加減 皆呼此数 故呼小教在上大教在下		
○一一如一	○二一如二	二二如四
○一三如三	二三如六	三三如九

○一四如四	○二四如八	三四一十二
四四一十六	○一五如五	二五得一十
三五一十五	四五得二十	五五二十五
○一六如六	二六一十二	三六一十八
四六二十四	五六得三十	六六三十六
○一七如七	二七一十四	三七二十一
四七二十八	五七三十五	六七四十二
七七四十九	○一八如八	二八一十六
三八二十四	四八三十二	五八得四十
六八四十八	七八五十六	八八六十四
算術統宗 卷一 八		
○一九如九	二九一十八	三九二十七
四九三十六	五九四十五	六九五十四
七九六十三	八九七十二	九九八十一
右法 還十換上 謂句内有十字之數就本身之位上之 若句内有如字之數下一位上之位		
九帰歌 呼大教在上小教在下 不須歸一若原數 其法故不立 二一添作五 逢二進一十 三三三十一 三三六十二 逢三進一十 四一二十二 四二添作五 四三七十二		

逢四進一十	五二倍作二	五三倍作六
五四倍作八	逢五進一十	
六一下加四	六二三十二	六三添作五
六四六十四	六五八十二	逢六進一十
七一下加三	七二下加六	七三三十二
七四五十五	七五七十一	七六八十四
逢七進一十		
八一下加二	八二下加四	八三下加六
八四添作五	八五六十二	八六七十四
算術統宗 卷一 九		
八七八十六	逢八進一十	
九歸隨身下	逢九進一十	
○右法與九九合数相混但記句法惟辨多數在先少數在次即九歸之句如八六七十四是歸之類已上句法併後各様歌訣皆學者所當熟記 因乘法者單位曰位數多曰過而商之乘也置所有物爲實以所求價爲法皆從末位而起如法乘之呼九字相生之數次第乘之呼如須次位言十在本身位積謂之乘其數雖陞而位反降矣必須用定位之法而治之詳見于後		

黄龍吟；算法指南

1604

算法とは加減乗除としてそのソロバンの運指を指南するの姿勢が明瞭である。掛け算については因数総念段毎の分かち書き。かつ段の頭には、段数の数字を入れた○をおく。十何については「如」何十に対しては「当」何十

新編易明訣算書序言	新編	明訣	算書	序言
上法總念	一上	一上	一上	一上
二上	二上	二上	二上	二上
三上	三上	三上	三上	三上
四上	四上	四上	四上	四上
五上	五上	五上	五上	五上
六上	六上	六上	六上	六上
七上	七上	七上	七上	七上
八上	八上	八上	八上	八上
九上	九上	九上	九上	九上

一退	一上四退五	一退十下还九
二退	二上三退五	二退十下还八
三退	三上二退五	三退十下还七
四退	四上一退五	四退十下还六
五退	五退十下还五	
六退	六退十下还四	六上下二子除下四子
七退	七退十下还三	七上下二子除下三子
八退	八退十下还二	八上下二子除下二子
九退	九退十下还一	九上下二子除下一子

一八如八	二八一十六	三八二十四	四八三十二
五八當四十	六八四十八	七八五十六	八八六十四
一九如九	二九一十八	三九二十七	四九三十六
五九四十五	六九五十四	七九六十三	八九七十二
九九八十一	乘除加減俱同此數		
九歸總念	一歸不須歸其法故不立		
二歸	二一添作五	逢二進一十	逢四進二十
三歸	三一三十一	逢三進一十	逢六進二十
四歸	四一二十二	四二添作五	四三七十二
五歸	逢五進一十	五二倍作四	五三倍作六
六歸	六一下如四	六二三十一	六三添作五
七歸	七一下如三	七二下如六	七三四十一
八歸	八一下如二	八二下如四	八三下如六
九九	八六六十二	八七七十四	八八八十六

割り算九九；九歸總念各段のあたまには「四歸」のようにヘッディングあり。

乘法第四
既知加減當論因乘單位曰因位多曰乘通謂之乘凡
乘之數妙於九九作九九圖

九	八	七	六	五	四	三	二	一
八	七	六	五	四	三	二	一	〇
七	六	五	四	三	二	一	〇	九
六	五	四	三	二	一	〇	九	八
五	四	三	二	一	〇	九	八	七
四	三	二	一	〇	九	八	七	六
三	二	一	〇	九	八	七	六	五
二	一	〇	九	八	七	六	五	四
一	〇	九	八	七	六	五	四	三
〇	九	八	七	六	五	四	三	二
九	八	七	六	五	四	三	二	一

九九相乘圖

首橫一行自上讀下右直
一行自在讀左其相值處
即是乘得數指掌可盡也

同文算指前編卷上 乘 士 海山仙館叢書

附九九相乘歌

一一如一 一二如二 二二如四 一三如三
二三如六 三三如九 二四如四 二四如八
三四十二 四四十六 二五如五 二五得十
三五十五 四五得十 五五二十五 一六如六

利瑪竇，他；同文算指
1614

九九「九九図」ということで「九九相乗図」が記載される。西欧の「あたらしい血」というべきか。

九九相乗歌では、以前に従う。ただし偶数×5の積については「得」を用いる。

又法就小乘得大乘不用九而用十假如二數並列因

二六十二	三六十八	四七十四	五八〇	六八六	七九二	八九八	九九四
六六三十六	一七如七	二七十四	三七二十一	四七二十八	五七三五	六七四十二	七七四十九
一八如八	二八二十六	三八二十四	四八三十二	五八四十八	六八四十八	七八五十六	八八六十四
一九如九	二九二十八	三九二十七	四九三十六	五九四十五	六九五十四	七九六十三	八九七十二
九九八十一							

其數大難乘未知乘得若干且連註二數而取十數與較看所不足若干因連註不足數於本數右平衡相對其所不足數必其小於原數者也小者易乘乃以不足數上下相乘註乘得數於下為單數又以不足數與原數上下互減註減餘數於其下為進位數即得所求大

乘數

九	八	七	六	五	四	三	二	一
八	七	六	五	四	三	二	一	〇
七	六	五	四	三	二	一	〇	九
六	五	四	三	二	一	〇	九	八
五	四	三	二	一	〇	九	八	七
四	三	二	一	〇	九	八	七	六
三	二	一	〇	九	八	七	六	五
二	一	〇	九	八	七	六	五	四
一	〇	九	八	七	六	五	四	三
〇	九	八	七	六	五	四	三	二
九	八	七	六	五	四	三	二	一

乘得一二如二而
以右一減左入右
二減左九俱餘七
是為八九七十二

乘得二二如四
四左右上下
互減得餘六
是為八八六
十四

同文算指前編卷上 乘 士 海山仙館叢書

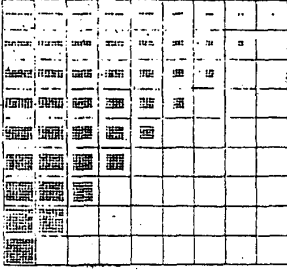
康熙帝：数理精蘊

1723

周髀經解

同文算指の影響か「相乗図」を掲載；
数字の代わりに「数図」を採用。

九九については(平方数；小→大)その他は、 k の段 $k \cdot k$ 、 $k \cdot (k+1)$ 、 $k \cdot (k+2)$ …… $K \cdot 8$ 、 $k \cdot 9$ の配列。積一位数字には「為」積何十には格別ナシ。



成方體此又直內方外之理故曰方出於矩也。
矩出於九九八十一。

度圓方者遞歸於矩而矩之形總不外乎二數相乘九九者數之終而一一乃數之始言九九而不御製数理精蘊上 卷一 周髀經解 三

及他數者以九九之內他數俱該也是以一一為

一、二、三、四、五、六、七、八、九、十、十一、十二、十三、十四、十五、十六、十七、十八、十九、二十、二十一、二十二、二十三、二十四、二十五、二十六、二十七、二十八、二十九、三十、三十一、三十二、三十三、三十四、三十五、三十六、三十七、三十八、三十九、四十、四十一、四十二、四十三、四十四、四十五、四十六、四十七、四十八、四十九、五十、五十一、五十二、五十三、五十四、五十五、五十六、五十七、五十八、五十九、六十、六十一、六十二、六十三、六十四、六十五、六十六、六十七、六十八、六十九、七十、七十一、七十二、七十三、七十四、七十五、七十六、七十七、七十八、七十九、八十、八十一、八十二、八十三、八十四、八十五、八十六、八十七、八十八、八十九、九十、九十一、九十二、九十三、九十四、九十五、九十六、九十七、九十八、九十九、一百。

為三、一四為四、一五為五、一六為六、一七為七、一八為八、一九為九形雖未方而其理猶存也、二三為六、二四為八、二五為十、二六為十二、二七為十四、二八為十六、二九為十八、三〇為二十、三一為二十二、三二為二十四、三三為二十六、三四為二十八、三五為三十、三六為三十二、三七為三十四、三八為三十六、三九為三十八、四〇為四十、四一為四十二、四二為四十四、四三為四十六、四四為四十八、四五為五十、四六為五十二、四七為五十四、四八為五十六、四九為五十八、五〇為六十、五一為六十二、五二為六十四、五三為六十六、五四為六十八、五五為七十、五六為七十二、五七為七十四、五八為七十六、五九為七十八、六〇為八十、六一為八十二、六二為八十四、六三為八十六、六四為八十八、六五為九十、六六為九十二、六七為九十四、六八為九十六、六九為九十八、七〇為一百。

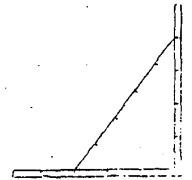
御製数理精蘊上 卷一 周髀經解 四

矩之一股小一股大所成之長方也。至於一百之類雖為正方乃十之相乘十則仍歸於一也。又如八十四九十六之類乃六七四十二六八四十八之倍不得自立為數之本。又或十一十三十七十九之類十一為二五十一之奇十三為二六一十一之奇十七為四四十一十六之奇不得成正方亦不得成長方故不入九九之數也是以九九之數為方之本而方之形必合以矩故曰矩出於九九八十一也。

故折矩以為勾廣三股修四徑隅五。
前言圖方之形此言勾股生成之正數也以二矩合之既為方形今以一矩折之則為一方之兩邊是以折矩之橫者為勾之廣折矩之縱者為股之長於勾股之末以斜弦連之是為徑隅徑直也。隅角也。言自兩角相對直連之也。勾之廣必三股之修必四而徑隅始得五此乃自然生成之正分也。易曰參天兩地而倚數天數一參之則為三地數二兩之則為四三二合之則為五此又勾三股四弦五之正義也。

御製数理精蘊上 卷一 周髀經解 五

既方其外半其一矩。此言勾股之面積也。勾股以弦連之不得為方形必再合一矩乃為一長方所謂方其外者言弦之外復加一矩以成方也。勾三股四相乘得一十有二即為兩矩合成之數半之得六乃勾股之面積所謂半其一矩者也。



環而共盤得成三四五。

TABOADA PEQUENA DE IAPAMCO

1. 2.	Iecu.	Coconoro.	9.
2. 2.	Nicu.	Iñfachi.	18.
3. 2.	Sancu.	Nijñ xichi.	27.
4. 2.	Xicu.	Sanjñ rocu.	36.
5. 2.	Gocu.	Xijñ go.	45.
6. 2.	Roccu.	Gojñ xi.	54.
7. 2.	Xichicu.	Rocujñ fan.	63.
8. 2.	Faccu.	Xichijñ ni.	72.
9. 2.	Cucu.	Fachijñ ichi.	81.

OUTRA TABOADA PEQUENA COMO a, no, ã de que vlam,

1. 1.	Ichichiga.	Ichí.	1.
1. 2.	Iñniga, ã, no.	Ni.	2.
1. 3.	Iñsanga, no.	San.	3.
1. 4.	Iñxiga, no.	Xi.	4.
1. 5.	Iñgoga, no.	Go.	5.
1. 6.	Iñrocuga, no.	Rocu.	6.
1. 7.	Iñxichiga, ã, no.	Xichi.	7.
1. 8.	Iñpachiga, ã, no.	Fachi.	8.
1. 9.	Iccuno, cu.	I, iccu, Coconoro.	9.
2. 1.	Ninino.	Ni.	4.
2. 2.	Niñsanga, no.	Rocu.	6.

LIURO TERCEIRO

1. 4.	Nixino.	Fachi.	9.
2. 1.	Nigono.	Iñ.	10.
2. 6.	Nirocu.	Iñni.	11.
2. 7.	Nixichi.	Iñxi.	12.
2. 8.	Nifachi.	Iñrocu.	13.
2. 9.	Nicu.	Iñfachi.	14.
3. 3.	Sazanno.	Cu.	9.
3. 4.	Saxino.	Iñni.	11.
3. 5.	Sangono.	Iñgo.	15.
3. 6.	Saburocu.	Iñfachi.	18.
3. 7.	Sanxichi.	Nijñ ichi.	21.
3. 8.	Sampachi.	Nijñ xi.	24.
3. 9.	Sancu.	Nijñ xichi.	27.
4. 4.	Xixi.	Iñrocu.	13.
4. 5.	Xigono.	Nijñ.	20.
4. 6.	Xirocu.	Nijñ xi.	24.
4. 7.	Xixichi.	Nijñ fachi.	28.
4. 8.	Xifa.	Sanjñ ni.	32.
4. 9.	Xicu.	Sanjñ rocu.	36.
5. 5.	Gogo.	Nijñ go.	25.
5. 6.	Gorocu.	Sanjñ.	30.
5. 7.	Goxichi.	Sanjñ go.	35.
5. 8.	Gofachi, ã, Gofano.	Xijñ.	40.
5. 9.	Gocu.	Xixñ go.	45.
6. 6.	Rocurocu.	Sanjñ rocu.	36.
6. 7.	Rocuxichi.	Xijñ ni.	41.
6. 8.	Rocufachi.	Xijñ fachi.	48.
6. 9.	Roccu.	Gojñ xi.	54.
7. 7.	Xichixichi.	Xijñ cu.	49.
7. 8.	Xichifachi.	Gojñ rocu.	56.
7. 9.	Xichicu.	Rocujñ fan.	63.
8. 8.	Fappa.	Rocujñ xi.	64.
8. 9.	Fachicu.	Xichijñ ni.	72.
9. 9.	Cacu.	Fachijñ ichi.	81.

Ioão Rodriguez; Arte da lingua de Iapam 1604-8

日本文典別の書, 日本小文典に対して日本では日本大文典と呼ばれることが多い。

本書は葡萄牙生まれの日本耶蘇会士通事伴天連 Ioão Rodriguez ジョアン・ロドリゲス (1561~1634) の著した Arte da lingua de Iapam (長崎学林1604-8 [慶長九年~十三] 年刊) の3巻である。その原本は英国の Oxford 大学の Bodleian Library と Crawford 家とに伝存する2部のみが知られている。

その第3巻(本巻では日本語の文書を書くのに用ゐられる文体とこの国語の色々な数へ方とに就いて述べる)の中く日本の計算法の種類の名, その他一計算に使はれる名称, 日本式の数表についてに収められている。資料提供者; 岐阜聖徳学園大学 近藤政美教授