

教材としての「九九」の歴史的研究 （その1）

柴田録治

Historical Study on multiplication table (“Ku-Ku”) as teaching materials in school mathematics (part 1)

Rokuji Shibata

Abstract

Mathematical objectives of primary school is used to teach multiplication and division of fractions. These operations have its basis in multiplicative facts. We usually teach it as multiplication table in lower grade without appropriate consciousness of its history. It is important for our better instruction to know sincerely its genesis, its transitions, and the thought, ideas, and reasons why transitions making into development in the multiplication table, and also important to have insight to the nature of mathematics in these historical process. For this purpose, I made clear old chinese multiplication tables with comments on the difference of its earlier one. and made clear Japanese ones influenced by chinese (and others) books till Meiji Era.

0. はじめに

第1章 中国におけるこれまでの「九九」の扱いについて⁽⁰⁾

1-1 九章算術

1-1-1 「方田」にみられる「九九」の使用

1-1-2 「九九」の語源について

1-1-3 古代社会に於ける「九九」の普及の様子

第2章 中国の「九九」表とその特徴

2-1 西域文献からの復元「九九」

2-1-1 復元「九九」表についての問題点とその考察

2-2 「一の段」まで拡げて考えた古代中国のテキスト……孫子算経

2-3 九九の順序に大逆転がもたらされた……算学啓蒙, 算法統宗; 数学啓蒙

2-3-1 逆転劇は, なぜ生じたか

第3章「九九」の我が国への流入・輸入について

- 3-1 古代において「九九」輸入を生み出した社会的な条件
- 3-2-2 「口遊」と「拾芥抄」にみる「九九」
- 3-2-3 万葉集に見られる「九九」の音の響き
- 3-3 お手本を越える鎖国の花……塵劫記
- 3-4 日本人の“見た”西洋初等数学……西算速知，洋算用法
- 3-5 学区制発布前後の「九九」……筆算訓蒙，小学入門
- 4 終わりに
- 5 注

0. はじめに

人は環境に規定されながら，環境に働きかけこれを変革していく存在である。数学のように客観的精密科学に関わる内容であっても，こと教育のように人が関わる分野では，歴史的，民族的である。とりわけ，初等教育においては，そのくびきを免れ得ない。このことを大前提として，小学校の教材「九九」の歴史的研究を行う。

本課題では，有理数の乗除指導の追求を念頭に置き，計算の基礎になる「九九」の指導のあり方を教材研究の視点から解明する。とくに本稿では，日本での「九九」指導が，中国での，起源・変遷と意味，および日本への文化交流（文物流入）に深い依存関係を有してきたことから，比較教育学的手法を気にしながら，関係文献の整理を通して価値観の変更を背景とする「九九」の変容を明確化するを狙いとする。また今回は時期を近代的学制の整備に至る明治初期頃までとする。

第1章. 中国におけるこれまでの「九九」の扱いにつて

わが国に於ける「かけ算九九」の発生あるいは起源を考えようとすると，わが国の縄文・弥生期に思いを致すことになろう。そしてその萌芽の痕跡を日本的な命数法の響きの中に夢見ることの可能性を否定するものではないが，その当時に於ける中国大陸との文明及び文化の高低差に着目するとき，文物交流史上の流入の一環としての「九九の輸入」を考えることがごく自然なことに思われる。そこでまず，中国での文献で九九の起源を尋ねることとする。

1-1 九章算術⁽¹⁾

中国古代の算経十書の一つ「九章算術」は，中国古代から故事来歴が比較的明確であり，算學としての内容の組織の理念が教育的にすぐれたものであり，往時の我が国への大きな影

響を及ぼしたものである。これらの理由から、これを取り上げる事にする。

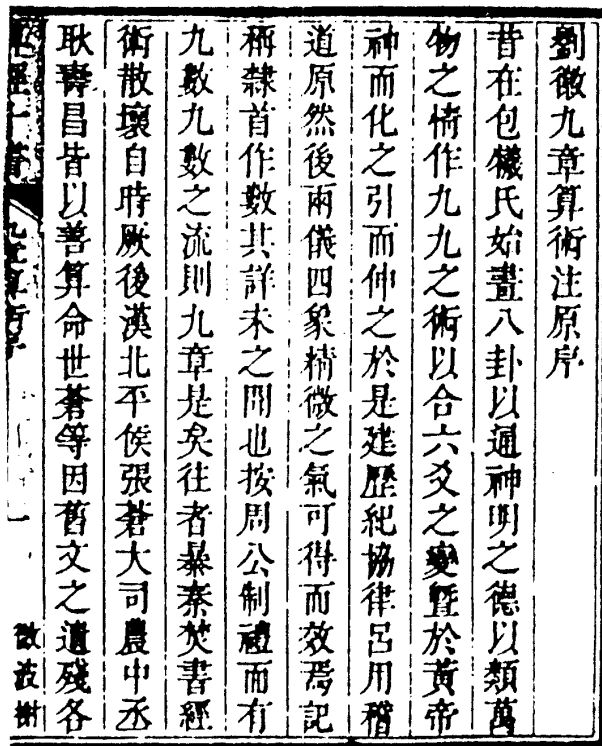
1-1-1 九章算術，卷一方田と九九

この書は、問題、答、方法の解説、標題、の繰り返しという手法で展開を図っており、問題設定での具体的場面として、秦漢の時代の田制や爵位等も含まれていることより、漢王朝の数学者たちが秦以前から流伝してきた数学の基礎の上に当時の社会的需要にこたえて補充し修訂したものであると判断してよい。これらをふまえてこの書の「編纂成立の時期は紀元前百年以降である」との断定や「紀元元年以降百年まで」との推定もある。ところで成立後の九章算術は散逸したが、しかしBC.263年魏の劉徽により編纂され、すぐれた注釈がつけられた。ちなみに、この魏の国とは「耶馬台国女王卑弥呼が使者を送った」との記録を記したかの魏志倭人伝の国である。

九章算術の「卷一 方田」の第一問題は長方形の田の広さを求める問題で「歩を単位にして縦と横が15と16の長方形の面積を求める問題」である。引き続く類題「二桁かける二桁の問題」を経てさらにより大きい整数の乗法計算へと発展させる。その後、小さな量を取り上げ分数の同値関係（約分）やその計算（合分，減分，課分，平分，経分，乗分）を取り上げている。分数計算を終えた後再度、大きな広い田「大廣田」に戻り、大きな数の処理を扱い、対象図形を長方形以外に拡張して台形などの直線図形や円などの曲線図形の求積問題を取り上げ、学習者の計算技術の育成を配慮した内容展開が図られている。このテキストの読み手に期待されている数学的素養の要求は、加法減法の習熟はむろんのこと、乗法も2桁同士の計算が出来ること、九九については完全な習熟を前提としていたと見ることが出来る。

今日我々が通常目にする事の出来る「九章算術」は、武英殿本であれ、その聚珍版であれ、前述の劉徽による注原序を持つが、この中で彼は冒頭、「昔在包犧氏始畫八卦，以通神明之德，以類萬物之情，作九九之術，以合六爻之變。」

……〈劉徽九章算術注原序〉



と記している。ここでの包犧氏は、周公や黄公よりも、もっと古い牛身人面の伝説上の古帝王であり、「九九の術」がはるか大昔より存在したことを述べている。したがって二千年前の当時であっても「九九」という言葉の成立は、追究しても調査結果と発生実体が乖離したものになる可能性を認めていたとしてよいであろう。

中国数学史では「九九」をどうとらえているか、これを見てみよう。

銭宝琮編の中国数学史、第1章「秦統一以前の中国数学」によれば、¹²⁾

古代の籌算術（算籌計算術）は長期にわたる発展過程をへて、現在も流行する珠算術に移り変わったとする。これら二つの算術は用いる道具は同じでないが、ともに位取り記数法を用い、加・減法や乗法の演算順序も基本的に等しい。籌算の加法と減法については歴代の数学書すべてに記録がないが、乗法や除法を実施する場合に含まれる手順を分析すれば加法や減法の諸法則、口訣の解明を可能とする。いくつかのものは珠算術のやり方の中に引き継がれているが、加法口訣（コウケツ、口づたえの秘伝）や減法口訣を明確な形で示すことは困難である、としている。また、籌算術の乗、除法は、ともに乘法口訣〔乘法表〕を利用して

ところで古代の乘法口訣は、今の乘法口訣が“一一如一”に始まって“九九八十一”に終わり、ともに四十五句であるのに対して“九九八十一”に始まって“二二如四”に終わり〔一九如九“や一八如八”などの九句を欠くので〕、ただ三十六句のみからなり、その順序も現行のものとは反対である、¹³⁾としている。

この記述の要点は、計算方法に着目して、とりわけ形の残っている道具を用いる計算術を手がかりに、それを支える加算九九及び乗算九九の存在に着目している。乗算九九については、乘法表があり、まず歴史的には

第一に、乘法九九は大きい数の組み合わせ（九九）から、小さい数の組み合わせ（二二如四）に至るものであること、および、

第二に、半九九の三十六句のみであること。

の二項目あり、それが、そして銭氏がこの書をまとめた今日では、

第三として、乘法九九は小さい数の組み合わせ（一一如一）から、大きい数の組み合わせ（九九八十一）へと、系列の逆転が見られること。

第四に、このため、半九九が九句増え、四十五句となっていること。

と変化しているとの現状について事実認識がある。これからの2つの章の展開は、これらの差異の例証であり、これを歴史的変容と見て、その変化のよって来る所を考察することである。

1-1-2 九九の語源について

古人は「かかる口訣のはじめの2字が九九であったことより“九九”を乘法口訣の略称と

した」と銭氏はいう。すなわち

「《周髀算經》卷上 矩出於九九八十一，（冒頭のやりとり）」

「《趙爽》 九九者乗除之原也」

に見られるように，《周髀》第一章には，周公の問いに答えて商高は“……矩九九八十一……”から出ると解答しており，趙爽は，“九九は乗除のもとである”，と注釈している。

ここでの「矩」は曲尺，定規より転じて行動の基準，法則の意味と解せられる。そしてそれは妥当であるが，筆者は更に「それを九九を矩形，即ち長方形の面積処理の算法のイメージと重ねて見ていたのでないか」と推定する。その理由は，加法は長さの有効な処理方法であり，それに対して面積処理の有効な手法として，廣（＝横）一定の時の縦の長さというアイデアは，アイデアとして，一般化して乗法としてとらえられる。そして，九九は乗法の典型であるからである。

また《夏侯陽算經》は，「《夏侯陽算經》乗除之法，先明九九」すなわち“乗除の法は，まず九九を明らかにせよ”と述べている。

ここに，素朴で機能的数値処理を個別的に遂行して何ら痛痒を感じない生活に終始して，形式的な大量処理に至らなかった世界の各地の民族との差異がある。縄文時代の我らが先祖も，数量の大量処理の必要性に迫られていなかったのではないか。そこには，数値処理についての情報がたとえ，非形式的に集積されても，形式化し次の処理に対応しようとする「構え」が生じなかったと見る。多くの数値処理に対応して，計算の仕方を考える。そして繰り返し用いるものを，使用しやすい形にまとめ，（九九という形なりに）整えて用意する。夏侯陽算經は，乗法除法の計算では，九九を先験的な前提ととらえ，問題を処理しようとする姿勢が示されている。当たり前といえれば当たり前であるが，学校教育の学習指導や教師教育に携わった者として，「作業に於ける予測あるいは仮説，あるいはある事柄成立の前提条件の吟味など」にかかわる指導視点として評価したい内容を含んでいる。

新しい方法（智慧）獲得についての要点は，いえば，簡単な情報を収集し分類し次の使用に向け整理して形を整えるだけのことだが，九九についても人類が何万年も要した上で実際に実行に移したことであり，また条件を満たした他の人類の集団でも，古代エジプト，古代ギリシャなど「九九」の発生を見ることが出来るのである。

ところで乗法，除法は数字計算の二大法則であり，乗除算法を知悉するのが数学を学ぶ基本条件であった。それゆえ，“九九”はまた当時の中国の実用算術の代用名詞としても使用されている。

「九九」の呼称の起源についての銭氏の説（乗法口訣の最初の2字で略称した）は，平山諦；東西数学物語，大矢真一；九九の歴史など，多くの日本の文献にも見られる所である。⁽³⁾

かな五十音や四十七文字をそれぞれ「あいうえお」あるいは「いろは」と呼称し、アルファベットを「ABC」という。音楽でのドレミファも含めこのように最初の幾文字かでそのものを略称することは、人類の智恵であろう。九九についてはドイツ語では Einmaleins (アインマルアインス) と称しているが、これはドイツでは九九が 1×1 から始められる事実を受けて Einmal eins ist eins ($1 \times 1 = 1$) の略称で代表させているからであろう。

1-1-3 古代に於ける「九九」の知識普及の度合いについて

銭氏は、《韓詩外伝》卷三 を引用して九九は中国では春秋の時代にはかなり多くの人に知られていた事実であることを示そうとした。⁽¹²⁾

齊桓公⁽⁴⁾設庭燎，為便人欲造見者，期年而士不至，於是東野有鄙人以九九見者，桓公使戲之曰，九九足以見乎，鄙人曰，……夫九九薄能耳，而君猶礼之，況賢於九九者乎，……桓公曰善，乃因礼之，期月，四方乃士相導而至矣

韓嬰カンエイは、燕の人、詩経を治め、漢の文帝のとき博士になり、かつて《韓詩外伝》を撰したが、その卷三に齊の桓公が庭に篝火を焚いて謁見に至ろうとするものに便宜を図ったとの故事を述べている。一年経っても士人は誰も来ず、たまたま九九によって謁見する東野の鄙人がいた。桓公は九九をいわせた上で“九九はそれだけで謁見するに足るわざか？すると”……九九はつまらないわざです。しかし君王が九九を知る者でさえなお礼遇すれば、まして九九より優れたことを知る者にはなおさらでしょう？……と、桓公はよしと行って、この者を礼遇した。すると一月して、四方から士人が相導いてやってきた。

劉向《説苑》“尊賢”篇や《三国志》卷二十一裴松之註にひく《戦国策》も、文字に出入りがあるものの、ともにこの故事に言及しているとのことである。

これらの故事に基づき春秋時代には、「生産実践と結びついた乗除算法は既に誰が知っていても珍しくない知識となっていた」と銭は論じている。⁽¹²⁾

第2章 中国の「九九」表とその特徴

2-1 西域文献からの復元「九九」

古代中国の九九表は、二つあってその一つは「敦煌漢簡」九九表として知られている。これは李儼「中国古代数学資料」(科学技術出版社1956) p16に見ることができる。

以下現存部分

教材としての「九九」の歴史的研究（その1）

九九八十一	八八六十四	五七卅五	二六十二	二三而六
八九七十二	七八五十六	四七廿八	五五廿五	二二而四
七九六十三	六八四十八	三七廿一	四五二十	
	五八四十		三五十五	

他の一つは居延から出たもので、表のうち次の部分だけが残っている。

九九八十一	四九三十六	八八六十四
八九七十二	三九二十七	七八五十六
七九六十三	二九一十八	六八四十八
六九五十四		五八四十
五九四十五		四八卅二
		三八廿四

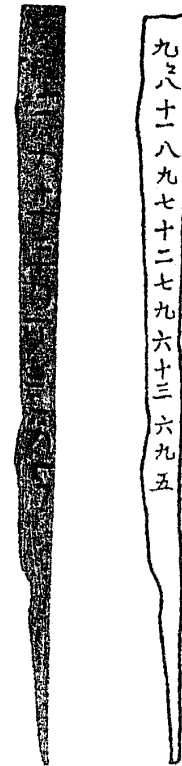
（一十八は十八である。一百・一十のように、百・十にも一を付けるのが中国では普通である。これは百も十も単位であるから、それに係数を付けて数を表すという、原則に従うものであるともいえよう）。

これら敦煌及び居延からの九九表を合わせると、当時の九九表全般が推察できる。すなわち、最初の第二字目に「九」を含む式のグループを九の段と呼ぶことにすれば、九の段は、九九八十一、八九七十二のように、二九十八までつづいて、一九はない。八の段は、八八六十四から、七の段は七七四十九からはじまる。即ち p の段であれば p の平方数以降の数列がつづき、二 p にまで至り、一 p はない。このように二の段まで続く。一の段はない。

また積が一位数であるときは、我が国では二三が六というように、二三而六のように積の前に「而」という文字を入れる。

これによって、その全部を書いてみると、おそらく次のようであったであろう。

(九の段)	七八五十六	三七廿一	三五十五
九九八十一	六八四十八	二七十四	二五十
八九七十二	五八四十	(六ノ段)	(四の段)
七九六十三	四八卅二	六六卅六	四四十六
六九五十四	三八廿四	五六卅	三四十二
五九四十五	二八十六	四六廿四	二四而八
四九卅六	(七ノ段)	三六一十八	(三の段)



三九廿七	七七四十九	二六一十二	三三而九
二九十八	六七四十二	(五の段)	二三而六
(八の段)	五七卅五	五五廿五	(二の段)
八八六十四	四七廿八	四五二十	二二而四

2-1-1 復元「九九」表についての問題点

九九表に於いて、九の段といった今日的「段」の呼称が存在したか否かまだ確認できないが、仮に段という概念が存在したとき、第一に、半九九36句であることの意味。第二に、九の段から、八の段、七の段と小さい数へと下した事の意味。第三に、上で示した第二数字を揃えさせたことの意味。などが問題となろう。

なお、この第一、第二の問題は、1-1-1で述べた錢氏の第二、第一の問題にそれぞれ対応する。第三の課題も、今日日本で使用している九九表との差異を問う問題である。

第一の問題（なぜ、九九として36句がまとめられたのか、なぜ36句のみでよかったのか）の意味は、この乗法九九が、実際の場の具体的問題の数値処理の中で洗練されて生まれてきたことに起因する。したがって、解を正確に手早く容易に求めるために事実を整理し、言語の音声的特性を背景にしながら、即戦的に活用本意に九九としてまとめたものであることを考えに入ると、 1×2 とか、 2×1 とかがいくつになるかは当たり前すぎて問題にならなかったであろう。すなわち、一の二倍とか、二の一倍とかを理論的整合性を求めて整理する発達段階以前の、発生的様相を示しているのがこの九九の状況である。

また、六九があれば、九六を必要としないまでに数学的事実に習熟している状況がある。例えば、前述の九章算術の「第一 方田」の場合を参考にしながら考察してみると、乗法の交換法則を前提に数値処理をしてきている。九章の中の最初の章でしかも最初の問題で長方形の面積を取り上げ、長方形の面積は、単位の個数を広×縦として数えれば良いという場面を用意している。広15歩縦16歩の長方形の面積であるから、平方歩という単位の大きさは横に15個並んだものが、16本ある、即ち 15×16 個と解釈できる。しかし、これは同時に単位のものが縦に16個並んだものが15本あるのだから、 16×15 個ともかける。 $15 \times 16 = 16 \times 15$ である。すなわち、数についての交換法則をうまく用いて、記憶すべき容量を減少させたもの、それがここで持ち出された古代の九九である。

第二の問題は、なぜ九の段の九九八十一から、小さい数の組み合わせに数の系統を進めるのか、である。この問題は、九九の呼称の起源ともかかわる問題を秘めている。片野善一郎は、「教師のための数学史」で、沢田吾一の説を紹介している。⁽⁵⁾それによれば、

「古代に於いては多くは今日のように小さい子供に九九を覚えさせるのでなく、自然やや年を取ってから始めるものであるから、あまり簡単だと興味がないから相当刺激あるところから始めた」。そしてまた、

「この知識を貴くみせるためにも九九八十一より始めた方がよい」と述べている。これは、学習者が素朴なおだてや実利的要求に突き動かされにくい年齢や立場の者であり、いわば意表性への訴えと高貴さへの希求願望に沿う格好付けが理由とされたのであろう。

筆者は更に、この九九の学習について、習い性になるまでの、反復練習による反射的記憶を要求したことが背景にあると考えている。もし時間が若干有り逆順の小から大の九九であれば、累加によって九九を答えていくことも考えられるし、その操作は累減より、容易なものである。

ベテラン教師が九九を暗記してきた子供に対して、古代九九に倣って、大きい方から小さい方へと七九、七八、七七、七六、……のように学習時とは逆に暗誦させているのに出くわしたことがある。一つながりの歌詞のように、記憶する段階を乗り越えて、一つ一つの句を正確に記憶させたいの願いがこのような工夫をさせたのであろう。

第三は、「pの段の九九は、第二数字をpと揃えさせたこと」についてである。中国にあっては、乗法の交換法則の存在は別にして、言語表現は、主語+述語+目的語の構文をとると考えてよいとする。すると九の段の八九は、九を八倍するという言語表現に対応するものであると理解できる。九は目的語であり、被乗数である。したがって、pの段とは、pを被乗数のする九九の集まりで、乗数を1だけ累減させながら、系列をつくったものであると見ることができる。

このことは、数学教育の立場からは、「掛ける」という加減以外の新しい演算を初めて導入するとき、被乗数と乗数の何れを変化させることが、学習者により印象付けでき、動機付けできるかの指導課題を根底に含むものと見ることができよう。これについては教授者の側の意向もあり一概に結論づけられないことであろうが、この課題に対しての古代中国人の先賢たちの何百年にわたる智慧は、規則正しく変化させ観察させる対象として、演算子である「掛ける数」を選んだと見られることである。すなわちそれが九九表で「九九のpの段では、第二数字をpとして、第一数字をpから1ずつ減少させた数列を考え、積を対応させることであった」と理解できよう。すなわち新しく導入された演算において、その演算に注意が向けられる仕組みをこの九九の場合も考えたということになろう。

2-2 「一の段」まで拡げて考えた古代中国のテキスト……孫子算経

算経十書の一である「孫子算経」の成立は、後漢の時代（97～220）であろうと推定されている。この算経には「九九の表」は載っていないが、上巻四丁表から十一丁裏まで、九九やその発展問題を取り上げている。⁶⁾

九九八十一自相乗得幾何答曰六千五百六十一。六千五百六十一九人分之間人得幾何答曰七百二十九。

（九九，八十一。自ら相乗じて<81を自乗して>幾何を得るか。六千五百六十一となる。

六千五百六十一を九人で分けるとどれだけになるか。七百二十九となる)

九九の取り上げ方は、九九八十一からはじまって八九，七九，六九……二九，一九。八八，七八……二八，一八。七七，六七，……一四。三三，二三，一三。二二，一二。と次々に上述のような問題が提出されて一一如一にまで及んでいる。

これらにより「孫子算経」の描いている九九表の構成がわかる。西域で発見された漢代の九九表は36句であったが、それに、9個の1倍された句を追加した形のものである。すなわち、各段の一九如九，一八如八，……一二如二を追加し、一の段の1句，一一如一を新に増加したのである。これにより、45句からなる九九表の構成がなされていると判断するのである。

これは、先にも述べたが、数字の組み合わせに目が行き届くようになって、より整理した形で学習者に提供したいとする格好づけの精神が生じて来たということであろう。数学は形式の学問であり、実質だけでなく、形式を求め、形式の美に味わいを求めることはいうまでもなく大切である。

また、我が国の「ガ」に当たるものが、以前には「而」となっていたものが、ここでは「如」となっている。これについて大矢真一は、「両者の発音は似ているものだから、これははじめからこの二通りがあったのかもしれない。」と述べている。筆者は両者の発音については無知であるので、両者併存説の真偽について何らコメントできないが、「実如法而一」という「九章算術」から明治まで二千年近く用いられてきた「実を法でわり算しなさい」の意味の言葉に「如」も「而」も用いられていることに興味を持つものである。

2-3 「九九」の順序に大逆転がもたらされた……算学啓蒙，算法統宗；数学啓蒙 <「九九」→「一一如一」>から<「一一如一」→「九九」>へ

これについて、川原秀城は、九章算術解説（中国天文学・数学集 p68）において、元の朱世傑「算学啓蒙」1299 の九九は「一一如一」から始まり「九九八十一」に終わっている。およそ13, 14世紀頃に「九九」の順序は正反対に変わったのであろう。と述べている。大矢真一によると、そこには既に

一一如一；一二如二，二二如四；一三如三，二三如六，三三如九；

一四如四，二四如八，三四一十二，四四一十六；一五如五，二五一十

のような順になっているとのことである。

また、明の程大位の「算法統宗」(1593) については、飯島康男によると、⁽⁷⁾「九九八十一」の題のもとに、やはり同じ順序に九九が並べられているとのことである。ただ五の段が 一五如五 二五得一十 三五十五 四五得二十……のように若干変化した部分があるとしている。

乘法

乘者生數也。以數生數，有生生不已之義焉。單數曰因，衆多曰乘，通而言之曰乘也。衆位法乘一位實，仍是一位實因衆位法，蓋實法可互易，而因與乘，初無異理也。

學者必須先念九九合數表，如左一一如一，及九九八十一，自小至大用法，不出乎此。

一一如一									
一二如二	二二如四								
一三如三	二三如六	三三如九							
一四如四	二四如八	三四十二	四四十六						
一五如五	二五得十	三五十五	四五二十	五五二十五					
一六如六	二六十二	三六十八	四六二十四	五六三十	六六三十六				
一七如七	二七十四	三七二十一	四七二十八	五七三十五	六七四十二				
	七七四十九								
一八如八	二八十六	三八二十四	四八三十二	五八四十	六八四十八				
	七八五十六	八八六十四							
一九如九	二九十八	三九二十七	四九三十六	五九四十五	六九五十四				
	七九六十三	八九七十二	九九八十一						

凡乘者，以原數爲實，乘數爲法，實列於上，法列於下，必使法實相當。如千對千，百對百，十對十，單對單之類。按法乘實，合而增之，爲所得數。

そして、アレキサンダー・ウイリー（偉烈）口述の「数学啓蒙」(1853) が出現した。その中国語訳担当者金咸福は、乘法（九丁表裏）の題のもとに「九九合数表」を掲げている。それは上述の「算法統宗」の九九表の三百年後の姿であり、「算学啓蒙」の六百年後の成熟した姿である。

一の段から九の段へ、そして「一一如一」→「九九八十一」の45句構成である。段は、句を構成する第二数字を対応させている。pの段とは、一p如p，二p〇〇，三p〇〇，……，pp〇〇〇といった平方数までのp個の句だけである。

1句の長さを、4または5数字とする。このため、積が一位数の時、これまでと同じく、その数値の前に「如」を付ける。記数法として、数が十以上二十までの数の場合、「一十某」としないで簡略化し「十某」とする。しかしちょうど積が十の場合は、「二五得十」のように得をつけ、3数字となるのを防ぐ。

この表を、筆者は中国にあっての九九表の一つの到達点と見る⁽¹⁾ウイリーも中国語と同じく、主語+動詞+目的語の言語構文をもつ言語を使用する人であったので、九九がこのように、受け止められまとめられても、違和感が無かったのであろう。

さて、ここでは句の系列が、数千年続いた九九から小さな数の組への系列から、一一から

九九へと逆転変更している。なぜこのような革命的とも云える変化を生じたのか。

2-3-1 逆転劇は、なぜ生じたか

筆者は、この原因を数学の学び手の側に生じた変化と、計算のための用具の改善に関連付けて解明しようとしている。学び手に見られる変化とは、蒙古民族が西のヨーロッパにも拡張した世界帝国作り、中国に元の国を打ち立てたこと、このことは扱う物量・情報の規模の拡大を招来し、それらに接触・処理する人の需要を生み、結果として数学を道具として用いる人材の育成がそれまで以上に必要とされたのではないかとみる。数学とは、それまではどちらかといえば固定された社会での、ゆったりと身分保障された有識者相手の教養的、娯乐的な存在であった。ところが、変動する社会では、これまで数学と無縁であったより若い人たちに対して、道具としての数学を効率よく伝達する必要性が生じたのである。その基礎をなす九九をより取り扱いやすくしたいとの願いが、系列の順を、威圧的な九の段から身近な小さい数から出発する系列に換え、威圧感を和らげる試みを実施してしまったのがこの時代であった。

また、算木と算木算盤とは、古くからの計算道具であり、それは数値計算のみならず、方程式の解法にも、利用されてきている。漢代に記された徐岳の「数術記遺」には14の計算方法があり、その13番目に珠算があり、甄鸞の注釈によれば、「ローマの溝算盤」がイメージされてくる。この素朴な溝算盤が、宋から元にかけての商工業の発達に呼応して、軸に貫かれた中国ソロバンとなって登場してくるのである。そして明代に至っては一般庶民の間にも日常計算器具として普及してくる代物である。

算木算盤から、珠算への移行はこれら計算器具の取り扱い手続きのよさのみによるものとしてよろしかったであろうか。

算木算盤の計算の仕方を 78×56 を例に見てみよう。算木算盤の計算は、算盤の上中下の3つの段を用いてする。まず上段の左端に実(56)を算木で表し、法(78)は下段に置く、一被乗数、乗数をユーラシア大陸では区別しないといわれているが—その時法の末位8が、上段に置かれた実の首位5の真下に揃うように算木を置く。中段には、実の首位の数5に法78を首位から掛けながら積(部分積)390を作り法の末位と揃うよう置く。これで実の首位と法との部分積が出来たことになるので、実の首位の数は用済みとして取り外す。今新しく出来た実6はこれまでの実56より1桁小さい数であるが、これを新しい実とみて、法78を右へ一桁ずらした上で、先ほど同様に部分積468を求め加える作業をする。その上で実6の首位を払う。これを繰り返して実を構成するすべての位の数との部分積をつくり、それらの和を逐次求めて、計算は終了する。⁽²⁾

それに対して、ソロバンの掛け算では、算木算盤のように三つの段を使用することは出来

ない。一列の段の上でするしかない。そこで、例えば、法（掛ける数）を左に、中央に実（掛けられる数）を置くことになる。積は、算木算盤の時と同じく、実の各位の数と法との部分積を求め、次にそれらの和を求めればよい。であるから、まず最初に、実の末位の数と法との部分積を求め、実の右隣に置くことになる。この行為の後、実の末位の数を読み、実のいまや末位となった数（本来第二位の数）と法との部分積を求める作業に移る。このようにして部分積を、その都度短縮されていく実の右側に、加算していくわけである。

算木算盤と珠算の両者を比較すると、実の各位との部分積をつくる。前者は首位から、後者は末位からの部分積であるとの相違はあるけれども、部分積の個数や大きさには、差異はない。部分積作成後、部分積作成の際使用された実の数字を取り外すことも同一である。唯一の大きな差異は、算木算盤の場合、短縮された実に合わせて法をその都度移動させなければならない。もし実が7桁の数であれば最大6回移動させることになる。その算盤での労が、珠算では軽減されるということである。各計算器具での数表現の難易以外に計算手続きの煩瑣さは、数値計算での珠算の時代到来の必然性を感じさせるものである。

ところで部分積の桁数は、法の桁数と同じか、それより1多い桁数である。この桁数を無視し加算すれば、「桁違い」を生ずるのは当然である。しかし計算従事者がこれに一一留意しなければならないとしたら、煩わしいものである。算木算盤では、まず実の首位に法をあたたま掛けして、部分積を作り、中段に置くが、その末尾は下段の法の末尾とが揃うようにする。すなわち法の真上から九九の積を置けばよい。珠算の場合では、部分積をどこから置けばよろしいか、それなりの工夫が必要とされる。無意識でも機械的に振る舞えば、おのずと正答が得られる工夫として、九九の特定の句に対して「如」「得」を配したのである。部分積は、実の末位に法の最上位の数から逐次掛けて作るが、珠算上で置くのは、実の末位のすぐ横の桁上から置くことを原則とする。例外措置は句に「如」がある時に限って、一桁空きが出来るように数字を置くことである。これは「如」の字は、積が1桁の数になる場合に限り付けてられているから他の二桁の積と区別し釣り合いをとるためである。なお「得」は「十」という二桁数に付せられたもので普通二桁の数は漢数字表記で2あるいは3文字あるのに釣り合わせたのであろう。この「如」や「得」の文字を含ませることにより、九九のすべての句が4文字あるいは5文字の句となる。それは、上記のような珠算計算上の工夫物であると同時に、表での表記上の美を求める心がそうさせたのであろう。

「如」「得」は、珠算という器具だからこそ、このように「九九」をまとめる必要性が生ずる。そしてそのようにまとめることのよさがわかる。計算器具の進歩が、より洗練された「九九」のまとめを「数学啓蒙」に与えたものと評価できよう。この意味で、数学啓蒙のすばらしさは、その九九については、ウイリーの素晴らしさと言うより、社会がそのように熟していたとみることが妥当であろう。

第3章 「九九」の我が国への流入・輸入について

ここでは、古代から近世にかけての中国からの九九の輸入と、江戸時代末期の洋算紹介を目的とする啓蒙書に見られる「九九」の様態を取り上げ、その特質を論ずる。

3-1 古代日本における「九九」輸入を必要とした社会的な条件

古代日本において、固有の命数法と、その処理の仕方があったに相違ない。縄文期に於ける巨大構築物例えば三内丸山遺跡の構築物を見るとき、数値処理として何らかの計算処理がありその結果を活用したのに違いない。しかし長い間に蓄積されてきた古来の計算方法は、古代中国からのより先進的な文物の輸入と共に、中国流のそれに置きかわっていく。王仁が論語を伝え、百済の易学博士王道良、暦博士王保孫が招聘されて、中国の天文学や暦学を伝えようとした。おそらく基礎となる数学も伝えようとしたことであろう。

3-2-1 律令制社会の官僚組織での人材の必要性⁽⁸⁾

大和に律令国家がつくられ、近江令、飛鳥浄御原律令、大宝律令、養老律令を経て諸事万端整理されていく。官制として中央政府は二官八省一臺五衛府構想で、太政官のもとに中務、式部、治部、民部、兵部、刑部、大蔵、宮内の八省を置いた。このため官吏が入用となった。当時とすると官吏の資格は、大学を出て所定の試験に合格した者、諸国より推挙によって中央の試験に合格した者、父祖の身分によって一定の位に序せられた者である。このため、大学が官吏養成機関として式部省の管轄下に中央に設置された。地方機関には国学が置かれて同じく官吏の養成に務めたのであった。

大学や国学の本業は儒教の經典を学ぶ明経道であり、音・書・算の諸道がこれに付帯した。

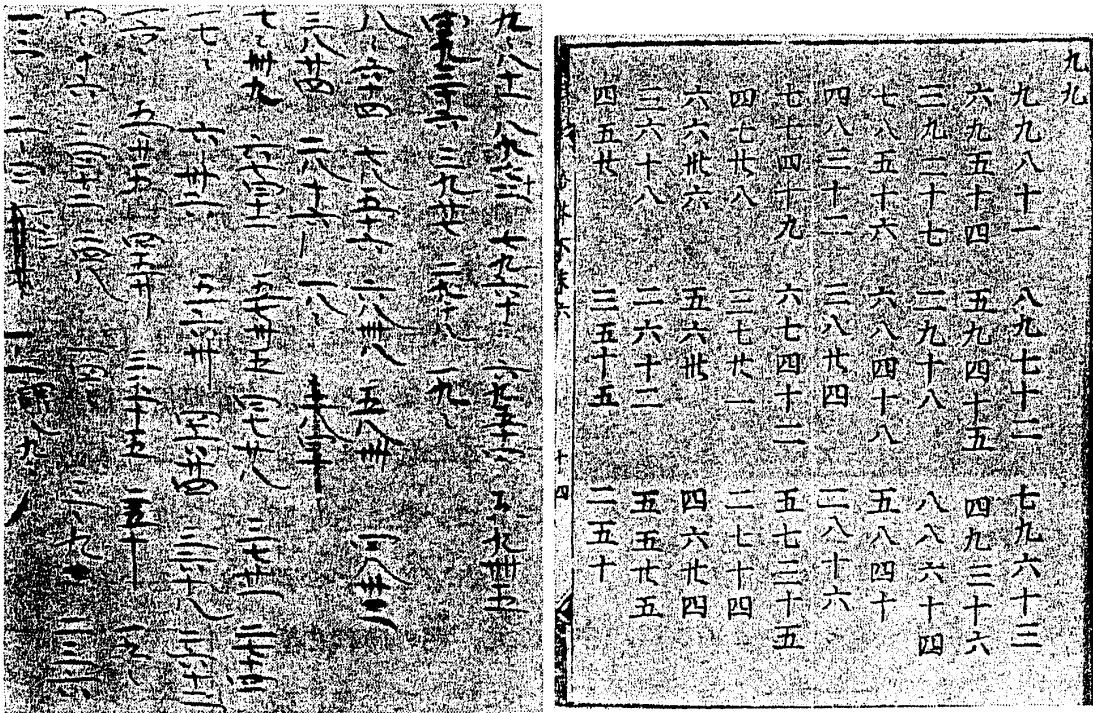
公家官制表によれば、式部省には卿、大少輔、大少丞、大少録の7ポストがあり、大学寮が付置されている。そこには頭、助、大少允、大少属と、博士、助教、音博士、書博士、算博士とが貼りつけられている。⁽⁹⁾

律令が、中国に範を求めた故に、官吏の素養も漢籍の咀嚼が第一条件で克服超越が課題になった。しかし、算博士に係わる分野では、「算経十書」が、淡海公の学令にテキストとして挙げられたとのことである。それは、周髀算経、孫子算経、六章、三開、重差、五曹算経、海島算術、九司算術、九章、綴術の十書を指す。このうち当時最も行われたのは「九章算術」であって、その学び方は、まず、「九九の合数—九因句法—を誦して、それから乗除加減をへて、九章に入った」との歴史書の記載があるが、1-1で見たように、九章算術の程度から見て、「九九」の学習が九章算術の学習に先立つことは当を得たものと判断が出来る。

では、どのような九九であったか。

3-2-2 「口遊（口ずさみ）」と「拾芥抄（じゅうかいしょう）」にみる「九九」

平安時代の中ごろ、天禄元年（970）には源為憲は『口遊』（くちずさみ）なる書物を作った。藤原為光の長男、当時七歳であった松雄君の教科書とするための書物である。この中につぎのような九九の表が見える。³⁾



「口遊」から

「拾芥抄」から

九九八十一	八九七十二	七九六十三	六九五十四	五九四十五
四九卅六	三九廿七	二九十八	一九	
八八六十四	七八五十六	六八四十八	五八四十	四八卅三
三八廿四	二八十六	一八々		
七々四十九	六七四十二	五七卅五	四七廿八	三七廿一
二七十四	一七々			
六六卅六	五六卅	四六廿四	三六一十八	二六一十二
一六々				
五五廿五	四五二十	三五十五	二五十	一五〇
四々十六	三四十二	二四八	一四々	

三々九 二三六 一三々
 二々四 一二 一々一

(一九、一二の次はそれぞれ一つ字が落ちている。一五の次は虫くいである。
 四八卅三は卅二の誤。これは今残っている書物が少し後の写しだからである)

これによれば、中国における形がそのままわが国にも行われていることが分かる。ただし中国の九九表には一九如九のように如の字があるが、これはわが国にはない。口遊にあるが一九九はその文字のまま「イツクク」と読んだのか「イツクがク」と読んだのか、それはわからない。

この書物の編纂が対象となった松雄君の、官吏登用試験を目途としたものか、血統よき人の教養人となるための素養の錬磨の為なのか、その願いを確定する資料を持ち合わせないのでこれ以上の詮索は出来ない。ただ云えることは、算博士など、暦とか天体関係のいわば理系人間が官吏登用試験や研修に数学の勉強を必要としただけでなく、文系であればあつたで、漢籍に秀でていたことが求められていた。大学で養成された人たちはむしろ文系人間が多く、競争は熾烈であった。単なる文章でなく詩歌をふくめての才能の競い合いは、漢字で音声を移していく作業の中に、数字に音を対応させることも当然あつたことであるし、漢詩の中に「三五夜中新月色 二千里外故人心」(白居易) 等のような「九九」の取り込みを知れば、いわゆる文人たちは九九についても教養を深め、よりきれいな言い回しを工夫したことであろう。この意味で一般庶民は別にしても、「九九」はそこそこの人の教養として、必須の知識となっていたと考えることが自然である。

「拾芥抄」は、百科事典のような役割を持った当時の書物であるということである。¹⁰⁾

3-2-3 万葉集に見られる「九九」の音の響き

「九九」はそこそこの人の教養であつたのではないかと述べたが、古事記、万葉等の文学の伝承が暗誦を武器としていた時代を経て、輸入された漢字に音を託して、表現する時代が到来した時、「九九」も日本語の韻律の響きを持つものとして文字で表わされたし、意味のよみかえもしたことであろう。

事実数多くの「九九」が文学の中に利用されている。万葉集の中に「朝」かりに十六(しし、猪)ふみ起こし、「二八十一(にくく、憎く)あらなくに」などというように九九を利用した戯書のあることは、よく知られているところである。

赤井逸の「数学外論」(共立90.12.25. p.35)には「八十一」と書いて「くく」と読ませる事例をいくつも掲載しているので、敬意を示しつつ、転記させていただくことにする。

- 789 情八十一<こころぐく>所念可聞<おもほゆるかも>春霞<はるがすみ>……
- 1495 足引之<あしびきの>許乃間立八十一<このまたちくく>霍公鳥<ほととぎす>
如此開始而<かくききそめて>後將恋可聞<のちこいむかも>
- 2542 若草乃<わかくさの>新手枕乎<にひたまくらを>卷始而<まきそめて>
夜哉將間<よやへだてむ>二八十一不在国<にくくあらなくに>
- 3242 百詩年<ももしね>三野之国之<みぬのくにの>高北之<かたきたの>
八十一隣之宮爾<くくりのみやに>日向爾<ひむかひに>……
- 3330 ……衣社者<きぬこそは>其破者<それやれぬれば>繼作物<つぎつつも>又母相
登言<またもあふといへ>玉社者<たまこそは>緒之絶薄<をのたえぬれば>八十
一里喚鷄<くくりつつ>又物逢登曰<またもあふといへ>又毛不相物者<またもあ
ふという>
女麗爾志有来<つまにしありけり>

その後、我が国の数学はおとろえたが、実用上の目的から九九の学習だけは引続いて行われたようである。

3-3 お手本を越える鎖国の花……塵劫記

毛利重能は、明の国で数学を学ぼうとしたが2度失敗し3度目は朝鮮の役が生じ、中国のそろばん書、程大位の「算法統宗」1593の本を得て帰る。彼は天津で日本式そろばんを作らせ普及につとめた。高弟の一人吉田光由は師以上に算法統宗を解し「塵劫記」を1627年著した。九九の順は算法統宗と同じく、小さい方から並べられている；

二二四	二三六	二四八	二五〇	二六十二	二七十四	二八十六	二九十八
	三三九	三四十二	三五十五	三六十八	三七二十一	三八二十四	三九二十七
		四四十六	四五二十	四六二十四	四七二十八	四九三十六	四九三十六
……………							
……………							
						八八六十四	八九七十二
							九九八十一

筆者の手持ちの資料新版塵劫記（寛永十八年1641）によると、最初から二の段の二七まで、積の数値の前に仮名の「ノ」が添えられている。印刷は位置は、縦行に7句ずつ5行あり、最後の句「九九八十一」がはみ出し計36句である。

光由が工夫した点は、九九の句の第一数字に着眼して、「段」を分類した点である。すなわち、二が頭につくのが二の段、三が頭につくのが三の段、……のように、中国の九九とはすっかり異なるものに改良した。そして各段は、p段であれば、p×pからはじめて、p×

$(p+1)$, …… , $p \times 9$ で終わる句数 $(10-p)$ 個の形に整えたのである。

大矢真一は、これまで、第二数字で分類していたものを、第一数字に取り替えたことについて「これはなぜであるかは、まだ解釈がつかない。」と述べている。しかし筆者は「光由が第一数字を実（被乗数）とし第二数字を法（乗数）とした」。かつ、その上で「実である第一数字で分類した」と推定している。これは 2×3 を「2かける3」と棒読み（音読み）し、これを意味よみにかえて「2に3をかける」とか、さらに「2を三倍する」とよむことは、日本語の思考順序に適していて、無理がかからない仕方になっている。また小さい段から覚えるのであれば、小さいやさしい数字の段では、覚える句数も多いが、数字の大きい後になるほど個数が少なくなるという結構な仕組みである。

このような素晴らしい内容を光由が思いついたのは、彼がソロバンによる計算でも中国式に改良を加えるほど研究し熟達したことによると推定している。算法統宗にしたがっての中国式そろばん操作法では、実を左に、法を中程に、そして積を右に置く事になっており、これを彼自身工夫の成果として、左から、法、実、積の順に置くのがよいとした。彼の場合実の末位の数に、法を逐一かけながら、すぐ横に数値を繰り入れていく手続きを取る。一つの部分積が出来上がるまで被乗数は同一であり、なるべく同一段の九九で処理できるとよい。この日本流の珠算上の操作が、被乗数と乗数の取り替え、すなわち実と法の取り替えする事のアイディアとなったとみる。このように考えると、ごく自然で妥当性をもつ工夫である。

塵劫記には「一段」の九九は無い、これもそろばんによる計算のように、かなりの訓練を経て熟達するのが常であるので、1の段や、 $\times 1$ などでまごつくことはないとしているのだろう。確実な計算をするため、確実な句の記憶が必要でそのため、記憶量が多くない方がよいとの考えも、数千年に亘っての真理であった。

3-4 日本人の見た西洋初等数学……………西算速知 洋算用法

幕末、長年の鎖国政策を変更して開国に向おうとしようとする時期、蘭書解禁の中、西洋の数学、筆算の紹介書が二冊、安政四年1857に刊行された。一冊は、大阪で和算の塾を経営していた福田理軒の「西算速知」であり、筆算であり珠算でないことの発想からか、掛け算に格子算を持ち出してきている。しかし使用する数字は漢数字であり和算の優位を確信した紹介書であった。

他の一冊は、西洋諸科学に関心を有していた柳河春三の「洋算用法」であり、執筆の姿勢は西洋諸科学の基礎である西洋数学＝筆算の修得を目指している。「たとえ九九を知らない女子供であっても数ヶ月の中に筆算の修得が出来る」を標榜して、比例式による立式およびその処理に至っている。知識の源泉は蘭学であったのであろう。ドイツ語に近いオランダ語とおぼしき言葉が要所に付加され、春三の数学的対象の受け入れ姿勢を示してほほえましい。

言語構文の動詞+目的語と数式表現（立式）の同一視化を洋算の基本姿勢であるとの喝破は、乗法での「 4×6 とは4倍する、6を」とのいたって妥当な理解から、さらに情熱をもって憶測をまじえたであろう除法の表現「15わる3を、3でわる15をと考え、 $3 \div 15$ と表記する」にまで至っている。

理軒の「九九之表」および春三の「九九合数表」を掲げておく。両者の特徴は、縦横組み合わせの明確な二次元の表として、いわば左書きに即した数表としてまとめられている。

	一	二	三	四	五	六	七	八	九
一	一	二	三	四	五	六	七	八	九
二	二	四	六	八	一	二	四	六	八
三	三	六	九	二	五	八	一	四	七
四	四	八	一	二	三	四	五	六	七
五	五	一	二	三	四	五	六	七	八
六	六	二	四	六	八	一	三	五	七
七	七	三	六	九	二	四	七	一	五
八	八	四	八	一	三	五	八	二	六
九	九	五	九	二	四	七	一	六	三

九々之表

圓の下の方形と斜めと界
割、斜圍と下の
小の二の数を上の
小の十の数を上の
折の数を上の
折の数を上の
折の数を上の
折の数を上の
折の数を上の
折の数を上の

九九合数表

一 二 三 四 五 六 七 八 九

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

九九合数表の作り方は、九九の表の作り方を論じている。そこでは、サイコロの目のような6点に対して、2点が3組 2×3 とか3点が2組 3×2 という見方の出来ることに言及し、従来使用の半九九に対する配慮も示されている。

理軒はこの「九九之表」に先だって、黒丸のアレー図を用いて、九九の作り方を論じている。そこでは、サイコロの目のような6点に対して、2点が3組 2×3 とか3点が2組 3×2 という見方の出来ることに言及し、従来使用の半九九に対する配慮も示されている。

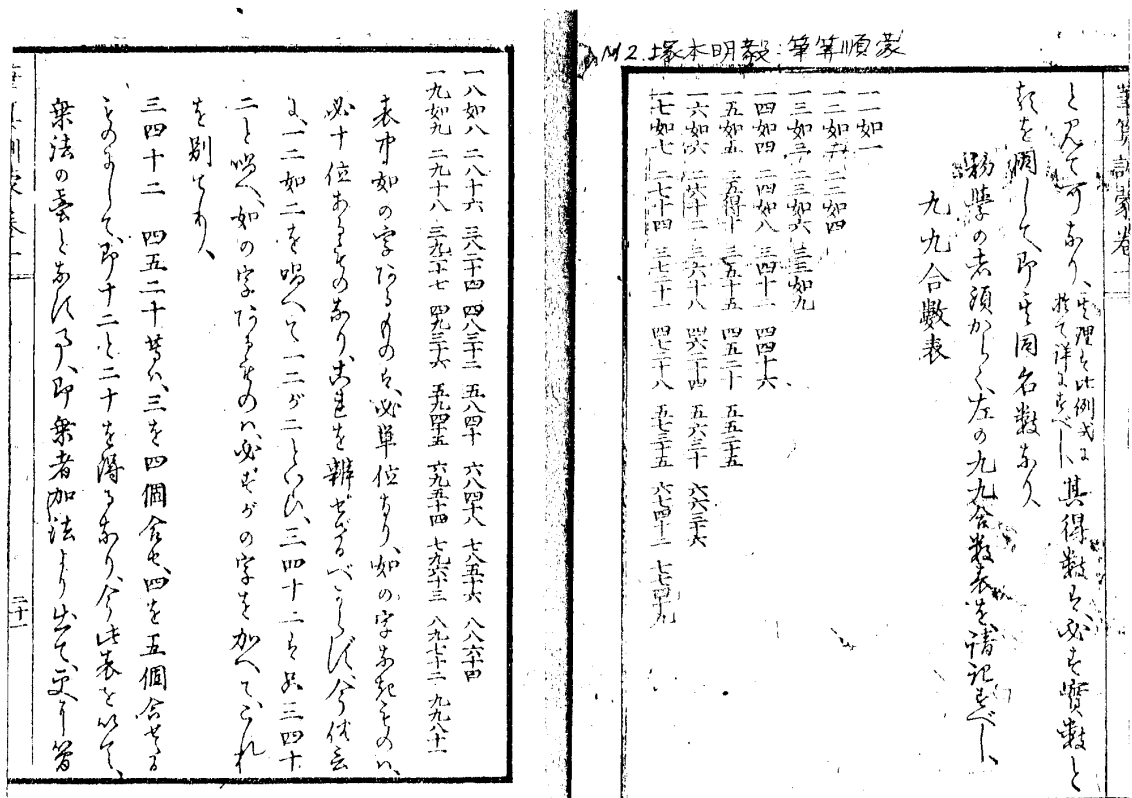
春三は、被乗数が十以上百一に及ぶ「広九九表」を示し、更に大なる数二百、三百、千を例示しながら加法による構成方法を示唆した。このアイデアは今日でも、乗法や除法の筆算指導の学習展開にも利用できるアイデアであり、とりわけ除法の仮商の考え理解に立ち向かわせるとき有効な手だてとなる。

3-5 学制発布前後の「九九」 筆算訓蒙 小学入門

—加算九九表の出現—

ここでは学制頒布の時期を目途に様相を述べたい。この期の学校数学は洋算を目指す、任にあたる教師の不足に悩む。「九九」は、時を越え受けつぎ自身の中で改良が図られるものと同時に、新たな色合いの数表とが見られる。これを概略二分して、中国一和算系と、洋算系とに分けておく。前者には、「数学啓蒙」の日本語版紹介書ともいえる「塚本明毅の筆算訓蒙」、塵劫記の流れを汲み珠算を念頭におくもの、和算家高久守静の東京府数学書、後者には、「文部省一師範学校による小学算術」を挙げられようが紙面の都合もあるので、1、2の例に挙げよう。

「塚本明毅の筆算訓蒙」



「文部省一師範学校」による「小学入門」

学制に伴う教授法として、一斉授業が紹介され、そこで用いる掛け図の代替物として役立てよう……これが「小学入門」の刊行の趣旨であった。小学入門には甲号と乙号があったが、いずれもこの図を載せている。換言すれば、当時新しい教育を目指した教科書は何れも「九九」としてこの九九を掲げたのである。

そこには、加算九九図があり、半九九の乗算九九図がある。

ひきついで、減算九九図、除算九九図がある。

なぜ減算九九図、除算九九図まで暗記をしなければならないのか。乗法だけがなぜ半九九なのか。ここにも、新しさの中に歴史の姿をよみとれる。

九	八	七	六	五
十	九	八	七	六
十一	十	九	八	七
十二	十一	十	九	八
十三	十二	十一	十	九
十四	十三	十二	十一	十
十五	十四	十三	十二	十一
十六	十五	十四	十三	十二
十七	十六	十五	十四	十三
十八	十七	十六	十五	十四

四	三	二	一	
五	四	三	二	一
六	五	四	三	二
七	六	五	四	三
八	七	六	五	四
九	八	七	六	五
十	九	八	七	六
十一	十	九	八	七
十二	十一	十	九	八
十三	十二	十一	十	九

九	八	七	六	五
				𠄎
			𠄎	𠄎
		𠄎	𠄎	𠄎
	𠄎	𠄎	𠄎	𠄎
全	𠄎	𠄎	𠄎	𠄎

四	三	二	一
		四	二
	九	六	三
六	十	八	四
𠄎	𠄎	十	五
𠄎	𠄎	𠄎	六
𠄎	𠄎	𠄎	七
𠄎	𠄎	𠄎	八
𠄎	𠄎	𠄎	九

2-5-1 九九として「加算九九圖」「乗算九九圖」とその呼称

小学入門に見られるタイプを中心に、この期の九九図とその呼び方を唐沢富太郎の教育稀観書集成（応松堂、S55.8.18）などに求めてみよう。いわゆる二次元表タイプの時代が到来している。

集成書順位.	著編者名.	書名.	発行年.	出版社名
加算九九・呼び方	減算九九・呼び方	乗算九九・呼び方	除算九九・呼び方	
所在頁	但し所在頁で8Taとは和書で八丁表を表す。			

2. 師範学校 小學教授法 全 田中義廉・諸葛信澄閲覧 M6 雄風舎蔵版
 加算九九圖・加算九九ノ呼法 乗算九九圖・乗算九九ノ呼法
 8 Tb 8 Tb 7 Tb片 8 Tb
5. 文部省編纂・師範学校彫刻 小学教授書 全M
 加算九九ノ圖 乗算九九ノ圖
 6 Tb 7 Ta 7 Tb. 8 Ta
6. 文部省；小學入門 甲号 M7.10
 加算九九の圖 乗算九九の圖
 24Tb. 25Ta 25Tb. 26Ta
- cf. 文部省；小學入門 乙号 M8.1 松木
 加算九九の圖 乗算九九の圖
 5 Tb. 6 Ta 6 Tb. 7 Ta
6. 文部省；小學指教図 M.17.11.27翻刻御届. M17.12月成刻出版 萬里堂 野口幾太郎
 小學指教圖 小學指教圖 同・乗算呼聲(九九合數)
 加算併減算呼聲 乗算呼聲・九九合數 除算呼聲九歸法
 6 Tb. 7 Ta 一九足十, 二八足十… 5 Tb. 6 Ta 総 14同じものあり
 一引九残, 二引八残…
11. 師範学校. 改正小學教授方法 青木輔清 (全) M9.8.7 東生氏刊行
 加算九九圖・加算九九の呼法 乗算九九圖・乗算九九の呼方
 10Tb M7.8改正. (圖の見方) M7.8改正
 減算九九圖・減算九九の呼方 除算九九圖・
 14Tb.M8.11刻 減算九九の呼方
 12Ta.b.M8.11刻
13. 市岡正一編輯；小學入門教授方法 下野 弘學館蔵版 M8.11
 加算九九の圖・加算九九の呼法 乗算九九の圖・(呼び方)
 8 Tb 9 Ta 9 Tb. 10Ta 10Tb. 11Ta 11Tb
- 14 初學入門 教授法 五十嵐静修校閲吉田徹三編輯 M16.3.3 時習堂
 小學指教圖・加算併減算・呼聲 同・乗算呼聲(九九合數) 除算呼聲九歸法
 23Tb27Tb 一九足十. 二八足十… 一一一 一二二 一三三 一進一十.
 一引九残. 二引八残… 二一添作五
 二進一十
 除算呼聲 下(檀除法)
 見一無頭作九一 歸一信一

4. まとめ

いわゆる“Multiplication table”に対する「九九」という呼称は、中国では古くから知られ紀元前七世紀の春秋時代には「知っていることが特記に値しないようなありふれた知的財産」になっていた。その発生からの九九は「九九八十一から始まる九九」として「孫子算経」「九章算術」算経で使用され、その後宋・元の時代に「九九八十一で終わる九九」として逆順タイプになる。十九世紀半ばのウイリーの口述書「数学啓蒙」もこの形をとる。

日本への影響は政治文化の輸入の中でなされた。まずは律令国家としての大和朝廷の官吏養成・登用・研修に供され、逆順の九九は、鎌倉室町から江戸初期までに伝わり吉田光由の工夫で、実法（被除数－除数）の順の日本化と、各段の整理（各段の対象とする句）とがなされた。幕末での洋算（西算）の紹介書は、明治以降の二次元表タイプの数表使用の先鞭をつける。「小学入門」では、「かけ算（乗法）九九表」に先だって「加法九九表」を取り上げている。

筆者は、これらの出来事の意味と改良あるいは変更の理由を整理考察し、その歴史の必然性を数学教育の立場から解明してきた。

今後、記述に至らなかった国定教科書時代の教授の歴史、戦後の指導の様子等の追究を含め、これらにより、今後の乗法指導入門期での学習指導の原理、内容及び指導の諸点を対象に、教材研究を進めるものである。

5. 引用文献・参考文献

- (0) 柴田録治；九九とその歴史，数学教育研究談話会，於東京和田研究室1999.12.13
柴田録治；九九について－中国数学史と日本－，東海地区数学教育学研究会，2000.3.11
- (1) 中国天文学・数学集（科学の名著2）朝日出版社に掲載された，川原秀城氏「九章算術」解説による。
編纂成立の時期は紀元前100年前後以降である P51
- (2) 銭宝琮編，川原秀城訳；中国数学史，みすず，p11～13
- (3) 平山諦，東西数学物語，恒星社厚生閣 S48増補刷 P78
大矢真一；九九の歴史「数学教室 No.3。4月号 pp.31～33」
片野善一郎，教師のための数学史（数学教育叢書3）明治図書1962
- (4) 齊恒公の名前の人物は2人いる。つぎの人物のことか（漢辞海による）
？～前643春秋時代齊の君主。姓は姜。小白。鮑叔牙の進言で管仲を任用し，国力を增強。楚を下して，春秋時代最初の霸王となった。
- (5) 片野善一郎，教師のための数学史（数学教育叢書3）明治図書1962. p72
- (6) 孫子算経，乾隆41年2月校の武英殿聚珍版4丁表
- (7) 算法統宗の資料については，茨城大学元教授飯島康男氏に現物やアイデアの便を頂いた。
- (8) 遠藤利貞遺著，増修日本数学史，恒星社版 s.35. 8.30第二編第二紀支那算学採用の時代 pp.6～40
水木梢，日本数学史，教育会，s.3.

川原秀城 前掲書

- (9) 坂本太郎, 日本史概説 上 s. 26. 至文堂 公家官制表 (付録 p13)
 (10) 平山諦, 東西数学物語, 恒星社厚生閣 S48増補刷 p79, 「口遊」「拾芥抄」の図を転載
 (11)

乘法口诀表								
一一得一								
一二得二	二二得四							
一三得三	二三得六	三三得九						
一四得四	二四得八	三四十二	四四十六					
一五得五	二五一十	三五十五	四五二十	五五二十五				
一六得六	二六十二	三六十八	四六二十四	五六三十	六六三十六			
一七得七	二七十四	三七二十一	四七二十八	五七三十五	六七四十二	七七四十九		
一八得八	二八十六	三八二十四	四八三十二	五八四十	六八四十八	七八五十六	八八六十四	
一九得九	二九十八	三九二十七	四九三十六	五九四十五	六九五十四	七九六十三	八九七十二	九九八十一

六年制小学課本

数学

第三册

P. 55

人民教育出版社数学室編

1989年1月第2版 1990年5月

第2次印刷

除了头一句和每一横行里的最后一句, 剩下的每一句口诀都可以用来计算两道乘法式题和两道除法式题。

例如: 二三得六 $\begin{cases} 3 \times 2 = 6 \\ 2 \times 3 = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 6 \div 2 = 3 \\ 6 \div 3 = 2 \end{cases}$