

物質波の回折について

一回折に伴うアノマリーとEMドライバー

蔵 研也¹ 蔵 琢也²

概 要

本論文では、光子を含む物質波の回折現象にともなう運動量の謎を指摘し、考察する。平面波の回折は別方向へ曲がる量子の運動量が部分的に相殺するため、全エネルギーに対しての全運動量が足りなくなる。その足りなくなった運動量が、どこに行くかという問題である。それについての次の三つの仮説、(1) 回折現象を引き起こす原因となる周辺の物体に転移する。(2) 閉空間を進行する粒子はエネルギーのみが増え重くなっている。この場合、光子は静止質量を持つように見えることになる。(3) 運動量保存則が破れている、を提案し、その長所と短所、そして応用可能性を論じる。さらに、その中の一つ「運動量保存則が破れ」の仮説と「EMドライブ」の実験との関連を検討した。しかし、これらの実験値は大きすぎて、十分に説明することはできなかった。

1. 回折に伴う「アノマリー」

1. 1 波動の歴史

物理学の歴史において「波動」の理論が最初に開発されたのは、水面の波の進行、紐や弦の振動などを記述するためであった。その後、重要な応用として音波の理論が進展した。これらの波動の古典理論では、波動を伝える媒体のある部分の上下左右へ振動する運動が、隣接の構成要素に伝えられて、時間遅れで同じ方向に動くために波が伝わる。そして、重要な現象として、波が直進しない回折現象が観察され、フェルマらによって理論化された。光については、物質なのか波なのか長く決着がつかなかった。

さらに、19世紀に電磁気は波に類似した性質を示すことがわかり、電磁気の理論ができあがった。その結果、光が電磁波であること、さらには光を伝える媒質「エーテル」が推測された。古典的な波動の理論では、波動は物質流とは違ってエネルギーは伝えるが、原則、運動量は伝えない。電磁波の方程式には、エネルギーのみならず運動量や応力が内在していた。

20世紀に入ると、エーテルは否定され、光子は量子化されて粒子のように振る舞うことが確認され、相対性理論と量子力学が出来上がった。この時、元来、運動量は運べない形の電磁波に対して、運動量を付加することが必要となり、光子の場合にそれは、簡単な比例関係によっ

¹岐阜聖徳学園大学経済情報学部

²淑徳大学総合福祉学部 260-8701 千葉市中央区大巖寺町 200

て達成された。電子等の物質にも波動の性質が追加されたが、その関係もエネルギーと運動量に比例する簡単な形であった。

保存則のもっとも簡単なモデルは、剛体と剛体がぶつかって、跳ね返る過程であり、そこではエネルギーと運動量は保存される。素粒子の図式もこの変種である。だが、波動性の性質は無視されていて、必要に応じて別途、条件を加えて計算している。

しかしながら、波に（物質の性質である）運動量を「発見的かつ場当たりの」付加すること、そして逆に物質に波の性質を付加することには、本当に無矛盾かつ副作用がないのであろうか。以下に述べることは、このような「処方箋」がアノマリーを生んでいる可能性があることを指摘するものである。

1. 2 回析にともなう運動量の「アノマリー」

これから論じる問題は、舞台設定は簡単なものではあるが、その可能性の一例である。

次の問題を考えよう。粒子は何でもいいが、とりあえず考察を簡単にするために光子とする。光子が簡単な訳は、真空中で一定方向に移動する光子には運動量 p とエネルギー E 、光速 c の間に $cp = E$ という運動量とエネルギーが正比例するという強い拘束があり、かつ真空中では光速でしか移動できないという理由による。このような拘束がない電子等では考察がかなり煩雑になる。

初期に一定の方向に向きの揃った光子が、何らかの理由で向きが散らばったとしよう。すると、光子が光速でしか移動できないことから、運動量では進行方向が等しくないことによる部分相殺が必ず起こるが、エネルギーは正でしかないので向きの違いによる部分相殺が起こらない。すると散らばる前後で、全体の運動量が減ってしまう。これは単純だが不可避な事実である。この現象は、散らばりの分布の詳細によらず、仮に方向によって（周波数に比例している）エネルギーの増減があったとしても、エネルギーと運動量の比例関係から運動量の減少の方が必ず大きくなるという、普遍的で強い現象である。

よって保存則を仮定すると、どこかに運動量がエネルギーより多めに転移していなければならない。それがどこなのかという問題である。レンズなどを使って散乱させるならば、失った運動量はレンズに移ったと考えればよい（これも微妙な問題なのだが）。しかし、回析の場合はどうなのだろうか。これを以下の思考実験によって考えてみよう。

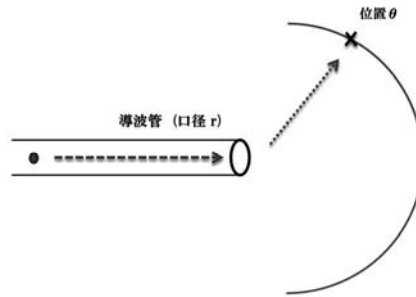


図 1

図 1 のように導波管の先に広い空間があり、壁への距離も波長に比べて十分に長いとする。導波管は円状で半径は r 、均一な厚さで w とおく。簡単のために導波管もその先にある空間も**真空状態**とする。空間の壁は吸収壁になっていて、粒子は壁で完全に吸収され、そのエネルギー運動量は壁に移るとしよう。導波管内部は反射壁であるとする。導波管の左から右に一定周波数 ν の定常波の光子を常に送り出すとする。放出される光子の位相は揃っており、かつあまりエネルギーが高くはなく、光子同士が衝突して、電子の対発生や散乱などが起こる頻度は無視できるとする。光子は量子化されているのだから、時間当たりの粒子数 n を送るとしよう。このとき、時間当たりの運動量 $nv\hbar/c$ とエネルギー $nv\hbar$ とであり、そのベクトルの向きは右側である。よって光子を発生させて導波管に左から送る装置は、その反作用を受けて左側向きに運動量を得ている。

そして、導波管から自由空間へ放出された光子は回析のために、出口の近傍で一部が曲がって、その後、直線的に真空中を飛んで行って空間の壁に吸収される。空間の状態も十分な時間が経って定常的になっているとする。

この時、広い空間に放出され回析した後の光子の周波数が、飛んでいく方向で変わるということはある得ない。変わるとすると、正面方向との位相差が常に生じることになり、光子が広い途中で曲がって奇妙な方向に飛んでいくことになる。

そもそも周波数は時間当たりの振動数なのだから、定常波になったあとの、どんな点での電磁場の振動数も同じである（同じでないのなら、それはそれで、奇妙なことが起る）。速度はどの方向でも光速なので、エネルギーは減らないのである。さらに導波管の出口から空間壁までの距離が十分に長いと仮定しているので、各量子は出口から、壁の各部分まではほぼ直線的に飛んできていると近似できる。そして光速は一定であって、加速や減速はできない。

すると光子全体を考えてみると上の議論から、回析によって周りに散らばった光子の運動量が部分相殺して、単純に考えてエネルギーに対して右向きの運動量が足りなくなる。この「足りなくなる運動量は、光子数 n に比例する（性質 A）」ことを指摘しておく。

繰り返しになるがキーポイントがいくつかある。

- (1) 光子数の増減はなく、光子のエネルギーと運動量は、少なくとも自由空間では $cp = E$ の比例関係にある。
- (2) 運動量は方向の違いで部分相殺するが、エネルギーは相殺できない。よって、回析によって、光子がばらつくだけで運動量の部分相殺が起こるが、エネルギーは不変である。
- (3) よって、自由空間内の総運動量は減少するが、エネルギーは変わらない。保存則が成り立つためには、運動量の減少分がどこへ転移したかが問題になる。

この疑問に対する答えは、以下の三つしかないであろう。

- (仮説1) 導波管に移る。
- (仮説2) 導波管内での光子が質量を持ち重くなる。
- (仮説3) 運動量保存則が破れている。

他の仮説、たとえばウンルー効果や真空の未知の性質を使ったものもあり得るかもしれないが、具体性もなく、計算もできない仮説は本論文では考察はしないこととする。それでは以下に順に考察して行こう。

1. 3 (仮説1)「導波管に移る」の考察^(註1)

導波管に運動量に移る可能性を考えてみよう。この場合、導波管を幾つかの部分に区切ってみれば、どの部分にどれだけ運動量が転嫁するのだろうか(図2)。



図2

導波管の長さ関係ないので、出口の部分に転嫁すると考えるしかない。つまり、右向きに導波管の出口が引っ張られるということになる。しかし、これは第一に相互作用が不明である。具体的に導管の直径 r と厚さ w と関数としてみれば、導波管の厚さ w が波長 λ に比べて小さければ、 w は反射壁の性質満たす限り、どれだけでも薄くできるので、単純に光子の圧力(電磁波の負の圧力)の影響とは見なしにくい。つまり厚さが関係ないので、導波管が力を受けるとすると、一番右にある出口の部分の、さらに最も内側の部分の物質が、右方向に引っ張られるとせざるをえない。

ちなみに、管から放出されて広がる物質が(相互の衝突が無視できる)光子や電子ではなく

て、気体のように内圧により広がりやすい性質があるのなら、放出された後の運動量の一部は、送風管の淵に当たって、左側に押すことになる。しかし、これは（仮説1）で想定される導波管が受ける運動量の向きとは正反対である。このことから（仮説1）が正しいのなら、（技術的な応用は小さいとはいえ）ちょっとした驚きであろう。

電磁力学が体系化されたときから、電磁波が古典力学的な力を持つことが示された。マクスウェルの方程式にはテンソル型の応力が付随するので、それを計算してみよう。電場の応力を \mathbf{T}^e 、磁場の応力を \mathbf{T}^m とすると、

$$\begin{aligned}\mathbf{T}^e &= \varepsilon_0 \left(\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} E_x & E_y & E_z \end{pmatrix} - \frac{\mathbf{E}^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \\ \mathbf{T}^m &= \frac{1}{\mu_0} \left(\begin{pmatrix} B_x \\ B_y \\ B_z \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} B_x & B_y & B_z \end{pmatrix} - \frac{\mathbf{B}^2}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)\end{aligned}\quad (1.3.1)$$

総合された応力は $\mathbf{T} = \mathbf{T}^e + \mathbf{T}^m$ となる。ここにおいて、 \mathbf{E}, \mathbf{B} は電場と磁場のベクトル、 ε_0, μ_0 は真空の誘電率と誘磁率、添え字はベクトルの向きである。

図1の導波管の向きである左右方向を x 軸、上下を y 軸、図の平面との垂直方向である裏表の方向を z 軸とする。簡単のために位相がそろっているとして、この場合、電磁波は x 軸方向右へ進行している横波なので、 y 軸に電場の向き、 z 軸に磁場向きを割り当てると、(1.3.1) 応力は非対角成分が消えて単純になり

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}^e + \mathbf{T}^m = \frac{\varepsilon_0}{2} \begin{pmatrix} -E_y^2 & & \\ & E_y^2 & \\ & & -E_z^2 \end{pmatrix} + \frac{1}{2\mu_0} \begin{pmatrix} -B_z^2 & & \\ & -B_z^2 & \\ & & B_z^2 \end{pmatrix} \quad (1.3.2)$$

と対角成分だけになる。これを見ると、圧力は周波数に応じて変動はしているが、進行方向である x 軸方向には一定であることが分かる。

これには対角成分がないが、導波管の出口で回折して曲がった時に、一時的に上の応力テンソルに非対角成分が現れる可能性がある。この効果で導波管の出口が右に十分に引っ張られるのだろうか。

導波管が突然切れたモデルでは連続関数ではなく計算しがたいので、計算し易いように改変しよう。導波管は電場と磁場の運動方向と一致した縦と横の四角であり、出口が縦 (y 軸) に半径 r で 90° だけ円状に末広がり徐々に曲がっている場合を考えてみよう。すると縦 (y 軸) へは徐々に回折が起こることになる。これを計算してみると、出口の曲がりの角度 θ において、対角以外

の部分に微細な回折角を $d\theta$ として、 $2E_y^2 \sin d\theta \cos d\theta \cong 2E_y^2 d\theta$ という項が、(1.3.2) の第一項のテンソルの非対角成分の一つとして現れる。これは常に同じ符号であって、導波管の角度 θ で傾いた出口表面を、傾いた進行方向にずらそうとする応力になる。その力の右方向への成分は $\cos \theta$ 倍なので、それを掛けながら、 θ を 0 から $\frac{\pi}{2}$ まで積分すると、その値は r に依存せず、絶対値が丁度 1 であり、これは上方向に垂直まで回折する光子が、導波管の出口の部分で右方向へ引っ張っている力であり、その結果として出口壁面に転移する運動量と見なせる。モデル化による近似誤差があったとしてもその桁は、光子が失った運動量と合っているように思える。

これが一応の常識的な答えであろう。とはいえ、これは単純化された状況であり、すべての場合に適用できるか、そして一般的な定理として成り立つのかについては、我々は確信がもてない。なぜなら、古典電磁気学だけでなく、量子電磁気学でも数学的に完全ではなくて、種々の謎やアノマリーがあるからである。

さらにこの回折のアノマリーは物質波と見なせるすべてのもの、電子でもヘリウムでも当てはまる。それどころか、スピン 0 の粒子やスピン 2 の重力波でも何にでも当てはまる。理想的な状態では音波でさえ量子化されてフォノンになるので、同じことが成り立つことになる。すると、シュレディンガーの方程式やディラックの方程式にも、式 (1.3.1) のような応力テンソルが付随して、同じような壁面を横に引っ張る「応力」が存在すると考えざるを得ない。

要するに、(仮説 1) の論点は、「電磁波や物質波の回折は、空間を制限している壁との引力や応力と見なせるのか」という問題である。水面の波のような古典的で単純なものでは当然見なせない。上記の議論のように電磁波では見なせる可能性はある。しかし電子などの物質波は内部空間の振動なので、そのまま同じような式にはできない。式 (1.3.1) を見ると、電磁波では横波であって、かつ電場や磁場は運動量の平方根に相当する役割を果たしていることが分かるが、一般の物質波ではこれに相当するものが何なのであろうか。電子などスピン 1/2 の粒子を表すディラック方程式の場合は、 x, y, z への偏微分が内在するので、それに関連付けて、式 (1.3.1) と似たものを作ることができる。スピン 0 の場合でも、物質波の偏微分から、類似した項は作れる。これらが応力の役割を果たすとすれば、物質波の回折においても、運動量保存則を満たすように作れるかもしれない。

この(仮説 1)は、運動量保存則を満たすという意味で、現在までの物理学の「常識」に合致しているが、しかし、これを示す実験結果は存在するのだろうか。少なくとも我々は(仮説 1)を支持する実験を知らない。今まで誰も行っていない可能性もある。これについては、後の第 2 章で検討する。

1. 4 (仮説 2)「導波管内での光子が重くなる」の考察

(仮説 2)は、部分的に制限された空間で光子のエネルギーや運動量が変わる可能性である。

導波管は、直進方向以外は制限された空間であり、境界壁は光子の圧力を受けている。このような空間では、もしかすると自由空間とは光子の性質が変わる可能性があるかもしれない。

とはいえ、導波管は真空と仮定しており、そこを進行する光子は平面波を切り取った状態であるにすぎず、マックスウェルの方程式からすれば考え難いが、一応、検討してみよう。

保存則を満たすには上の(2)から、導波管内では運動量の減少、あるいは逆にエネルギーの大幅増加が必要である。自由空間での周辺方向への回析は、ある意味において導波管内で周辺に広がろうとする圧力が解放されたと見なすことができるので、運動量が抑えられエネルギーが増えているほうが妥当に思える。どちらにしろ、この仮説が正しい場合、囲まれた空間を伝達する光子はエネルギー過多になり、その結果、見かけ上の静止質量があるように振る舞うことを指摘しておこう。

繰り返しになるが、基本的にこの状況は境界条件付きのマックスウェルの方程式にすぎず、(仮説2)はマックスウェルの方程式の解の条件に反している。つまり、修正を加える必要があることになる。本当なら、かなりの発見である。

閉ざされた空間の境界では、量子力学では零点エネルギーによるカシミールの力が働いている。導波管の場合は、制限されている方向に働いている。だが、これは面積に比例した単位時間当たりの効果である。一方、「足りなくなる運動量は、光子数 n に比例する(性質A)」ので、これで説明できない。単位時間当たりの光子数 n は増減できるが、導波管を固定すれば、それに働くカシミール力は一定である。つまり、閉空間での零点エネルギーの効果もあるかもしれないが、この問題とは関係しない。つまり、(仮説2)を正当化できる議論は今のところ存在しない。

1. 5 (仮説3)「運動量保存則が破れている」の考察

大胆な仮説として、保存則が破れていることを考えよう。この仮説は、導波管を含め、運動量を「完全には」転嫁する先がないという仮説である。どの程度の破れがあるかは、ただの古典的な光学や波動の練習問題であり、容易に概算できる。とりわけ、波動の最大回析は、口径 $r \rightarrow 0$ 極限の 360° への一様回析なので、最大すべての運動量が転嫁、あるいは消失することになる。

古典力学は言うまでもなく、20世紀の量子力学も、各種保存則が自明の原理として採用されている。これを壊す理論は、仮に他の部分をうまく説明していたとしても、不完全な理論、あるいは失敗理論と見なされて、ほぼまったく表に出てこない。

ただし、この三つの仮説は、純粹に論理的には排反ではないので、三つとも部分的に正しく、それぞれの寄与が問題になることも、一応はあり得る。その場合、寄与率が問題になろう。しかし、一般的に違った物理過程の寄与率は、大きく桁が違うのが一般易だから、どれかが他の効果を優越するだろう。

1. 6 運動量保存則が破れている可能性はあるか？

(仮説3)は、19世紀や20世紀の物理学の常識である運動量保存則を破った仮説である。しかし、電磁気学、あるいは量子力学の各種方程式はエネルギー・運動量が保存されるとされ

ており、それには「証明」が存在する。そのどこに穴があるのだろうか。

式自体が間違っているのは問題外であろう。多くの場面で十分に実用に足りているからである。筆頭候補は、境界条件である。第二の候補は電荷や周囲の物質との相互作用の仮定である。

良く見れば保存則の「証明」は、ほとんどの場合に自由場に対してであり、空間の制限に対しては余り考察していない。しかし、一般的に偏微分方程式の解は境界条件の影響を受けることは良く知られている。そして「回析アノマリー」は、領域が制限された空間から、自由な空間に移る時に生じるのである。

そもそも古典電磁理論では電荷の暴走解などの病理的な現象があることが知られている。この暴走解などの奇妙な現象は、詳しい教科書には必ずといっていいほど書いてあるほど有名なのだが（例えば、ジャクソン『電磁気学』、砂川重信『理論電磁気学』、カンパニエツ『相対論と電磁力学』では、電子が勝手に暴走する解が存在することについて述べて、「このように点電荷の電磁力学は本来矛盾を含んでいる。もし電荷が広がりをもっているとする、より大きな困難に直面する。(p.150)」と述べている。もっとも、量子電磁力学で考えれば解決できると希望的な観測を述べているが、本当に解決できたのだろうか^(註2)。科学論学者のラカトッシュの言うように放ったらかしになっているように思えるが。

この指摘は大変に示唆的である。暴走解は、電荷が自分に由来する電場によって無限加速される解であり、非合理だという理由で通常無視される解である。この暴走解では、電荷が自己加速するので、その加速の反作用の行き場がない。つまり、エネルギーや運動量の保存則を明確に破るのである。しかしこの暴走解は数学的な解であるだけでなく、電荷が初期状態で、電磁力と別の力によって加速度を持つと必然的に生ずる自然な解にもなっている。

われわれの過去の論文で何度も指摘しているが、「各種保存則」が具体的な基礎的な方程式から導かれる場合は簡単な状況だけで、厳密な意味で相互作用項や空間に制限があれば、証明できないことがほとんどなのである。電磁気学でも同様であり、複雑な場合はネーターの定理が成り立つことは保障されず、各種保存則や因果律も満たされることは広く証明されていない。

2. 工学的な応用の可能性

2. 1 仮説(1)「導波管に移る」場合

常識的な仮説(1)が正しい場合でも、工学的な応用はある、光子を使って導波管が金属の場合を考えてみよう。導波管の出口を薄く鋭くすれば、光子の回析による運動量の減少の埋め合わせは先端に集中することになる。するとその転移した運動量は、導波管の原子核に転移するだけとは限らず、電子に転移する場合も多いだろう。さらに導波管を負に帯電させるほど、電子に転移する割合が多くなると考えられる。すると光子の回析の反動で、先端から電子が飛び出してくることになる。これは観察可能であり、かつ将来何らかの工学的に应用可能な効果

であろう。たとえば、グラスファイバーの表面をメッキして負の電位をかけてやれば、回折の分だけ飛び出すと考えられる。また、先に述べたように理想条件では音波でさえ、量子と見なせるのだから、同じように電子が飛び出してくるだろう。

2. 2 仮説（2）「光子が重くなる」場合

これはありそうにないと思うので、簡単に述べよう。波長に比べて導波管が十分に細い場合の極限は全方位の回折である。すると導波管の中の光子は大変に重くなり、かつ遅くなる。この結果は古典電磁気学から出てこないのも、本当なら興味深い。

2. 3 EM ドライブと（仮説 3）運動量の破れの可能性

前節で「導波管に運動量が転移する実験を知らない」と述べたが、類似した状況の実験は存在する。それは「EM ドライブ (Electric Magnetic Drive)」という機関の実証実験である。これは単に反射壁の空洞に導波管から電磁波を放射するだけで、発生装置を含めた全体で非対称の運動量が得られるという主張に基づいたものである。

EM ドライブは、イギリスの宇宙関係の技術者 Roger Shawyer によって、Cullen (1982) の発想を利用して、少なくとも 2005 年以前に考案されたとされる。それは、導波管から歪で不等向の広い閉ざされた空間に電磁波を放射することによって、偏った力を得ようという発想に基づいたものである。反射壁に囲まれた特殊な形の空洞では、この空間に固有の共振が起こる。これだけなら、数学における幾何学と解析学の問題に過ぎない。しかし、彼はその形状、特に片方が広くてもう片方が細い形状になると、両側で共振状態が異なることが起り、(理由ははっきりしないが) 外部放射なしに広い形状の方向へ力が発生すると考えたのである^(註 3)。もちろん「運動量保存則」を仮定すれば、壁の形状がどうであろうと、このようなことが起こるはずもない。もっとも Shawyer (2009) では、わざわざ二つの節を設けて、運動量とエネルギーの保存則がどのように成り立つのかを論じているのだが、全く証明はされていない。

しかし、Shawyer (2009) では、理屈だけではなく実証装置による実験結果が載っており、421W の装置で 243 mN/kW の推力が得られたという。さらに、彼の発想に惹かれて実証実験を行う研究者が他にも現れて、有意な結果も出ている。中国の実験 Yang *et. al.*, (2010) では、形状を少し変えた二種類の装置において、214mN/kw、315mN/kW であり、この値は「理論計算値」の半分から 7 割ぐらいであった。これは Shawyer (2009) の結果と桁のレベルで一致している。

さらに NASA のグループ (Brady, *et al.*, 2014) は大掛かりな実験を行った。空気の大気対流の効果を除くために真空チャンバーの中で、円柱形の空洞の容器を対照群として用意して、比較実験している。さらに周波数を変えて実験し、約 935 MHz において 28 W で 40 microN の推力、約 1933 MHz において 17 W で 91 microN の推力が生じたという結果を得ている。先の二つと比較するために単位をそろえると、それぞれ 1.43mN/kW、5.35mN/kW の効率である。比較対象とした円柱形の空洞とは挙動も違うことが一目瞭然で、全体的に極めて緻密に実験がデザインされ

ており、図表や写真も多く載せてある。もちろん、どこかに実験の欠陥があって、誤った結果を出したことはありえる。しかし、「運動量保存則」を破っていることを除けば、見たところ信用性は高いように思える。効率は先の実験の 100 分の 1 程度であるが、空洞の形態や投入電力（桁からして違う）、周波数が違うので、単純には比較できない。

2. 4 回析アノマリーとのボソン凝集

この EM ドライブを本稿で論じた回析のアノマリーと関連付けて、別の面から考えてみよう。

反射壁で囲まれた閉空間の内部に「波動」が閉じ込められると、共振が起こることがある。この共振を起こす波動は、反斜壁といえども、完全ではないので周囲に少しずつ散逸して減衰する。それは共振の強度に応じて増えてくる。この散逸の比率を「Q 値」と呼ぶ (Shawyer, 2009; Yang *et. al.*, 2010)。つまり散逸度合が低いほど、「Q 値」が高いと定義する。なぜか Shawyer は、Q 値が高い共振関数の、密度が集中する方向に運動量が発生すると考えて計算している。EM ドライブのコーン型の形状は、これから設計されたという。

これは面白い論点を持っている。対称作用素 H をハミルトニアンとすると固有関数 Φ_i と実数の固有値 λ_i をとれば、

$$i\hbar \frac{d\Phi_i}{dt} = H \Phi_i = \lambda_i \Phi_i$$

の形をしているので、固有関数 Φ_i が固有値 λ_i に比例した速度で複素回転していることになる。さらに作用素の対称性から固有関数は直交するので、ヒルベルト空間の基底の一部を構成できる。電磁波の場合はベクトル場なので少し複雑になるが、概ね似たようになる。

閉空間に閉じ込められた物質波を含む波では、共振の分布関数（以後、「共振関数」と呼ぶ。）は閉空間の形状に依存して、その各共振関数が、先に述べたようにヒルベルト空間の関数として直交する。直交基底の取り方には任意性があるが、「反射壁」とはいっても完全ではなく、かつ各共振関数によって時間による散逸の度合いを表す Q 値が変わるために、共振関数を含む基底が「情報エントロピー的に自然な基底の取り方」になるのである。（基底がすべて共振関数で尽くされるかどうかは、微妙な問題である。空間形状が集合論的位相幾何学の例題のような特殊なものでない限り、可能であると思うが、これは以後の議論にあまり関係しない。）

さらに、光子はボソンなので凝集する傾向にある。より多く凝集すればするほど、別の状態の光子がその状態に遷移する確率が上がる。小さな導波管から投入された光子は、しばらく反射すると、その空間の形状に固有の振動のどれかに徐々に分解されて落ちて溜まってゆく。その時に、散逸率が低いつまり Q 値の高い共振関数には、より大きな凝集が可能になる。

ここで、古典電磁気学と量子力学の決定的な違いが出てくる。レーザーは古典電磁気学からは予測できなかった。投入される光子数が増えるほど、同じ状態になっている光子の数が増えるので、

散逸を阻むだけでなく、投入される光子が、その状態に遷移する確率も増える。この時の過程が問題である。投入された光子が遷移するときに、本当に運動量を保存するのかという問題である。

空間に光子がない時に入る、最初の一つの光子は、普通の光学と空間の幾何学にしたがって反射したのち、いくつかの空間の固有値に対応する振動に分解された重ね合わせの状態で落ち着く。しかし、これが溜まってくるとどうなるだろうか

固有関数を Φ_i とし、もし固有関数に落ちない余りの部分が存在するなら、それを Φ_{Other} としよう。新しい光子を投入したとして、その波動関数を $\Phi = \sum_i \alpha_i \Phi_i + \Phi_{\text{Other}}$ とすると、ボソンの性質より既に共振状態 Φ_i にある光子数 n_i が大きいくほど、そこに遷移する確率測度が上がる。つまり、代表的な固有値に凝集する光子数（の期待値）が増えるので、そちらに新たに投入された光子がより凝集するようになるだろう。このメジャーな固有値に集中する過程で、運動量保存則が破れるのかもしれない。本稿で論じた回析アノマリーとの関連では、入射した状態が光子が、そちらに凝集する確率が上がるという事になる。

これは微妙な議論であって、他の固有値に属する部分波束が一旦、その固有値に落ちたのちに、代表的な固有値の方に遷移するだけということもありうる。この場合、補償過程が必要であって、保存則は保たれる。これが「常識的な」議論である。

しかし、補償なしの直接遷移という仮説も立てられる。新たに空間に投入された新入りの光子は、激しく共振していて同じ状態の光子数の多い部分と同じ状態になろうとして曳かれる。つまり、そちらにより高い確率で曲がるようになるとすると、その効果によって均等に回析しなくなり、運動量保存則は破れることになるだろう。この補償なしの直接遷移の考えは、Shawyer (2009) の発想にかなり近い。

つまり、EM ドライブにおける「運動量の異常」の要因として、(1)「回析現象に伴う運動量の破れ」と(2)「ボソン凝集の共振状態への直接遷移による運動量の破れ」の二つの要因が考えられる。

しかしながら、光子の場合に概算してみると投入された光子の運動量が回析によって完全に消失したとしても、最大 0.1mN/kW 程度の桁の運動量の破れしか得られない。(このように小さい理由は物質としての光子が、エネルギーに比べて運動量をもっとも小さい粒子であるに由来している。エネルギー効率が悪くなるのである。) 当然ながら、これは実用化が検討されている宇宙空間において光圧で推進するソーラー・セール推進の効率と同じ桁（正確には $1/2$ ）である。これに対して、Shawyer (2009) の 243 mN/kW や Yang *et al.*, (2010) の結果 2.5 kW の電力を使用したシステムで得られた値 720 mN は大きすぎる。むしろ計算結果は Brady, *et al.* (2014) の結果に近いが、それでも 1 桁ぐらい大きい。この違いは未知の原理が働いているのだろうか。それとも、やはり実験に何らかの欠点があったのだろうか。

2. 5 歴史的考察

「EM ドライブ」は、宇宙空間での応用を意図した推進機関である。そこで、類似の例として、飛行機の歴史を振り返ってみよう。少なからぬ科学史家によれば、19 世紀末の物理学者たちは、自然界の法則を概ね理解できたと考えていたという。それは相対性理論や量子論の出現を予測しなかったことを指すことが多いが、揚力も知らなかった。つまり 1900 年時点の物理学者たちは、飛行機が可能であるとは考えていなかった。たとえば、ケルヴィン卿ははっきりと気球を擁護して、飛行機を否定していたという（リビオ, 2015 [2013]）。

その代り、物理学者や彼らに予算を出している政府や軍部は、アルキメデス以来よく知られている浮力を使った気球や飛行船に力を入れていたのである。飛行機の発明以前からグライダーは存在したが、それはパラシュートと同じように、ゆっくりと降下しているとしか考えていなかった。1903 年に実際に飛行機が飛ぶことが分かってから、彼らはナビエ・ストークス方程式の中に「揚力」を発見したのである。それ以前にベルヌーイ（1738）を初め数多くの流体の実験が行われ、かつオイラーの方程式（1757）は言うまでもなく、ナビエ（1823）・ストークス（1845）等の流体の方程式かなり研究されていたのにもかかわらず、半世紀から一世紀以上も完全に見落としていたのである。当然、昆虫や鳥がどうやって飛んでいるのかも知らなかったが、知らないことも知らなかった。

このような事例もあり、また物理学は実証科学なのだから、頭から否定せず、実験でどの仮説がどの程度寄与しているのかを検証してみても無駄ではないだろう。

仮に運動量を保存する（仮説 1）が正しいにしても、それはそれで一寸した奇妙な現象の発見もしくは実証であり、物質波の応力について知識が得られ、未来の技術にもいくばくかの応用が可能である。よって、それなりの価値があるだろう。（仮説 2）の場合は波動方程式の理解が不十分であるということになり、もしも（仮説 3）の場合は革命的であろう。仮説（3）である運動量保存則の破れが正しいのなら「EM ドライブ」の名称より、新しい現象を表す別の名前が良いだろう。

とはいえ、現代の科学者たちは「実験結果」よりも「既存の理論」に忠実に見える。むしろ、飛行を実践的に研究したオットー・リリエントール、ライト兄弟、シャルル・リシェ（急性免疫症候群の業績でノーベル賞を受賞した生理学者）のような周辺の技術者や科学者、新しい世代の物理学者たちのほうが新現象の発見には期待できるだろう。

註

(註1) ここで論じた、光や物質波の回析についての微妙な問題は、蔵&蔵(2001)の「問題2」の時に気づいていたが、保存則を満たすという意味で常識的な(仮説1)の可能性が高いと考えたので詳述しなかった。「問題2」は導波管ではなく、教科書で良く例題になっている穴空きのスリットを使った問題である。(仮説1)に対応するのは、スリットの穴の壁を引っ張るという仮説である。しかし、EMドライブの肯定的な実験を知って(仮説3)の可能性もあると考え、本論文でより詳細に考察をすることにした。

(註2) 精度よく合っているとされるQEDの計算にしても、ダイアグラムの数が次数に対して指数関数を遥かに超える階乗程度で増大する問題は、コーシーの絶対収束の条件を全く満たしていない。QCD等の他の理論も同様である。これは、物理学の基礎付けが19世紀初頭のコーシーの時代のレベルにも達していないということである。そして、この問題は、ほとんどの考えられる言い訳を排除する途方もなく難しい問題であり、科学論者のラカトッシュの話のように放置されている。

数学をかなり知っていた一部の理論家たちは、超弦理論によって点をヒモに変えれば、世界線が世界面になって種々の強い構造が入るので、自然に解決できると期待していたようだが、超弦理論は今のところ成功していない。

(註3) 彼の提案した歪な空間の形状は、概ね導波管の出口から見て、片側が広くて、もう片側が狭いという形状である。Shawyer(2005, 2009)の図に付属する式を単純に見ると、広い側の底に電磁波が多く当たるので、多くの運動量を得られて、狭い側に当たる側は小さい運動量を得られるだろうという考えのように見える。しかし、この考えは左右をつなぐ途中の壁の傾きを考えておらず、明らかに間違いである。放射された電磁波が、単純に空間の壁に反射あるいは吸収されるとすると、常識的には、左右対称の運動量を得られるはずである。

しかし、Shawyer(2009)の数式では、投入された電磁波の波長と、上部平面近辺の波長、下部平面近辺の波長の違いに基づいたものになっており、「共振重視」の考えになっている。上下の面で共振周波数と、光子の共振の強度が異なり、その光子の圧力によって力の違いを計算している。これも、斜面を考慮しておらず、不完全な議論である。

なぜShawyerはこのようなことを考えたのだろうか。保存則が破れていて、かつそれが大規模であり、工学的に利用可能であると考える必要がある。実際に彼は、実用性を確信して会社を興した。彼の人生で奇妙な現象に出会ったのかもしれない。

文献

- Brady, D., *et al.* (2014) “Anomalous thrust production from an RF test device measured on a low thrust torsion pendulum”, *NASA US AIAA Joint Propulsion Conference*, Cleveland.
- Cullen, A.L. (1982) “Absolute Power Measurements at Microwave Frequencies”, *IEE Proceedings*, vol.99, part 1V p.100.
- カンパリエーツ, S.A. (1980) 『相対論と電磁力学』東京図書
- 蔵琢也, 蔵研也 (2001) 「物理学の幾つかの問題について」, *Review of Economics and Information Studies*, vol.2, pp.470-510.
- ジャクソン, J. D. (2002, 2003 [1998]) 『電磁気学 (上下)』吉岡書店
- リビィオ, M. (2015 [2013]) 『偉大なる失敗』早川書房
- Shawyer, R. (2005) “The Development of a Microwave Engine for Spacecraft Propulsion”, (www.emdrive.com)
- Shawyer, R. (2009) “The emdrive programme – implications for the future of the aerospace industry”, CEAS 2009 (www.emdrive.com)
- 砂川重信 (1973) 『理論電磁気学』岩波書店
- Yang, J., *et al.* (2010) “Applying Method of Reference 2 to Effectively Calculating Performance of Microwave Radiation Thruster”, *Journal of Northwestern Polytechnical University*, vol. 28, no.6.